

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН РАЗРЕЖЕНИЯ СО СЛОЕМ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ ВБЛИЗИ ЖЕСТКОЙ ГРАНИЦЫ. РАВНОВЕСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

А. А. Жилин, А. В. Фёдоров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск, lab20@itam.nsc.ru

Изучается процесс взаимодействия волны разрежения со слоем твердых частиц, находящихся вблизи торца ударной трубы. В качестве математической модели используется одномерное нестационарное приближение механики гетерогенных сред с одинаковыми давлениями фаз и учетом конечной объемной концентрации частиц в слое. Определены волновая картина течения и механизм взаимодействия волны разрежения со слоем, в том числе динамика границы слоя в зависимости от его толщины и ширины волны разрежения. Проведена верификация предлагаемой математической модели по зависимости координаты границы слоя от времени, а также по зависимости скорости подъема слоя от перепада давления в камере высокого и низкого давления.

Ключевые слова: двухфазная среда, волна разрежения, экранирующий слой.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с широким использованием смесевых и порошкообразных материалов в технологических процессах ряда производств необходимо исследовать особенности взаимодействия ударных волн и волн разрежения и сжатия со слоями и отложениями пыли, находящимися вблизи жестких стенок производственного оборудования. Изучению механизма взаимодействия посвящены работы [1, 2], где приведена библиография по этой проблеме. В основном численные исследования проводились для смесей с малой концентрацией твердых частиц в слое ($\approx 10^{-3} \div 10^{-5}$).

Данная работа является продолжением [3] и посвящена изучению взаимодействия волны разрежения со слоем твердых частиц, покрывающих жесткую границу. При этом объемная концентрация частиц в смеси составляет приблизительно половину общего объема слоя.

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается вертикально расположенная ударная труба, состоящая из двух областей: верхней камеры высокого давления (КВД) и нижней камеры низкого давления

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 06-01-00299) и молодежного гранта СО РАН № 25.

(КНД), разделенных мембраной (рис. 1). КНД заполнена газом, который находится под давлением $P_{0\text{КНД}}$. КВД заполнена тем же газом под давлением $P_{0\text{КВД}}$, но в окрестности жесткой границы (дна ударной трубы) имеется слой твердых частиц толщиной H . В момент времени $t = 0$ мембрана разрушается и в КНД начинается истечение газа, а в КВД распространяется волна разрежения (ВР). Необходимо определить картину течения в ударной трубе в последующие ($t > 0$) моменты времени и механизм взаимодействия ВР со слоем твердых частиц в присутствии жесткой границы.

Для описания исследуемого процесса в смеси газа и твердых частиц естественно привлекать уравнения механики гетерогенных сред. Безразмерные уравнения сохранения массы и импульса будем использовать в следующем виде:

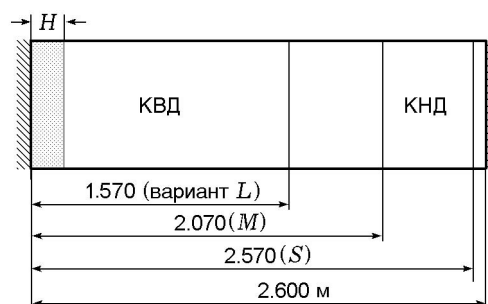


Рис. 1. Схема постановки задачи

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + P)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial \rho \xi_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho u \xi_1}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Систему уравнений (1) замыкают уравнения состояния компонентов смеси

$$P = P_1 = \frac{\rho \xi_1}{m_1} - 1 = P_2 = a^2 \left(\frac{\rho \xi_2}{m_2} - \bar{\rho} \right),$$

выражение для объемной концентрации газа

$$m_1 = \left[C + C_f^2 \rho - \sqrt{(C + C_f^2 \rho)^2 - 4C\rho \xi_1} \right] / 2C \quad (2)$$

и естественное геометрическое тождество

$$m_1 + m_2 = 1.$$

В (1) и (2) $C_f^2 = \xi_1 + a^2 \xi_2$ — замороженная скорость звука, $C = 1 - a^2 \bar{\rho}$ — константа, зависящая от физических свойств материалов компонентов смеси, $\rho = \rho_1 + \rho_2$ — плотность смеси, $\rho_i = \rho_{ii} m_i$ — средняя плотность i -й фазы, m_i — объемная концентрация i -й фазы, ρ_{ii} — истинная плотность i -й фазы, $\rho_{ii,0}$ — истинная плотность материала i -й фазы, u_i — скорость i -й фазы, a_i — скорость звука в i -й фазе, t — время, x — пространственная координата, $\xi_i = \rho_{ii} m_i / \rho$, при этом $\xi_1 + \xi_2 = 1$. Индекс 1 соответствует параметрам легкого компонента — газа (несущей фазы), индекс 2 — параметрам тяжелого компонента — твердым частицам (дискретной фазы).

Для обезразмеривания скоростей в (1) использовалась величина a_1 , плотностей — $\rho_{11,0}$, давления — $a_1^2 \rho_{11,0}$, пространственной переменной x — характерный линейный размер l_0 ($l_0 = 10^{-3}$ м, выбрано исходя из удобства представления результатов), времени t — величина $t_0 = l_0 / a_1$. Таким образом, безразмерная скорость звука и истинная плотность легкого компонента при $t = 0$ равны единице, тяжелого — $a = a_2 / a_1$ и $\bar{\rho} = \rho_{22,0} / \rho_{11,0}$ соответственно.

