

УДК 539.3

**ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД ВОКРУГ ВЫРАБОТОК
С УЧЕТОМ ВЕСОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК**

В. Е. Миренков

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: mirenkov@nisd.nsc.ru,
Красный проспект, 54, 630091, Новосибирск, Россия*

В практике расчета деформирования пород в окрестности выработки учет их веса определяется решением дополнительной задачи для “невесомого” массива. Вводится в рассмотрение некоторая содержащая выработку область, ограниченная плоскостью, на которой задается условие равенства нулю вертикальной компоненты смещений, обеспечивающей возможность расчета при учете перепада давления по высоте выработки. Это решение при соответствующем подборе граничных условий, сложенное с полем напряжений нетронутого массива, обеспечивает нулевые граничные условия на контуре будущей выработки, однако остаются открытыми вопросы правомерности задания краевых условий на нижней границе расчетной области. В работе представлена феноменологическая модель деформирования горных пород, отвечающая на эти вопросы. Учитывается, что действие веса пород в кровле выработки совпадает с направлением растягивающих напряжений на контуре, а в почве эти направления различны. Показана необходимость расширения рассматриваемого класса обратных задач механики горных пород задачами, в которых непосредственно учитывается вес пород.

Выработка, порода, пласт, уравнение, решение, вес, напряжения, смещения, обратные задачи

Вопросы определения зоны опорного давления, возникающего в пласте при отработке полезного ископаемого впереди очистного забоя, впервые обсуждались в работах [1, 2]. И хотя в них пласт полезного ископаемого предполагался абсолютно жестким с использованием идеальных связей на контакте с породой, эти работы привлекли к себе внимание специалистов и вызвали широкое обсуждение возможных новых механизмов и моделей возникновения опорного давления. Авторы в своих рассуждениях и модельных экспериментах анализировали ряд принципиальных аспектов, влияющих на напряженно-деформированное состояние пород вокруг выработок.

Богатый экспериментальный материал, изложенный во многих публикациях и диссертационных работах, тем не менее не позволил в полной мере объяснить механизм формирования опорного горного давления с последующим разрушением массива в динамических видах. Используемые модели обычно опирались на применение одних и тех же экспериментальных данных, однако результаты их применения в расчетах существенно отличались друг от друга, являясь иногда взаимоисключающими. При этом почти каждая предложенная модель находила экспериментальное подтверждение для вводимых параметров, описывающих динамическое событие.

Численный эксперимент при решении сложных механико-математических задач в настоящее время широко используется наряду с физическим моделированием [3–9]. Однако применение расчетных методов часто связано со значительными трудностями в построении адекватных геомеханическим процессам математических моделей и их численных алгоритмов решения, с корректной формулировкой граничных условий, а также с необходимостью обоснования качества полученных результатов [6, 8–10].

Среди достаточно общих методов решения задач следует отметить методы: вариационный, конечных элементов (МКЭ), разностные, разделения переменных, интегральных преобразований, дискретных элементов. При всей их полезности и значимости этим методам присущи определенные недостатки, ограничивающие области применения. Здесь также важны не столько мощность применяемых ЭВМ и стоимость коммерческих программ, сколько разработка рациональных моделей, определяющих эффективность внедрения вычислительного эксперимента в механику горных пород [9].

Согласно [1, 2], постановка дополнительной задачи формулируется для горизонтального прямолинейного математического разреза в виде

$$\sigma_y^+ = -\gamma H, \quad \tau^+ = 0; \quad \sigma_y^- = -\gamma H, \quad \tau^- = 0,$$

где “±” обозначает соответственно верхний и нижний берега разреза.

Рассмотрим случай кусочно-однородного массива пород с выработкой, пройденной по пласту полезного ископаемого с модулем Юнга E_2 , коэффициентом Пуассона μ_2 и удельным весом γ_2 . Упругие характеристики и удельные веса пород кровли и почвы выработки будут соответственно E_1, μ_1, γ_1 и E_3, μ_3, γ_3 (рис. 1).

