ПМТФ, № 5, 1965

К ТЕОРИИ ИМПУЛЬСНЫХ РАЗРЯДОВ В ЖИДКОЙ СРЕДЕ

В. В. Арсентьев

(Новочеркасск)

Для подводных разрядов в первой четверти периода зависимость электрической мощности от времени близка к линейной. Получены уравнения баланса энергии, числа частиц и скорости расширения канала в таких условиях. Показано, что имеет место установившийся режим расширения канала и движения ударной волны с неизменными значениями характеристик и найдены эти значения.

1. Протекание импульсного разряда в жидкой среде сопровождается поступлением частиц жидкости внутрь канала. Канал является системой с переменным числом частиц. Об этом свидетельствуют исследования электрического взрыва проволочек под водой [1], а также тот факт, что давление в расширяющемся канале некоторое время остается постоянным при незначительном изменении температуры плазмы [2].

Поступление частиц обусловлено прогревом жидкости на периферии канала. Прогрев осуществляется главным образом за счет столкновений частиц плазмы и жидкости; вклад излучения и рекомбинаций с участием третьих частиц не может быть значительным. Вследствие прогрева между плазмой и жидкостью возникает газовая прослойка, частицы из нее поступают в канал, где подвергаются дальнейшему нагреву, диссоциации и частичной ионизации.

Скорость поступления частиц в канал пропорциональна скорости передачи энергии столкновениями на периферии канала и обратно пропорциональна энергии газообразования на одну частицу. Для скорости передачи энергии от i-й компоненты плазмы можно написать

$$\varepsilon_i' = \frac{N_i u_i \Delta\varepsilon_i}{2a}, \qquad \Delta\varepsilon_i = \frac{4mm_i kT}{(m+m_i)^2} \tag{1.1}$$

Здесь N_i — число частиц i-й компоненты, u_i — средняя тепловая скорость, m и m_i — массы молекулы жидкости и частицы плазмы, a — радиус канала, $\Delta\varepsilon_i$ — средняя энергия, передаваемая при столкновении. Из (1.1) и газокинетической формулы $z = {}^1/_4 uN/V$, определяющей число столкновений молекул с единичной площадкой за единицу времени, для скорости поступления частиц следует

$$N' = \frac{\varkappa\varepsilon'}{q} = 4\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{\varkappa m k^{3/2} N T^{3/2}}{qa} \sum_i \frac{\nu_i m_i^{1/2}}{(m+m_i)^2} \tag{1.2}$$

Здесь q — теплота газообразования на одну частицу.

Теоретический расчет коэффициента $\varkappa$ малонадежен, ибо связан с принятием весьма произвольных допущений. Для определения этого коэффициента может быть использована любая экспериментальная работа, позволяющая построить кривую мощности разряда и определить какуюлибо характеристику канала. Из анализа экспериментальных данных работы [2] имеем $\varkappa = {}^1/_{24}$.

2. Энергия, выделяемая из контура в канал подводной искры, расходуется на увеличение внутренней энергии канала, образование ударной волны и излучение; потери на излучение невелики. Анализ осциллограмм токов и напряжений разряда свидетельствует, что в течение первой четверти периода зависимость электрической мощности от времени близка к линейной [3]

$$w_e = \gamma t \tag{2.1}$$

При небольших степенях ионизации средняя энергия на частицу плазмы

$$\varepsilon = {}^3/_2 kT + \varepsilon_d / \nu$$

где ν — число атомов в молекуле жидкости, ε_d — энергия диссоциации молекулы. Тогда изменение внутренней энергии канала в единицу времени выразится в виде

$$w_i = (N\varepsilon)' = {}^3/_2 kN'T + {}^3/_2 kNT' + N'\varepsilon_d / \nu \tag{2.2}$$