Система уравнений (1), (2) для определения параметров течения смеси (ρ , u , P , m_1) дополняется соответствующими граничными условиями.

Система гиперболических уравнений (1), (2) решалась модифицированным методом «крупных частиц» первого порядка точности [4]. При расчетах течений со скачками уплотнения использовалась искусственная вязкость в виде, предложенном в [5].

КАРТИНА ТЕЧЕНИЯ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

Дадим описание картины течения, возникающей при разрушении мембраны, разделяющей две камеры с разными давлениями.

В начальный момент времени ($t = 0$) в КВД $P_0 = 1.388$, в КНД $P_0 = 0.680$. КВД занимает область от x_0 до сечения x_M , а КНД — от x_M до x_K . Смесь находится в покое, т. е. $u_0 = 0$. Принято следующее распределение плотностей вдоль координаты x : $\rho = 629.359$ при $x \in (x_0, x_S)$, $\rho = 2.399$ при $x \in (x_S, x_M)$, $\rho = 1.691$ при $x \in (x_M, x_K)$.

На рис. 2 показано распределение скоростей и давлений в ударной трубе в различные моменты времени. На рис. 3 представлена $x-t$ -диаграмма с отмеченными моментами времени, показанными на рис. 2, а также характерные точки по оси x : x_0 — координата левого торца ударной трубы ($x_0 = 0$); x_S — координата контактного разрыва, разделяющего смесь газа с твердыми частицами и чистый газ ($x_S = 50$); x_M — координата мембраны, разделяющей камеры высокого и низкого давления ($x_M = 1570$); x_K — координата правого торца ударной трубы (правой жесткой границы) ($x_K = 2600$).

При разрыве мембраны в КНД начинается движение газа с лидирующей ударной волной — УВ1 (на рис. 2 направление движения волн показано стрелками), а влево в газ с высоким давлением распространяется центрированная волна разрежения ВР1. Естественно, при этом ширина ВР1 постоянно увеличивается, так как передняя характеристика ВР1 движется с большей скоростью v_0 , чем задняя, скорость которой v_1 (см. рис. 3). Между УВ1 и ВР1 устанавливается некоторое состояние с параметрами $P = 1.003$, $u = 0.175$, $\rho = 2.016$. УВ1, распространяющаяся по КНД, к моменту времени $t = 950$ достигает жесткой стенки в точке x_K и отражается от нее — УВ2. За отраженной УВ2 устанавливается новое равновесное состояние с параметрами $P = 1.388$, $u = 0$, $\rho = 2.403$. Следует отметить, что модуль скорости отраженной УВ2 ($D_2 = -0.915$) мень-