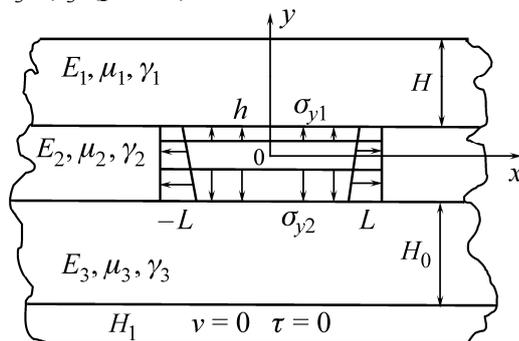


Рис. 1. Расчетная схема кусочно-однородного массива пород с выработкой: геометрические, физические и граничные условия

Принимая, аналогично [1, 2], линейный закон распределения сжимающих напряжений в нетронутом массиве пород, имеем

$$\sigma_y = -\gamma(H + h - y), \quad \sigma_x = -\lambda\gamma(H + h - y), \quad (1)$$

где γ — удельный вес пород; λ — коэффициент бокового отпора. Если мысленно вынуть из массива часть в форме выработки и заменить ее действие, согласно (1), усилиями

$$\sigma_{y1} = -\gamma H, \quad \sigma_{y2} = -\gamma(H + 2h) \quad (2)$$

и

$$\sigma_x = -\lambda\gamma(H + h - y), \quad -h \leq y \leq h, \quad (3)$$

то породы будут находиться в равновесии (покое). Для задачи о деформировании пород в окрестности выработки необходимо решение дополнительной задачи, которое в сумме с (2), (3) обеспечит нулевые значения напряжений на контуре и величины, определяемые (1) при $y = 0$ на бесконечности. Для этого достаточно решить “чисто” математическую задачу для невесомой плос-

кости с растягивающими значениями напряжений на контуре отверстия, имитирующего выработку, равными по модулю (2), (3). Усилия на контуре выработки длиной $2L$ и высотой $2h$ отвечают дополнительной задаче и исчезают на бесконечности (рис. 1). Однако формулировка задачи не закончена (в общем случае $\sigma_{y2} > \sigma_{y1}$), так как главный вектор внешних усилий отличен от нуля. Аналитического решения такой задачи нет, а при численном счете предполагается, что на достаточном расстоянии от выработки на линии H_1 можно сформулировать, например, такие условия:

$$v = 0, \quad \tau = 0, \quad (4)$$

которые обеспечивают равенство нулю главного вектора и численный счет в предположении заглубленности выработки ($H \gg h$). Однако отсутствует четкое обоснование относительно положения H_1 , так как главный вектор усилий σ_y на H_1 всегда равен $2L(\sigma_{y2} - \sigma_{y1})$. При любом значении H_0 напряжения $(\sigma_{y2} - \sigma_{y1})$ убывают пропорционально y^{-1} . В рамках теории упругости это убывание должно быть как y^{-2} , что исключает использование (4) при фиксированном H_0 . Учитывая результаты работы [9], разделим задачу о расчете напряженно-деформированного состояния на две, в которых массив пород с выработкой находится под действием либо вертикальной составляющей веса пород, либо горизонтальной соответственно:

$$\sigma_y = \gamma(H + h - y), \quad \sigma_x = 0, \quad (5)$$

$$\sigma_y = 0, \quad \sigma_x = \lambda\gamma(H + h - y). \quad (6)$$

Задача (5) требует условия (4), а задача (6) при условии (4) дает сильное искажение линейного поля, т. е. совместное их решение недопустимо. Представляется возможным найти решение общей задачи (5), (6) переходом к дополнительной задаче, не учитывающей изменение давления по высоте выработки.

Остановимся на формулировке дополнительной задачи. Простейший вариант ее решения — это предположение, что $H \gg h$ и $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$ (случай заглубленной выработки), т. е. случай плоскости с “отверстием”. Точного решения данной задачи не существует, поэтому были сделаны дальнейшие упрощения и предположено, что $h = 0$, т. е. рассмотрен математический разрез длиной $2L$ на оси x [1, 2]. В результате получено аналитическое решение, но несколько другой задачи, так как напряжения (2) — сжимающие и получить дополнительное решение для трещины невозможно. Обычно у сжимающих граничных условий (2) после решения меняют знак.

При рассмотрении проблемы учета веса пород ситуация аналогична той, что возникает в классических обратных задачах. Классический метод решения задач по определению деформирования в окрестности выработки не учитывает влияние веса пород. Из-за несовпадения расчета с натурными замерами смещений возникла необходимость учета влияния веса, для чего потребовалась дополнительная информация. Необходимо либо разработать новую механическую модель массива пород, учитывающую собственный вес, либо принять в расчет влияние веса по натурным замерам смещений кровли и почвы выработки, т. е. рассмотреть новый класс обратных задач по учету веса пород в процессе деформирования.