Для мощности, передаваемой ударной волне, имеет место выражение

$$w_g = \frac{NkTV_a'}{V_a} = \frac{2ka'NT}{a} \tag{2.3}$$

Здесь a' — скорость расширения канала. Из уравнений теории ударных волн следует, что половина этой мощности расходуется на сжатие жидкости и половина — на ее движение. Соотношения (1.2), (2.1), (2.2) и (2.3) приводят к уравнениям

$$N' = \frac{\nu\gamma}{\varepsilon_d} t - \frac{3k\nu}{2\varepsilon_d} (NT)' - \frac{2k\nu}{\varepsilon_d} \frac{a'}{a} (NT) \tag{2.4}$$

$$N'N^{1/2} = \frac{1}{6} \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \frac{mk^{3/2}}{q} \sum_i \frac{\nu_i m_i^{1/2}}{(m + m_i)^2} \frac{(NT)^{3/2}}{a}$$

Система (2.4) содержит три неизвестных функции (N, NT, a) и должна замыкаться гидродинамическими уравнениями.

3. Гидродинамические уравнения в общей форме с условиями на границе канала и на фронте ударной волны не могут быть использованы для решения задачи вследствие их высокой нелинейности.

Упрощающим фактором является экспериментально установленное постоянство скорости расширения канала в первой четверти периода [2]. При расширении канал разряда действует на жидкость подобно расширяющемуся цилиндрическому поршню. Автомодельные задачи о движении среды, вытесняемой поршнем, рассмотрены в ряде работ [4,6]. В автомодельных задачах переход к безразмерным переменным преобразует уравнения гидродинамики в систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Однако даже для постоянной скорости расширения поршня в воде эти уравнения не могут быть проинтегрированы в аналитической форме.

В таких условиях необходим еще один упрощающий фактор, в качестве которого можно принять несжимаемость жидкости между каналом и ударным фронтом. В этой области жидкость сжата действием ударной волны, и последующие изменения плотности могут не приниматься в расчет [2].

Интегрирование гидродинамических уравнений (в предположении несжимаемости) приводит к уравнению для поля давлений в виде

$$p = p_a + \frac{\rho_0}{1 - a^2 / R^2}\left[\frac{a'^2}{2}\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + (aa'' + a'^2)\ln\frac{a}{r}\right] \tag{3.1}$$

где p_a — давление в канале, ρ_0 — плотность невозмущенной жидкости, R — радиальная координата ударного фронта.

Движение границы канала непосредственно связано с распространением фронта ударной волны. Ежесекундный импульс, передаваемый каналом окружающей жидкости, равен изменению количества движения жидкости между ударным фронтом и каналом. Интеграл импульса для жидкости в этой области обрезается радиальной координатой ударного фронта, что устраняет расходимость интеграла.

Выражение для интеграла импульса имеет вид

$$\frac{d}{dt}\int_a^R \frac{2\pi\rho_0 u r dr}{1 - a^2/R^2} = 2\pi a p_a \tag{3.2}$$

здесь u — скорость частиц жидкости. Из (3.2) следует

$$p_a = \frac{\rho_0}{1 - a^2 / R^2}\left[(aa'' + a'^2)\frac{1 - a/R}{a/R} + a'^2\,\frac{1 - a'/D}{a'/D}\right] \tag{3.3}$$

Решение автомодельной задачи о движении среды под действием расширяющегося с постоянной скоростью поршня приводит к выводу, что возникающая при этом ударная волна также распространяется с постоянной скоростью и характеризуется постоянным давлением на фронте. Экспериментальные данные об ударных волнах, образуемых подводными разрядами, подтверждают постоянство скорости фронта при постоянной скорости расширения канала [2]. Это позволяет в (3.1) и (3.3) принять $a'' = 0$, $a / R = a' / D$, что после разложения логарифма дает

$$p_ф = p_a + \frac{\rho_0 a'^2}{2} - \frac{2\rho_0 a'^2}{(1 + a'/D)^2}, \qquad p_a = \frac{2\rho_0 a' D}{1 + a'/D} \tag{3.4}$$