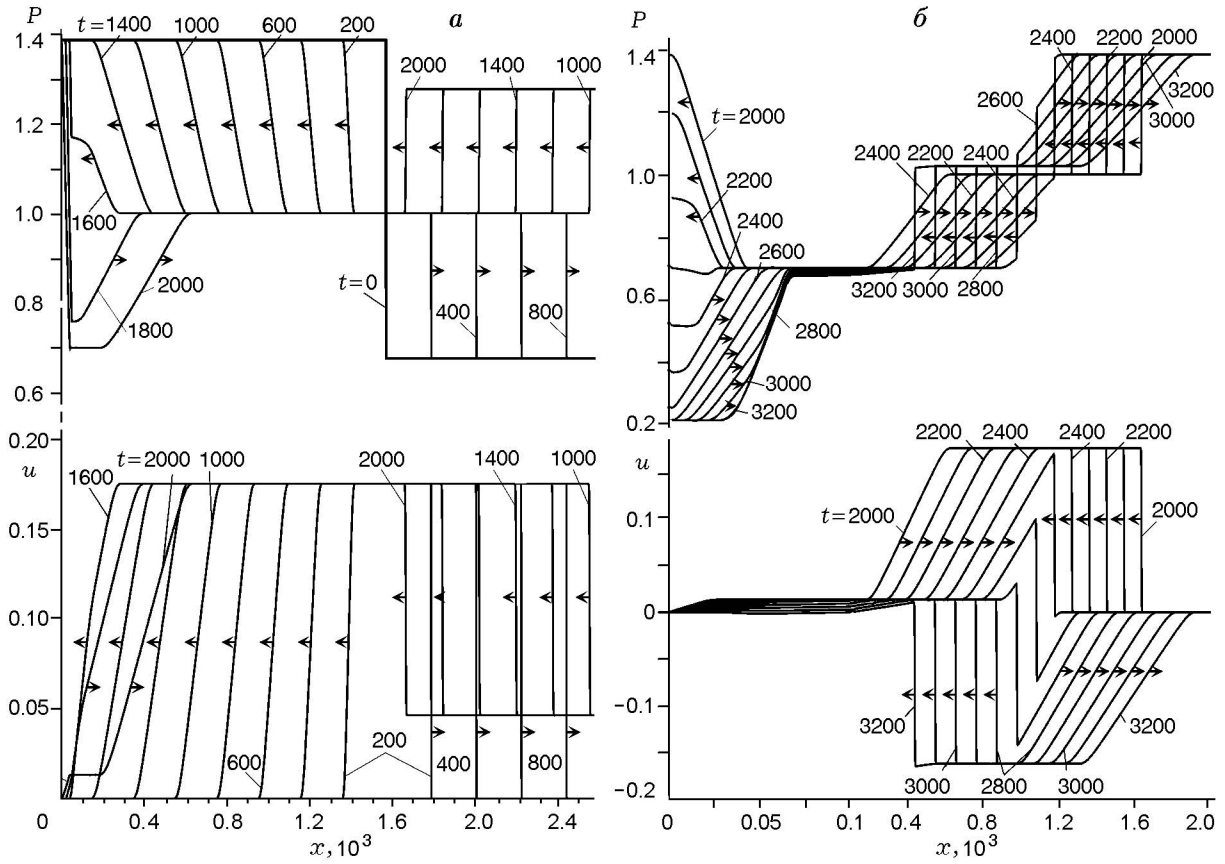


Рис. 2. Картина течения при $t = 0 \div 2000$ (а) и $t = 2000 \div 3200$ (б)

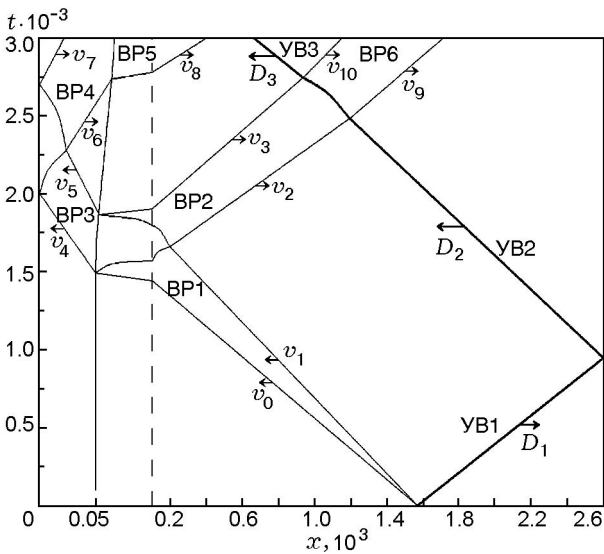


Рис. 3. $x-t$ -Диаграмма

ше скорости падающей УВ1 ($D_1 = 1.088$). Данная картина течения сохраняется до $t = 1500$. К моменту $t = 1500$ передний фронт ВР1, движущийся со скоростью v_0 , достигает границы контактного разрыва (точка x_S) и взаимодействует с ним.

Так как плотность слоя велика, то при взаимодействии ВР1 с комбинированным разрывом (КР) внутрь слоя проходит волна разрежения ВР3, а от слоя отражается волна разрежения ВР2. В результате взаимодействия ВР1 с неподвижным слоем происходит сдвиг границы раздела слоя (смеси газа и твердых частиц) и чистого газа. Динамика координаты границы раздела двух сред представлена на рис. 3 и 4.

К моменту $t = 1900$ заканчивается формирование проходящей ВР3 и отраженной ВР2, а в области между ними формируется очередное промежуточное равновесное состояние с параметрами $P = 0.702$, $u = 0.014$, $\rho = 538.448$ в слое и $\rho = 1.711$ в чистом газе.

Проходящая ВР3 движется в слое и к моменту $t = 2000$ передний фронт ВР3, движу-

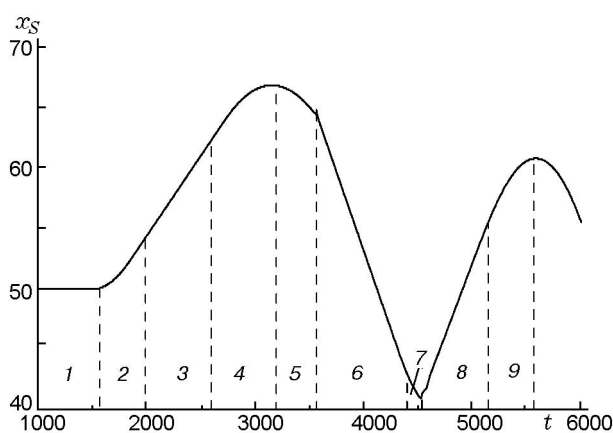


Рис. 4. Динамика границы КР

щийся со скоростью v_4 , подходит к левому торцу и отражается от него также волной разрежения (ВР4). Передний фронт ВР4 формируется и устанавливается к $t = 2300$, а затем движется вслед за перемещающимся КР со скоростью v_6 . Задний фронт ВР4 устанавливается к $t = 2700$ и распространяется по слою твердых частиц со скоростью v_7 . При этом вблизи жесткой границы смесь приходит в равновесное состояние с параметрами $P = 0.215$, $u = 0$, $\rho = 447.798$.

При $t = 2450$ начинается взаимодействие отраженной от торца ВР4 с КР. Поскольку ВР4 выходит из более плотного слоя газа и твердых частиц в чистый газ, то в процессе взаимодействия в газ распространяется ВР5, а обратно, по направлению к жесткой стенке, идет волна сжатия (ВС1). На рис. 2, б видно сгущение профилей давления в области границы КР, к моменту $t = 3100 \div 3200$ происходит остановка КР (см. профили скоростей). Это состояние соответствует приходу к КР задней кромки ВР4, движущейся со скоростью v_7 . Затем к моменту $t = 3200$ начинается обратное движение границы КР, т. е. в сторону левого торца. Это обусловлено тем, что после отражения ВР3 от жесткой стенки давление в слое стало меньше, чем давление в чистом газе. Изменение давления на КР привело к остановке КР и последующему изменению направления его движения. Данное обстоятельство породило волну сжатия (ВС1) в слое, которая движется перед границей КР и постепенно ускоряется при прохождении к торцу. Вследствие такого взаимодействия за движущейся границей КР в газе образуется область с пониженным давлением, т. е. область разрежения.