Для изотропного массива пород с выработкой допустим, что $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$ (рис. 2), т. е. деформирование симметрично в дополнительной задаче. При ее решении не учитывается вес пород и искомые смещения пород кровли и почвы выработки равны. Обозначим модуль этих смещений через v . Будем считать, что решение этой задачи найдено. Действие веса пород вызывает различия в смещениях кровли и почвы, наблюдаемые в натуральных условиях. Вес пород направлен вниз (рис. 2) и растягивает породы кровли, а породы почвы сжимает на величины, равные по модулю (обозначим их v_1). Для пород кровли получим полные смещения:

$$v_k = v + v_1, \quad (7)$$

а для пород почвы соответственно

$$v_{\text{п}} = v - v_1. \quad (8)$$

Из натуральных наблюдений известно, что

$$v_{\text{к}} = \kappa \cdot v_{\text{п}}, \quad (9)$$

где константа $\kappa > 1$. Подставляя (7), (8) в (9), имеем

$$v_1 = \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} v, \quad (10)$$

т. е. смещения пород кровли и почвы, вызываемые их весом, пропорциональны смещениям, полученным из математического решения (дополнительная задача). Окончательно из (7) и (8) следует:

$$v_{\text{к}} = \frac{2\kappa}{\kappa + 1} v, \quad v_{\text{п}} = \frac{2}{\kappa + 1} v, \quad (11)$$

а конвергенция пород кровли и почвы $v_{\text{к}} + v_{\text{п}} = 2v$, т. е. удвоенному математическому решению.

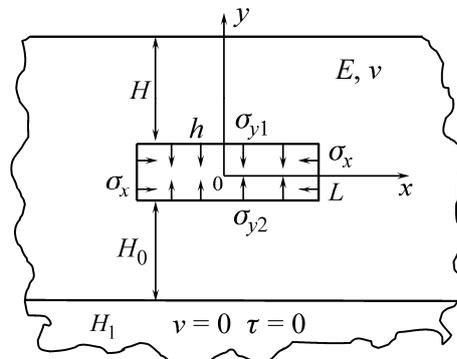


Рис. 2. Расчетная схема дополнительной задачи

Предлагаемый в работе метод является “феноменологическим”, т. е. определение необходимых параметров осуществляется экспериментально на макроскопических образцах. Параметр κ при этом также находится экспериментально. В рамках классической теории упругости это обратная задача, использующая дополнительную информацию о деформировании рассматриваемой области, что можно трактовать как обобщение классических некорректных задач на геометрические параметры, учитывающие вес. В этом методе полные смещения и полные напряжения в окрестности выработки напрямую однозначно не связаны. Аналогичная ситуация наблюдается и при классическом подходе, но в обоих случаях определяющая роль принадлежит дополнительной задаче.

Для сравнения возможности деформирования пород кровли и почвы с учетом веса пород выделим при $x = 0$ волокно вдоль оси y одинаковой длины H с жесткостью на растяжение и сжатие $E \cdot A$ (E — модуль Юнга, A — площадь сечения). В породах кровли направление действия $\sigma_{y1} = \gamma H$ и веса пород γy совпадают и удлинение волокна длины H составит

$$v_{\text{к}} = \int_0^H \frac{\gamma H + \gamma y}{E \cdot A} dy = \frac{3\gamma H^2}{2E \cdot A}. \quad (12)$$

Для пород почвы направление действия σ_{y2} и веса пород противоположны (см. рис. 2) и удлинение волокна будет таким:

$$v_{\text{п}} = \int_0^H \frac{\gamma(H + 2h) - \gamma y}{E \cdot A} dy = \frac{\gamma H(H + 4h)}{2E \cdot A}. \quad (13)$$

При выводе (13) учитывалось, что $\sigma_{y2} = \gamma(H + 2h)$ (при $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$ нужно положить $h = 0$). В результате отношение смещений пород кровли к смещениям пород почвы равно 3, т. е.

$$v_k = 3v_n, \quad (14)$$

что согласуется с (9). Соотношение (14) получено для изотропного массива пород с выработкой (см. рис. 2). В случае кусочно-однородного массива пород с выработкой, пройденной по пласту полезного ископаемого, упругие характеристики и удельные веса пород кровли и почвы приведены на рис. 1. Аналогично изотропному массиву для удлинения пород кровли имеем

$$v_k = \frac{3}{2} \frac{\gamma_1 H^2}{E \cdot A}, \quad (15)$$

а для пород почвы

$$v_n = \frac{\gamma_3 H^2}{2E_3 A}. \quad (16)$$

Окончательно для случая, представленного на рис. 1, согласно (13) при $h = 0$, получим

$$v_k = 3 \frac{E_3}{E_1} \frac{\gamma_1}{\gamma_3} v_n. \quad (17)$$

Для изотропного материала массива пород соотношение (17) переходит в (14).