Из первого уравнения (3.4) следует, что при расширении канала с постоянной скоростью давление на ударном фронте меньше, чем в канале. Из уравнений Рэнкина — Гюгонио и уравнения неразрывности несжимаемой жидкости могут быть получены формулы

$$uD = \frac{p_ф}{\rho_0}, \qquad u = \frac{aa'}{R} = \frac{a'^2}{D}, \qquad \text{или} \qquad \frac{p_ф}{\rho_0} = a'^2 \tag{3.5}$$

(u — скорость частиц на фронте волны)

Подстановка (3.5) в (3.4) приводит к получению двух квадратных уравнений относительно скорости фронта D, сравнение коэффициентов в них дает уравнение для определения скорости расширения канала

$$a'^4 + \frac{p_a}{2\rho_0}a'^2 - \frac{p_a^2}{\rho_0^2} = 0, \qquad \text{или} \qquad a' = 0.8\left(\frac{p_a}{\rho_0}\right)^{1/2}$$

4. Давление в канале может быть выражено в виде

$$p_a = \frac{kNT}{\pi a^2 l}$$

Отсюда, с учетом (3.6) и постоянства скорости расширения, следует

$$NT = \frac{1.6\pi\rho_0 l a'^4 t^2}{k} \tag{4.1}$$

Решая систему (2.4) относительно NT и приравнивая (4.1), получим уравнение для a'

$$\gamma \left\{5k + 2\,\frac{\varepsilon_d}{\nu}\left[\frac{1}{12}\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2}\frac{mk^{3/2}}{qa'}\sum_i \frac{\nu_i m_i^{1/2}}{(m+m_i)^2}\right]^{2/3}\right\}^{-1} = \frac{1.6\pi\rho_0 l a'^4}{k} \tag{4.2}$$

В знаменателе левой части (4.2) можно пренебречь вторым членом; тогда

$$a' = \left(\frac{1}{8\pi\rho_0}\gamma_1\right)^{1/4} \qquad \left(\gamma_1 = \frac{\gamma}{l}\right) \tag{4.3}$$

после чего из решения (2.4) может быть получена температура плазмы в канале

$$T = f^{2/3}(\gamma_1)^{1/6}, \qquad f = 6.5q\left(mk^{3/2}\rho_0^{1/4}\sum \frac{\nu_1 m_i^{1/2}}{(m+m_i)^2}\right)^{-1} \tag{4.4}$$

Из (4.4) следует, что температура плазмы остается постоянной при линейном возрастании мощности, выделяемой из контура в канал. Для применяемых в импульсной технике разрядов отношение γ_1 изменяется в пределах $3\cdot 10^{13}$ — $3\cdot 10^{15}$ *вт / сек·м*, при этом достигаются температуры 10^4 — $2\cdot 10^4$ °K. Посредством снижения индуктивности контура до 0.26 *мкгн* в работе [1] было получено $\gamma_1 = 1.3\cdot 10^{16}$ *вт / сек·м*, чему соответствует расчетная температура $2{,}72\cdot 10^4$ °K. Температура канала относительно слабо зависит от γ_1. Этим объясняется тот факт, что затормаживание разряда введением индуктивности не сопровождается значительным снижением температуры.

Решение системы (2.4) дает для числа частиц в канале N

$$N = \frac{(\gamma_1)\, lt^2}{2\varepsilon_d/\nu + 5kf^{2/3}(\gamma_1)^{1/6}} \tag{4.5}$$

и для плотности потока частиц на границе канала следующее выражение

$$j_N = \left(\frac{8\rho_0}{\pi^3}\right)^{1/4} \frac{(\gamma_1)^{3/4}}{2\varepsilon_d/\nu + 5kf^{2/3}(\gamma_1)^{1/6}} \tag{4.6}$$