Передний фронт ВС1 движется к торцу со скоростью z_1 , достигает ее к моменту $t \cong 3650$ и, взаимодействуя с ней, отражается также волной сжатия (ВС2). Задняя граница ВС1, которая возникает от действия КР, играющего роль поршня, не успевает полностью сформироваться, так как ее догоняет УВ4. Передняя кромка ВС2, движущаяся со скоростью z_2 , к моменту $t = 4000$ встречается с преломленной УВ4 и к $t = 4300$ достигает границы КР. Как следует из [6], при выходе ВС2 из более плотной среды в менее плотную происходит ее распад на проходящую более сильную ВС3 в чистый газ и отраженную ВР9, которая распространяется обратно в смесь по направлению к жесткой стенке.

Описанные множественные взаимодействия УВ, ВС, ВР и КР приводят при больших временах развития процесса к установлению квазистационарного процесса колебаний границы слоя. Отметим, что в действительности за счет диссипации и внутреннего трения в слое граница слоя должна установиться во времени. Однако в рамках данной математической модели этого наблюдать нельзя, хотя за счет схемной вязкости амплитуда колебаний имеет слабую тенденцию к затуханию. Анализируя возникающую картину течения, можно сделать вывод, что количество волновых структур в ударной трубе со временем возрастает, а наличие плотного слоя приводит к увеличению их разнообразия.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ГРАНИЦЫ КР

Вышеизложенное можно проиллюстрировать данными, полученными из описания траектории КР. На рис. 4 показана динамика изменения границы слоя твердых частиц в зависимости от времени. Здесь также отмечены характерные области взаимодействия различных типов волн со слоем тяжелых частиц. В области 1 ($t = 0 \div 1500$) слой находится в покое до прихода ВР1. В области 2 ($t = 1500 \div 1900$) ВР1 взаимодействует с КР и приводит границу слоя в движение. Ускорение границы слоя завершается при формировании и установлении ВР2 и ВР3. В области 3 ($t = 1900 \div 2600$) слой движется с постоянной скоростью $u_{\text{КР}} = 0.014$, о чем свидетельствует постоянный наклон линий в интервале 3 (см. рис. 4). Данное стационарное движение продолжается до прихода отраженной от жесткой стенки ВР4. В области 4 ($t = 2600 \div 3200$) слой начинает тор-

мозиться в процессе взаимодействия с ВР4 и к моменту $t = 3200$ останавливается, при этом $x_S = 66.8$ мм. В области 5 ($t = 3200 \div 3564$) граница слоя движется в обратном направлении. К моменту $t = 3564$ границу слоя догоняет трансформированная УВЗ, что приводит к значительному увеличению скорости движения границы КР. В области 6 ($t = 3564 \div 4400$) граница КР движется с постоянной скоростью $u_{\text{КР}} = -0.025$, это также видно по постоянному наклону линий на этом участке. За указанный интервал времени УВ догоняет задний фронт ВС1, взаимодействует с отраженными от жесткой стенки передней и средней частями ВС2 и отражается от жесткой границы. К моменту $t = 4400$ к границе КР подходит отраженная от жесткой границы передняя часть ВС2 и взаимодействует с КР, что приводит к постепенному замедлению движения границы слоя. Область 7 начинается с $t = 4400$ и завершается при $t = 4530$ с приходом отраженной от жесткой стенки УВ6, которая меняет направление движения границы КР на противоположное, т. е. КР движется вслед за проходящей УВ7. В области 8 ($t = 4530 \div 5150$) увеличивается толщина слоя до момента прихода отраженной от жесткой стенки передней кромки ВР11. В области 9 ($t > 5150$) движение границы КР постепенно замедляется, что вызвано отражением ВР11 от КР волной сжатия (ВС5). При $t = 5550$ происходит остановка КР ($x_S = 60.8$), а затем граница меняет направление движения на противоположное.

С уменьшением толщины слоя засыпки частиц H до $40 \div 30$ мм происходит уменьшение области 3 вплоть до ее полного исчезновения при $H \cong 20$ мм, а затем при $H < 20$ мм наблюдается сужение зон 1, 4, что приводит к уменьшению высоты подъема слоя пыли (табл. 1). При увеличении толщины слоя ($H = 75, 100$ мм) высота подъема слоя h достигает критического значения, наступление которого обусловлено приходом трансформированной УВЗ к КР.

В табл. 1 представлена зависимость параметров слоя (высота подъема слоя частиц h ; время начала взаимодействия центрированной ВР1 с границей слоя $t_{\text{н}}$; время завершения подъема и остановка КР $t_{\text{к}}$; продолжительность подъема слоя Δt ; скорость подъема границы слоя V_c) от начальной толщины слоя H , перепада давления на мембране ΔP и положения мембраны в ударной трубе. Для удоб-

ства величины H и h представлены в размерном виде и измеряются в миллиметрах; перепад давления на мембране приведен в безразмерном и в размерном виде, времена представлены для сравнения в безразмерном виде, а скорость подъема слоя пыли — в размерном виде [м/с].