Отдельно стоит вопрос о выборе длины волокна в породах кровли и почвы. При расчете их удлинения по формулам (12) и (13) принималось значение H . С одной стороны, величина H определяется напряжением в точке массива пород и ее можно принимать равной глубине заложения выработки, с другой — областью разгрузки пород кровли и почвы, т. е. максимальным линейным размером ее по высоте, после решения дополнительной задачи. Области разгрузки в породах кровли и почвы выработки по напряжениям одинаковы при $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$. В конечном счете для конкретизации можно брать H как глубину заложения выработки.

Рассмотрим вклад σ_x в коэффициент k . Выделяемое волокно в породах кровли под действием бокового распора нагружено касательными напряжениями

$$\tau_{тр} = f\sigma_x,$$

где f — коэффициент трения. По определению трение направлено против движения, поэтому добавка от

$$\tau_{тр} = f\lambda\gamma y$$

войдет под интегралом в числителе (12) и (13), а также в (15) и (16) со знаком минус. Тогда вместо (12) и (13) соответственно будем иметь

$$v_k = \frac{1.5\gamma H^2 - 0.5\lambda + \gamma H^2}{E \cdot A}, \quad v_n = \frac{0.5\gamma H^2 - 1.5\lambda f \gamma H^2}{E \cdot A} \quad (18)$$

или

$$v_k = \frac{1.5 - 0.5\lambda f}{0.5 - 1.5\lambda f} \cdot \frac{3 - \lambda f}{1 - 3\lambda f} v_n. \quad (19)$$

Как следует из (18), условие $1 - 3\lambda f = 0$ означает равенство нулю v_n , т. е. при $1 - 3\lambda f \leq 0$ поднятия пород почвы не происходит.

Полученные удлинения относятся к волокну с координатой $x = 0$, а при других значениях x необходимо учитывать поле напряжений дополнительного решения, влияющего на удлинение. В зоне опорного давления картина противоположна происходящему в выработке. В породах кровли собственный вес и опорное давление направлены в разные стороны, а в почве они совпадают и

направлены вниз, что обеспечивает различие смещений $v_k > v_n$ или $v_k = \kappa v_n$. Для $|x| > L$ возможность реализоваться собственному весу практически исключается, и только за счет деформации пласта может появиться возможность реализации веса на эту величину смещения, но опорное давление на пласт не меняется и равно рассчитанному из решения дополнительной задачи.

Если известны смещения $v_k(x)$ и $v_n(x)$, то приходим к теоретическим смещениям

$$v(x) = 0.5(|\sigma_k(x)| + |\sigma_n(x)|), \quad (20)$$

отвечающим математическому решению конкретной классической задачи (без учета веса пород) при $\sigma_{y1} = \gamma H$. Решая обратную задачу по смещениям (20), получаем значения напряжений на контуре выработки $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$, а не предполагая γH . На практике чаще всего известны замеры v_k и v_n в точке и приращения $v_k + \Delta v_k$ и $v_n + \Delta v_n$ за одно подвигание забоя. Полагая, что $v_k = \kappa v_n$ и $\Delta v_k = \kappa \Delta v_n$, последовательными приближениями уточняем κ и $\gamma H = \sigma_{y1}$. Необходимо отметить, что эта процедура применима для выработки небольшой протяженности. Дело в том, что на различия замеров v_k и v_n существенное влияние может оказывать возможное расслоение пород кровли. Если же замерять приращения смещений за одно подвигание забоя как $\Delta v_k = \kappa \Delta v_n$, где κ совпадает с значением κ , полученным до последнего подвигания забоя, то расслоения нет, в противном случае начинается расслоение.

Таким образом, для заглубленной выработки приходим к выводу, что точное решение дополнительной задачи можно получить в предположении $\sigma_{y1} = \sigma_{y2}$. Алгоритм расчета смещений и напряжений в окрестности выработки сводится к следующему. Определяются значения напряжений на контуре выработки (см. рис. 1) классическим способом:

$$\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = \gamma H, \quad \sigma_x = \lambda \gamma H. \quad (21)$$

Решается дополнительная задача и определяются поля смещений и напряжений. Если выполняется (20), то рассматривается смешанная задача: на $y = \pm h$ имеем $v(x)$ и $\tau = 0$; на $x = \pm L$ σ_x берется из (21) и $\tau = 0$. В результате получаем первое приближение для γH , которое подставляем в (21) и снова решаем дополнительную задачу, которая дает второе приближение для компонент смещений на контуре выработки. Варьируя значением λ , добиваемся улучшения сходимости к точному решению для (20), что и определит γH и λ . Используя (20), находим коэффициент κ в точке $x = 0$ и подставляем его в (17):

$$\kappa = 3 \frac{E_3}{E_1} \frac{\gamma_1}{\gamma_3}. \quad (22)$$

Соотношение (22) накладывает ограничения на произвольный выбор усредненных значений механических параметров, характеризующих породы кровли и почвы, что улучшает сходимость при определении γH и λ . Полученные из решения дополнительной задачи напряжения складываются с полем напряжений нетронутого массива и находится полное напряженное состояние в окрестности выработки.