Согласно (4.6), плотность потока частиц в канал велика и имеет порядок 10^{24} — 10^{26} *сек*$^{-1}$*см*$^{-2}$. Для плотности частиц в канале из (4.3) и (4.5) следует

$$n = \frac{1.8\,\rho_0^{1/2}(\gamma_1)^{1/2}}{2\varepsilon_d/\nu + 5kf^{2/3}(\gamma_1)^{1/6}} \tag{4.7}$$

В соответствии с (4.7), при линейном возрастании импульса электрической мощности плотность частиц в плазме постоянна. Уменьшение плотности за счет расширения канала компенсировано притоком частиц через боковую поверхность. Плотность частиц имеет порядок 10^{20} — 10^{21} *см*$^{-3}$ и зависит от крутизны γ_1 сильнее, чем температура.

Для давления плазмы имеет место выражение

$$p_a = \frac{1.8\,\rho_0^{1/2} k f^{2/3} (\gamma_1)^{2/3}}{2\varepsilon_d / \nu + 5 k f^{2/3} (\gamma_1)^{1/6}} \tag{4.8}$$

При $\gamma_1 = \text{const}$ давление в канале не изменяется в процессе расширения, что является следствием постоянства температуры и плотности частиц. В обычных условиях порядок величин давления 10^2—10^3 *кг / см*^{2}, при большой крутизне импульса мощности могут быть получены бо́льшие значения. Давление зависит от γ_1 сильнее, чем плотность частиц, и значительно сильнее, чем температура. Поэтому в разрядах, заторможенных индуктивностью, при достаточно высоких температурах развиваются малые давления.

Из (4.3)—(4.8) следует, что при постоянной крутизне импульса электрической мощности имеет место установившийся режим расширения канала с постоянными значениями температуры, плотности частиц, давления плазмы и скорости расширения. При этом перед расширяющимся каналом движется фронт ударной волны с постоянной скоростью и давлением.

Такой режим (или близкий к нему) имеет место в подводных искрах от момента сформирования разрядного канала до момента достижения максимальной электрической мощности. В этот промежуток времени формируется фронт и прифронтовая область ударной волны. Установившимся характером расширения обусловлена трапецеидальная форма импульсов давления в ударной волне.

5. Для импульсного разряда в воде после подстановки в (4.3) — (4.8) числовых значений величин имеют место следующие расчетные формулы:

$$a' = 7.9\cdot 10^{-2}\gamma_1^{1/4}\ \textit{м / сек}, \quad T = 56\,\gamma_1^{1/6}\,°\text{K} \tag{5.1}$$

$$N = \frac{\gamma_1 l t^2}{4.3\cdot 10^{-19} + 3\cdot 9\cdot 10^{-21}\gamma_1^{1/6}}\ \text{частиц} \tag{5.2}$$

$$j_N = \frac{4\gamma_1^{3/4}}{4.3\cdot 10^{-19} + 3.9\cdot 10^{-21}\,\gamma_1^{1/6}}\ \textit{сек}^{-1}\textit{м}^{-2} \tag{5.3}$$

$$n = \frac{57\,\gamma_1^{1/2}}{4.3\cdot 10^{-19} + 3.9\cdot 10^{-21}\,\gamma_1^{1/6}}\ \textit{м}^{-3} \tag{5.4}$$

$$p_a = \frac{4.5\cdot 10^{-20}\,\gamma_1^{2/3}}{4.3\cdot 10^{-19} + 3.9\cdot 10^{-21}\,\gamma_1^{1/6}}\ \textit{н / м}^2 \tag{5.5}$$

В этих формулах $[\gamma_1]$ = *вт / сек·м*.

В табл. 1 приведены результаты вычислений для нескольких значений γ_1, имеющих место в импульсных установках при $l = 3$ *см*.

6. Постоянство значений скорости и давления ударной волны обеспечивается притоком энергии от канала к ударному фронту через сжатую жидкость.