Из табл. 1 видно, что с увеличением толщины слоя увеличивается высота подъема слоя в ВР1. При этом взаимодействие ВР1 с КР начинается раньше, поскольку расстояние между мембраной и слоем в этом случае меньше, время подъема слоя (Δt) увеличивается до момента достижения УВЗ движущегося слоя газа и твердых частиц, и, наконец, с ростом толщины слоя увеличивается скорость подъема слоя пыли.

Уменьшение длины КНД при перепаде давления 0.708 (0.104 МПа), т. е. при переходе от варианта L к M , приводит к снижению высоты подъема слоя пыли, более позднему началу взаимодействия ВР1 с границей слоя и большей продолжительности этого взаимодействия. Обусловлено это тем, что ширина ВР1 в варианте M больше, чем в варианте L . Здесь также видно, что в варианте M при $H = 50, 75, 100$ мм время подъема начинает уменьшаться вследствие прихода к границе слоя УВЗ, причем скорость подъема становится практически постоянной ($V_c \cong 4.1$ м/с).

С переходом к варианту S картина подъема слоя принципиально изменяется. Поскольку зоны с постоянными параметрами между ВР1 и УВЗ не существует, к слою подходит только передний фронт ВР1 и практически сразу же за ней, с небольшим опозданием, приходит УВЗ. Об этом свидетельствуют практически одинаковые значения высоты, времени и скорости подъема слоя.

При увеличении перепада давления с 0.708 до 1.089 (0.104 \div 0.160 МПа) все основные параметры границы слоя (высота, время и скорость подъема его границы) растут. Справедливо и обратное, т. е. при уменьшении перепада давления на мембране до 0.272 (0.040 МПа) уменьшаются и высота, и время, и скорость подъема границы КР.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ДАВЛЕНИЯ НА ТОРЦЕ В КВД

На рис. 5 представлены записи датчика давления, установленного на левой жесткой

Таблица 1

Параметры границы слоя

ΔP	Вариант	Параметр	H , мм						
			10	20	30	40	50	75	100
1.089 (0.160 МПа)	L	h , мм	2.6	8.1	13.9	19.7	25.6	36.8	37.5
		t_H	1609.27	1599.11	1588.95	1578.79	1568.63	1543.22	1517.81
		t_K	2080.08	2335.94	2646.63	2951.64	3322.38	3524.47	3495.38
		Δt	470.81	736.83	1057.68	1372.85	1753.75	1981.25	1977.57
		V_c , м/с	1.933	3.848	4.600	5.022	5.110	6.501	6.637
	M	h , мм	2.8	7.2	13.5	17.6	19.2	19.2	19.2
		t_H	2116.76	2106.62	2096.48	2086.34	2076.19	2050.84	2025.48
		t_K	2845.21	2919.46	3261.27	3249.43	3237.71	3209.14	3180.75
		Δt	728.45	812.84	1164.79	1163.09	1161.52	1158.30	1155.27
		V_c , м/с	1.345	3.100	4.057	5.296	5.786	5.802	5.817
	S	h , мм	0.9	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
		t_H	2623.51	2613.38	2603.25	2593.12	2582.99	2557.67	2532.34
		t_K	2818.63	2811.54	2801.10	2790.66	2780.22	2754.12	2728.02
		Δt	195.12	198.16	197.85	197.54	197.23	196.45	195.68
		V_c , м/с	1.614	1.766	1.769	1.772	1.775	1.782	1.789
0.708 (0.104 МПа)	L	h , мм	2.2	5.8	9.5	13.2	16.8	25.1	25.7
		t_H	1612.14	1601.97	1591.80	1581.63	1571.46	1546.03	1520.60
		t_K	1955.07	2227.82	2531.00	2848.39	3087.69	3533.28	3505.48
		Δt	342.93	625.85	939.20	1266.76	1516.23	1987.25	1984.88
		V_c , м/с	2.245	3.244	3.540	3.647	3.878	4.421	4.532
	M	h , мм	1.9	5.5	9.1	12.4	13.2	13.2	13.2
		t_H	2120.09	2109.94	2099.79	2089.64	2079.49	2054.11	2028.72
		t_K	2540.21	2826.21	3071.36	3201.28	3190.10	3162.75	3135.38
		Δt	420.12	716.27	971.57	1111.64	1110.61	1108.64	1106.66
		V_c , м/с	1.583	2.688	3.278	3.904	4.160	4.167	4.175
	S	h , мм	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7	0.7
		t_H	2627.25	2617.12	2606.98	2596.84	2586.70	2561.36	2536.01
		t_K	2782.04	2770.46	2760.04	2749.61	2739.19	2713.12	2687.05
		Δt	154.79	153.34	153.06	152.77	152.49	151.76	151.04
		V_c , м/с	1.583	1.598	1.601	1.604	1.607	1.614	1.622
0.272 (0.040 МПа)	L	h , мм	1.1	2.5	3.8	5.1	6.5	10.0	10.5
		t_H	1619.62	1609.44	1599.25	1589.06	1578.87	1553.39	1527.91
		t_K	1848.29	2143.44	2362.35	2596.08	2874.04	3553.83	3528.86
		Δt	228.67	534.00	763.10	1007.02	1295.17	2000.44	2000.95
		V_c , м/с	1.684	1.639	1.743	1.773	1.757	1.750	1.837
	M	h , мм	1.1	2.4	3.7	5.1	5.4	5.4	5.4
		t_H	2128.44	2118.28	2108.11	2097.94	2087.77	2062.35	2036.93
		t_K	2404.02	2624.90	2858.85	3137.53	3132.94	3106.91	3080.88
		Δt	275.58	506.62	750.74	1039.59	1045.17	1044.56	1043.95
		V_c , м/с	1.397	1.658	1.725	1.717	1.808	1.809	1.810
	S	h , мм	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3
		t_H	2636.37	2626.22	2616.07	2605.92	2595.76	2570.38	2545.00
		t_K	2710.27	2699.98	2689.68	2679.39	2669.10	2643.36	2617.62
		Δt	73.90	73.76	73.61	73.47	73.34	72.98	72.62
		V_c , м/с	1.421	1.424	1.426	1.429	1.432	1.439	1.446