Если имеются замеры смещений для пород кровли и почвы в одной точке $x = x_0$, то известно κ . Задаем первое приближение аналогично (21) и вычисляем напряженно-деформированное состояние в окрестности выработки, в том числе $v(x)$, которое определяет $v(x_0)$. Как и в (20), в точке x_0 находим $v_0(x_0)$, сравнение которого с $v(x_0)$ устанавливает искомое значение γH при прочих постоянных условиях, которые здесь не затрагивались. Для данного случая условие (22) также имеет место.

Отметим, что формулировка и реализация некорректных задач механики горных пород могут сказаться на развитии технологий ведения очистных работ. Для этого потребуется, с одной стороны, получение новых знаний о механизмах разрушения горных пород и структурных изменениях в них, с другой — развитие математической теории интерпретации натуральных экспериментов (методов решения обратных задач). Эта совокупность составляет прикладную основу механики горных пород, которая интенсивно развивается в последние годы. Учет особенностей механических и физико-химических процессов в массиве горных пород поможет обеспечить добычу полезных ископаемых на больших глубинах. Необходимо отметить, что новые технологические проблемы, возникающие в механике горных пород в данном направлении, рассмотрены в теоретических работах [9, 11] и требуют реализации в приложениях конкретных расчетов для поиска новых технологических решений ведения очистных работ.

ВЫВОДЫ

Показано, что классические формулировки задач по расчету напряженно-деформированного состояния массива горных пород вокруг подземных выработок некорректны и необходимо рассмотреть новые, более точные постановки.

Предложен метод, позволяющий учесть влияние собственного веса пород на их деформирование в окрестности выработки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Михлин С. Г.** О напряжениях в породе над угольным пластом // Изв. АН СССР. ОТН. — 1942. — № 7–8. — С. 13–28.
2. **Баренблатт Г. И., Христианович С. А.** Об обрушении кровли при горных выработках // Изв. АН СССР. ОТН. — 1955. — № 11. — С. 73–86.
3. **Johan Clausen.** Bearing capacity of circular footing on a Hork-Brown material, *Int. J. rock Mech. Min. Sci.*, 2013, Vol. 57. — P.34–41.
4. **Xibing Li, Deynan Li, Zhixiang Lin, Guoyan Zhao, Weihua Wang.** Determination of the minimum thickness of crown pillar for safe exploitation of a subsea gold mine based on numerical modeling, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2013. — P. 48–56.
5. **Hong Shen, Syed Muntazir Abbas.** Rock slope reliability analysis based on distinct element method and random set theory, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2013, Vol. 61. — P. 15–22.
6. **Савченко С. Н.** Деформирование геологической среды при отработке двух продуктивных пластов Штокмановского месторождения // ФТПРПИ. — 2010. — № 6. — С. 48–56.
7. **Серяков В. М.** Об одном способе учета реологических свойств горных пород при расчете напряженно-деформированного состояния массива в зоне подработки // ФТПРПИ. — 2010. — № 6. — С. 18–24.
8. **Неверов С. А., Неверов А. А.** Геомеханическая оценка устойчивости выработок выпуска руды при системах с обрушением // ФТПРПИ. — 2013. — № 2. — С. 113–122.
9. **Миренков В. Е., Красновский А. А.** К вопросу учета линейного изменения поля напряжений нетронутого массива с глубиной в задачах геомеханики // ФТПРПИ. — 2014. — № 3. — С. 26–32.
10. **Bahareh Vazhbakht, Attila M Zsaki.** A finite element mesh optimization method incorporating geologic features for stress analysis of underground excavations, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2013, Vol. 59. — P. 111–119.
11. **Опарин В. Н., Киряева Т. А., Гаврилов В. Ю. и др.** О некоторых особенностях взаимодействия между геомеханическими и физико-химическими процессами в угольных пластах Кузбасса // ФТПРПИ. — 2014. — № 2. — С. 3–30.

Поступила в редакцию 16/XI 2015