Таблица 1

γ, *вт / сек*	l, *см*	γ_1, *вт / сек м*	a', *м / сек*	T, °K	N частиц, $t = 5$ *мксек*	j_N, *сек*$^{-1}$*см*$^{-2}$	n, *см*$^{-3}$	P_a, *кг / см*^{2}
10^{12}	3	$3.3\cdot 10^{13}$	188	10 000	$2.2\cdot 10^{19}$	$5\cdot 10^{24}$	$2.9\cdot 10^{20}$	400
$5\cdot 10^{12}$	3	$1.7\cdot 10^{14}$	280	13 000	$9.3\cdot 10^{19}$	$1.4\cdot 10^{25}$	$5.4\cdot 10^{20}$	1000
10^{13}	3	$3.3\cdot 10^{14}$	330	14 600	$1.7\cdot 10^{20}$	$2.2\cdot 10^{25}$	$7.0\cdot 10^{20}$	1500
$5\cdot 10^{13}$	3	$1.7\cdot 10^{15}$	500	19 000	$7.2\cdot 10^{20}$	$5.9\cdot 10^{25}$	$1.3\cdot 10^{21}$	3600
10^{14}	3	$3.3\cdot 10^{15}$	600	21 200	$1.3\cdot 10^{21}$	$9.0\cdot 10^{25}$	$1.7\cdot 10^{21}$	5000

Из (3.5) и (4.3) для давления на фронте ударной волны следует

$$p_{ф} = {}^{1}/_{5}\,\rho_0^{1/2}\gamma_1^{1/2} \tag{6.1}$$

Подстановка (3.5) в уравнение, полученное Кирквудом и Бете [7] для ударных волн в жидких средах

$$D = c_0 + {}^1/_4 (n + 1) u$$

позволяет получить уравнение для скорости ударного фронта D.

Решение уравнения имеет вид

$$D = \frac{c_0}{2}\left\{1 + \left[1 + \frac{0.4\,(n+1)}{\rho_0^{1/2} c_0^2}\gamma_1^{1/2}\right]^{1/2}\right\}, \qquad c_0 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s^{1/2} \qquad (6.2)$$

Здесь c_0 — скорость звука в невозмущенной среде, n — показатель в уравнении состояния среды.

В соответствии с (6.2) при установившемся режиме расширения канала скорость ударной волны обычно лежит в пределах 1600—2000 *м / сек*, слабо возрастая при увеличении γ_1.

После достижения максимума электрической мощности уменьшаются значения характеристик канала (T, n, p_d) и энергия, передаваемая ударному фронту, что приводит к уменьшению его скорости и давления.

Дальнейшее движение фронта определяется в основном условиями дивергенции энергии волны.

Если характеристики канала и давление на фронте ударной волны в режиме установившегося расширения зависят только от γ_1, то давление волны в удалении от канала, помимо γ_1, существенно зависит еще и от продолжительности возрастания импульса мощности τ.

В ряде случаев изменения параметров контура V, L, C, l могут приводить к противоположным изменениям величин γ_1 и τ; при таких изменениях параметров давление волны в удалении от канала не будет претерпевать существенных изменений, хотя характеристики канала могут значительно изменить свои значения.

После подстановки численных значений для воды формулы (6.1) и (6.2) принимают вид

$$p_ф = 6.4\,\gamma_1^{1/2}\ н\,/\,м^2 \qquad (6.3)$$

$$D = 7.5\cdot 10^2\,[1 + (1 + 4.4\cdot 10^{-8}\gamma_1^{1/2})^{1/2}]\ м/сек \qquad (6.4)$$

7. Как средство преобразования электрической энергии в энергию ударных волн подводные искры характеризуются электрогидродинамическим к. п. д., равным отношению энергии ударной волны к электрической энергии, введенной в канал из контура.

Из (2.1), (2.3), (4.4) и (4.5) при установившемся режиме расширения канала $\gamma_1 = \text{const}$ электрогидродинамический к. п. д. выразится в виде

$$\eta_g = \frac{2kf^{2/3}\gamma_1^{1/6}}{2\varepsilon_d\,/\,\nu + 5kf^{2/3}\gamma_1^{1/6}} \qquad (7.1)$$

Согласно (7.1), в обычных условиях η_g составляет 25—30%. В § 2 было отмечено, что половина энергии, переданной ударной волне, представлена в виде энергии сжатия жидкости, а половина — в виде кинетической энергии движения.