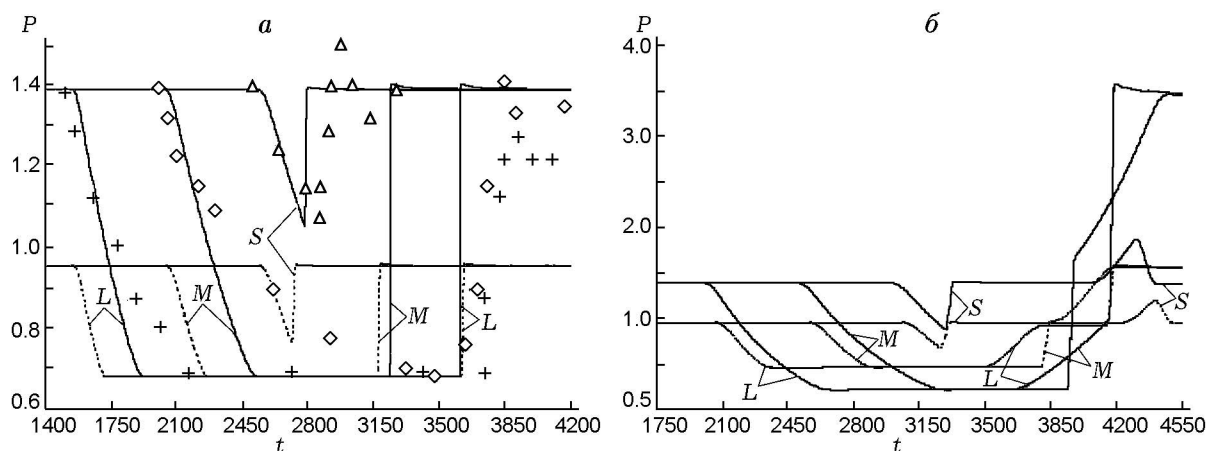


Рис. 5. Поведение давления на жесткой границе в отсутствие слоя (а) и со слоем (б): точки — эксперимент [7]: + — вариант L, \diamond — вариант M, Δ — вариант S

стенке, в зависимости от размера камер высокого и низкого давления, разности перепадов давлений на мембране, разделяющей эти камеры. Рассмотрены случаи наличия слоя частиц вблизи жесткой стенки (вариант В) и его отсутствия (вариант А).

1. Отсутствие слоя частиц вблизи жесткой стенки в КВД (рис. 5, а).

Перепад давления на мембране составляет $\Delta P = 0.708$ (0.104 МПа). В варианте L ($x_M = 1570$) передний фронт ВР1, распространяющейся со скоростью y_0 , достигает торца к моменту времени $t_n = 1545.84$, а задняя часть ВР1, распространяющаяся со скоростью y_1 , отражается от жесткой стенки к моменту $t_k = 1915.69$. Таким образом, относительная ширина зоны контакта ВР1 с жесткой стенкой составляет $\Delta t = t_k - t_n = 369.85$ (табл. 2). После ухода отраженной от жесткой границы ВР2 в окрестности жесткой стенки устанавливается равновесное давление $P_{eq} = 0.679$ до прихода УВ. Интервалы времени (Δt_{const}), в течение которых сохраняются эти параметры, представлены в табл. 3. После прихода УВ и отражения ее от жесткой стенки датчик давления регистрирует небольшой всплеск давления до $P_{max} = 1.401$, а затем оно убывает до следующего значения $P_{new} = 1.388$.

В варианте M ($x_M = 2070$) ВР1 доходит до жесткой стенки позже (к моменту $t_n = 2044.486$), а УВ — раньше ($t_{yB} = 3309.24$). Этого и следовало ожидать, так как мембрана переместилась на 0.5 м дальше от жесткой границы и стала на 0.5 м ближе к жесткой стенке в точке x_K . Наконец, в варианте S

($x_M = 2570$) ВР1 достигает жесткой стенки еще позже (к моменту $t_n = 2543.76$), а УВ — еще раньше ($t_{yB} = 2790.23$). При этом не успевает произойти полного взаимодействия ВР1 с жесткой границей, а давление не успевает достичь равновесного значения $P_{eq} = 0.679$ и достигает только $P_{min} = 1.051$.

При уменьшении перепада давления на мембране до $\Delta P = 0.272$ (0.04 МПа) ширина и амплитуда взаимодействующей с жесткой стенкой ВР1 уменьшаются. Отметим, что снижение перепада давления на мембране привело к изменению соотношений перепадов давлений на жесткой стенке в ВР1 и в УВ. Так, при $\Delta P = 0.708$ перепад в ВР1 составлял 0.708, а в УВ — 0.722, при $\Delta P = 0.272$ перепад 0.272 и 0.279 соответственно. В варианте S значение P_{min} уменьшилось до 0.763.

На рис. 5, а также нанесены экспериментальные данные работы [7]. Экспериментальные точки и результаты расчета, полученные по предлагаемой математической модели, согласуются по времени достижения волной разрежения жесткой стенки. Видно, что расчетные параметры течения удовлетворительно описывают динамику взаимодействия волны разрежения с жесткой стенкой.

2. Вблизи жесткой стенки в КВД имеется слой шириной 50 мм (рис. 5, б).

Рассмотрим вначале течение, в котором перепад давлений на мембране составляет $\Delta P = 0.708$. Наличие слоя приводит к более длительному движению ВР3 к жесткой стенке, а также к увеличению ширины зоны взаимодействия ВР3 с жесткой границей (см. табл. 2).

Таблица 2

Относительная ширина волны разрежения (Δt)

Условие	Параметр	$\Delta P = 0.708$			$\Delta P = 0.272$		
		L	M	S^*	L	M	S^*
Без экранирующего слоя	t_n	1545.84	2 044.48	2 543.76	1 553.43	2 052.07	2 546.74
	t_k	915.69	2 523.72	2 782.93	1 717.73	2 260.92	2 688.98
	Δt	369.85	479.24	239.17	164.30	208.85	142.24
	P_{eq}	0.679		1.051	0.679		0.763
В присутствии экранирующего слоя	t_n	2 006.32	2 506.77	3 007.42	2 067.18	2 568.02	3 069.02
	t_k	2 671.11	3 281.33	3 288.05	2 363.39	2 909.42	3 261.96
	Δt	664.79	774.56	280.63	296.21	341.40	192.94
	P_{eq}	0.213		0.884	0.458		0.677

Таблица 3

Время действия постоянных параметров в окрестности жесткой стенки

Условие	Параметр	$\Delta P = 0.708$			$\Delta P = 0.272$		
		L	M	S^*	L	M	S^*
Без экранирующего слоя	t_{yB}	3 610.98	3 239.29	2 790.23	3 624.63	3 178.89	2 697.69
	Δt_{const}	1 695.29	715.57	—	1 906.90	917.97	—
	P_{new}	1.388			0.952		
В присутствии экранирующего слоя	t_{yB}	4 179.18	3 964.71	3 312.47	4 169.99	3 826.23	3 289.10
	Δt_{const}	954.18	683.38	—	1 101.79	916.81	—
	t^*	3 625.29	3 974.99	—	3 465.18	3 859.88	—
	P^*	0.996	1.636	—	0.914	0.970	—
	P_{new}	3.472	3.449	1.143	1.560		0.953

Особый интерес вызывает появление области взаимодействия волны сжатия BC1 с жесткой стенкой. Именно это взаимодействие мы будем анализировать ниже более подробно. В варианте L в момент времени $t^* = 3 625.29$ к жесткой границе подходит BC1 и давление на жесткой преграде возрастает до $P^* = 0.996$. Затем в момент времени $t_{yB} = 4 179.18$ давление резко возрастает до 3.567 в пришедшей УВ5 и через некоторое время устанавливается на значении $P_{new} = 3.472$. В варианте M к жесткой границе вначале подходит УВ5 и давление на стенке скачком возрастает до $P^* = 1.636$, а затем оно плавно увеличивается в BC1 до значения $P_{new} = 3.449$. В варианте S поведение давления на жесткой стенке качественно аналогично рассмотренному выше, но $P_{min} = 0.884$, а

$P_{new} = 1.143$. Дальнейшее изменение происходит только после $t > 4 000$.

Рассмотрим далее течение, в котором перепад давлений на мембране составляет $\Delta P = 0.272$. Датчик давления на жесткой стенке регистрирует падение давления после прихода ВРЗ во всех вариантах, при этом сохраняются характерные для них особенности. Но дальнейший механизм взаимодействия имеет отличия.

В варианте L регистрируется повышение давления в BC1 до $P^* = 0.914$, при этом ширина зоны взаимодействия BC1 с жесткой границей составляет 332.63, затем появляется плато с постоянным давлением P^* и протяженностью от $t = 3 797.81$ до $t_{yB} = 4 169.99$. За плато следует резкий скачок, вызванный приходом УВ5. За ним давление возрастает до $P_{max} = 1.577$, и