Для разрядов в воде после подстановки значений величин формула (7.1) принимает вид

$$\eta_g = \frac{1{,}6\cdot 10^{-21}\,\gamma_1^{1/6}}{4.3\cdot 10^{-19} + 3{,}9\cdot 10^{-21}\,\gamma_1^{1/6}} \qquad (7.2)$$

Уравнения (7.1) и (7.2) определяют η_g только для восходящей части импульса электрической мощности и не могут быть применены для расчета к.п.д. разряда в целом. Преобразование электрической энергии в гидродинамическую форму имеет место в течение всего времени поступления энергии из контура. Помимо этого, в гидродинамическую форму преобразуется часть энергии парагазовой полости при протекании послеразрядных процессов.

В табл. 2 приведены результаты расчетов по (6.3), (6.4) и (7.2).

В работе [8] иным способом получена система уравнений для скорости расширения канала и давления в нем.

Таблица 2

γ_1, *вт / сек м*	$p_ф$, *кг / см²*	D, *м / сек*	η_g, %
$3.3 \cdot 10^{13}$	364	1600	24.2
$1.7 \cdot 10^{14}$	820	1690	26.8
$3.3 \cdot 10^{14}$	1150	1750	27.4
$1.7 \cdot 10^{15}$	2620	2000	30.2
$3.3 \cdot 10^{15}$	3640	2140	30.4

8. Степень соответствия результатов теории и экспериментальных данных ряда работ иллюстрируется табл. 3.

Таблица 3

Экспериментальная работа	Параметры цепи				γ, *вт / сек*	γ_1, *вт / сек м*	Измеряемая величина	Экспериментальное значение	Теоретическое значение	№ формулы для расчета
	V, *кв*	C, *мкф*	L, *мкгн*	l, *см*						
[1]	25	5.8	0,26	1.5	$1.9 \cdot 10^{14}$	$1.3 \cdot 10^{16}$	T, °K	30.000	27.200	(5.2)
[2]	40	2.7	7	1.5	$1.3 \cdot 10^{12}$	$8.6 \cdot 10^{13}$	a', *м/сек*	200	240	(5.1)
[2]	40	2.7	7	1.5	$1.3 \cdot 10^{12}$	$8.6 \cdot 10^{13}$	D, *м/сек*	1600	1630	(6.6)
[8]	6	150	2	7	2.10^{12}	$2.8 \cdot 10^{13}$	a', *м/сек*	140	180	(5.1)

Автор благодарит Н. А. Роя и Д. П. Фролова за представление ряда экспериментальных сведений.

Поступила 4 V 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Martin E. Experimental Investigation of a High-Energy Density, High-Pressure Arc Plasma. J. Appl. Phys., 1960. vol. 31, № 2, p. 255.
2. Скворцов Ю. В., Комельков В. С., Кузнецов Н. М. Расширение канала искры в жидкости. Ж. техн. физ., 1960, т. 30, № 10, стр. 1165.
3. Рой Н. А., Фролов Д. П. Об электроакустическом к. п. д. искрового разряда Докл. АН СССР, 1958, т. 118, № 4, стр. 683.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, изд. 4-е. Гостехиздат, 1957.
5. Крашенинникова Н. Л. О неустановившемся движении газа, вытесняемого поршнем. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 8.
6. Кочина Н. Н., Мельникова Н. С. О расширении поршня в воде. ПММ, 1959, т. 23, вып. 1.
7. Р. Коул. Подводные взрывы. Изд. иностр. лит., 1950.
8. Иоффе А. И., Наугольных К. А., Рой Н. А. О начальной стадии электрического разряда в воде. ПМТФ, 1964, № 4, стр. 108.