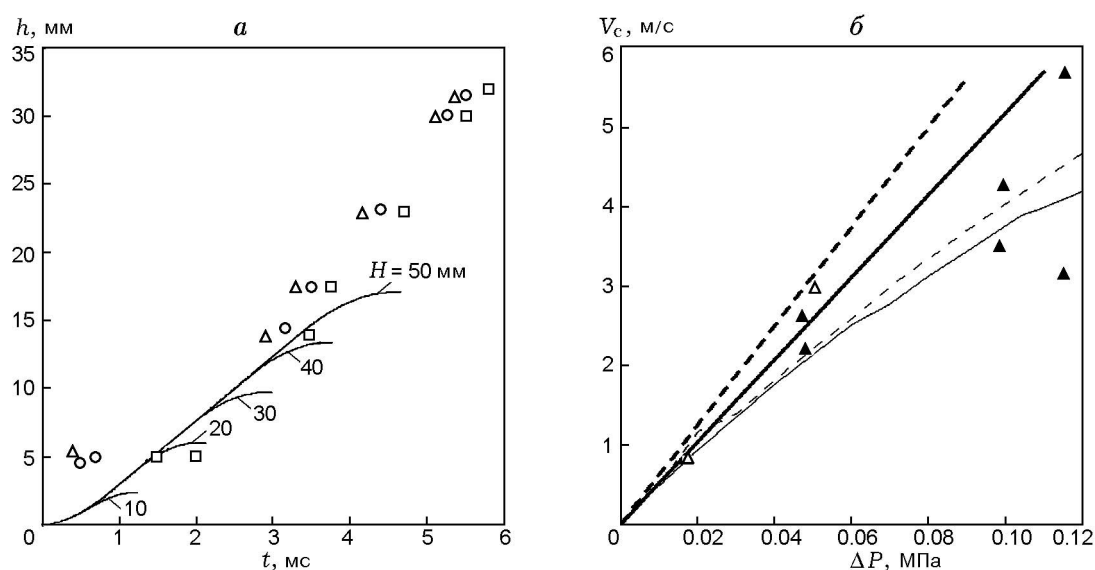


Рис. 6. Верификация математической модели:

a: точки — эксперимент: Δ — концентрация частиц 0.06 кг/м^3 , \circ — 0.233 кг/м^3 , \square — 1.109 кг/м^3 ;
б: точки — эксперимент: Δ — $P_{0\text{квд}} = 0.140 \text{ МПа}$, \blacktriangle — 0.204 МПа ; толстые линии — расчет [7]: штриховая — $\Delta P = 0.140 \text{ МПа}$, сплошная — 0.204 МПа ; тонкие линии — предлагаемая модель: сплошная — вариант *L*, штриховая — вариант *M*

далее смесь приходит в промежуточное состояние равновесия с давлением $P_{new} = 1.560$.

В варианте *M* на стенке происходит резкий скачок давления в УВ5 до $P^* = 0.970$. Затем наблюдаются небольшое плато и плавное нарастание давления в ВС1 до $P_{new} = 1.560$. В варианте *S* давление на жесткой стенке убывает в ВР3 до $P_{\min} = 0.677$, а далее резко возрастает в УВ5 до $P_{new} = 0.953$.

ВЕРИФИКАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Проведено сравнение результатов численных расчетов, выполненных по предложенной математической модели, с экспериментальными данными, полученными в работе [7].

Динамика подъема слоя. На рис. 6, *a* представлена зависимость изменения координаты границы слоя h от времени. На расчетной кривой хорошо видны области ускорения слоя, установившегося подъема и замедления подъема для различных толщин слоя $H = 10 \div 50 \text{ мм}$ с шагом 10 мм . Экспериментальные точки соответствуют толщине слоя засыпки $H = 50 \text{ мм}$. Как видно из рис. 6, *a*, начальная стадия подъема хорошо описывается предложенной теорией до момента прихода к границе слоя отраженной от торца ударной трубы ВР4. Для описания второй стадии подъема, возмож-

но, необходим учет скоростной неравновесности частиц и газа в слое.

Влияние начального перепада давления на мембране. На рис. 6, *б* приведена зависимость скорости подъема слоя от перепада давления в камерах высокого и низкого давления (см. рис. 1). Представлены данные двух серий экспериментов, а также теоретические оценки, сделанные в работе [7], которые можно считать оценками сверху. На рисунке приведены также результаты расчетов, выполненных с помощью предлагаемой математической модели. При этом замерялась полная высота подъема слоя (см. рис. 6, *a* или табл. 1) и делилась на время подъема Δt . Видно, что результаты расчетов по модели находятся в соответствии с экспериментальными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Федоров А. В. Смесеобразование при распространении волновых процессов в газозвесах (обзор) // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, № 1. С. 21–37.
2. Федоров А. В., Федорченко И. А. Расчет подъема пыли за скользящей вдоль слоя ударной волной. Верификация модели // Физика горения и взрыва. 2005. Т. 41, № 3. С. 110–120.
3. Федоров А. В., Леонтьев И. В. Разлет сжатой стратифицированной концентрирован-

- ной смеси // Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42, № 2. С. 70–79.
4. **Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И.** Модифицированный метод «крупных частиц» для расчета нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1977. Т. 17, № 6. С. 1531–1544.
 5. **Федоренко Р. П.** Применение разностных схем высокой точности для численного решения гиперболических уравнений // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1962. Т. 2, № 6. С. 1122–1128.
 6. **Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н.** Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М.: Наука, 1968.
 7. **Medvedev S. P., Geng J. H., Gronig H.** Shock tube study of dust layer dispersion by rarefaction wave // Proc. of the 5th Intern. Colloq. on Dust Explosions. Warsaw, 1993. P. 311–320.

Поступила в редакцию 24/X 2006 г.
