

УДК 532.526:537.523

## ОТРЫВ ТУРБУЛЕНТНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРИ ПОДВОДЕ ТЕПЛА ПЕРЕД ПЛОСКОЙ СТУПЕНЬКОЙ

О. Б. Ларин, В. А. Левин\*

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова, 119192 Москва, Россия

\* Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН,  
690041 Владивосток, Россия

E-mails: larin@imec.msu.ru, levin@iacp.dvo.ru

Численно исследовано влияние электрического разряда в сверхзвуковом газовом потоке, моделируемого источником тепла заданной интенсивности и конфигурации, на развитие турбулентного пограничного слоя перед плоской ступенькой. Показано, что в случае достаточно большой мощности разряда передача тепла к стенке не оказывает влияния на положение точки отрыва, который возникает при сдвиговом напряжении на поверхности тела, не равном нулю, и обусловлен развитием возвратного течения в ядре пограничного слоя.

**Ключевые слова:** сверхзвуковой газовый поток, электрический разряд, отрыв турбулентного пограничного слоя.

В последнее время наблюдается значительный интерес к исследованию проблемы использования энергоподвода в высокоскоростных воздушных потоках с целью совершенствования аэродинамических характеристик летательных аппаратов. Область исследований включает различные способы организации подвода энергии, а также широкий ряд приложений [1], среди которых можно отметить снижение волнового сопротивления и сопротивления трения [2–4], создание управляющих усилий, изменение конфигурации ударных волн, ускорение воспламенения и стабилизации горения газообразных топлив [5]. Подвод энергии, осуществленный посредством электрического разряда, также может быть использован для управления зоной отрыва, образующейся вблизи стенки [6, 7]. В рамках газодинамического подхода взаимодействие разряда со сверхзвуковым потоком можно описать с помощью модели теплового источника, имеющего заданную интенсивность и конфигурацию [2]. При этом влияние электродов на течение не учитывается.

Рассмотрим стационарное обтекание тела плоским сверхзвуковым газовым потоком. Предположим, что на образующийся турбулентный пограничный слой оказывает влияние находящийся внутри него электрический разряд. Это влияние моделируется прямоугольной областью тепловыделения. В отсутствие внешних массовых сил система осредненных

---

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 14-01-00891) и Совета по грантам Президента РФ по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (грант № НШ-5436.2014.1).

уравнений, определяющих турбулентное движение совершенного газа, имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_*}{\partial y} &= 0, \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v_* \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_* \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v_* \frac{\partial H}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_* \frac{\partial T}{\partial y} + \mu_* u \frac{\partial u}{\partial y} \right) + Q_v, \\ \rho &= \frac{pm}{RT}, \quad H = I + \frac{u^2}{2}, \quad \rho v_* = \rho v + \langle \rho' v' \rangle, \quad \mu_* = \mu + \mu_t, \quad \lambda_* = \left( \frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) c_p. \end{aligned}$$

Здесь  $u, v$  — проекции вектора скорости на оси ортогональных координат  $x$  (вдоль поверхности) и  $y$  (по нормали к ней) соответственно;  $\rho$  — плотность;  $p$  — давление;  $T$  — температура;  $I$  — энтальпия;  $Q_v = Q_v(x, y)$  — мощность объемного теплового источника;  $m$  — молекулярная масса газа;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\langle \rho' v' \rangle$  — корреляция пульсаций плотности и нормальной составляющей скорости;  $\mu, \mu_t$  — динамическая и турбулентная вязкость;  $c_p$  — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении;  $Pr, Pr_t$  — число Прандтля и его турбулентный аналог (последние три параметра считаются постоянными).

На поверхности обтекаемого тела  $y = 0$  выполняются условия  $u = 0, v = 0$ , а также  $(\partial T / \partial y)_w = 0$  для теплоизолированной стенки или  $T = T_w$  для изотермической стенки.

Характеристики потока на внешней границе пограничного слоя находятся по заданному распределению давления  $p = p(x)$  из уравнений

$$\rho_e u_e \frac{du_e}{dx} = -\frac{dp}{dx}, \quad \rho_e u_e \frac{dH_e}{dx} = Q_{ve}$$

(индекс  $e$  соответствует величинам на внешней границе).

Описание отрыва пограничного слоя на основе существующих моделей турбулентности остается одной из наиболее сложных проблем [8, 9], эффективным подходом к решению которой является использование экспериментально полученных распределений давления. В данной работе турбулентная вязкость определяется по двухслойной модели Себеси — Смита, в которой учитывается влияние сжимаемости и продольных градиентов давления и которая применялась при исследовании отрыва пограничного слоя и теплообмена в случае больших скоростей набегающего потока [8].

Сверхзвуковое обтекание плоской пластины с установленным на ней уступом изучалось экспериментально в ряде работ (см., например, [10]). Установлено, что при падении на пластину основного скачка уплотнения образуется положительный градиент давления, достаточный для того, чтобы вызвать отрыв потока. Давление в пограничном слое повышается в направлении вверх по потоку на некотором расстоянии от скачка, однако отрыв определяется главным образом положением и интенсивностью скачка уплотнения.

В работе [11] приведены результаты измерений давления в высокоскоростных газовых потоках с отрывом плоского пограничного слоя. Эти измерения проводились в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса при обтекании моделей различной геометрии. В настоящей работе используется распределение давления, полученное в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое перед ступенькой, имеющей высоту  $h = 0,5$  см и расположенной на расстоянии  $L = 15,4$  см от передней кромки плоской пластины (модель s-10 [11]). Набегающий поток характеризовался числом Маха  $M_\infty = 3$ , числом Рейнольдса  $Re_L = \rho_\infty u_\infty L / \mu_\infty = 2,6 \cdot 10^6$  и полным давлением  $1,8 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2 \leq p_0 \leq 4,0 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2$ .

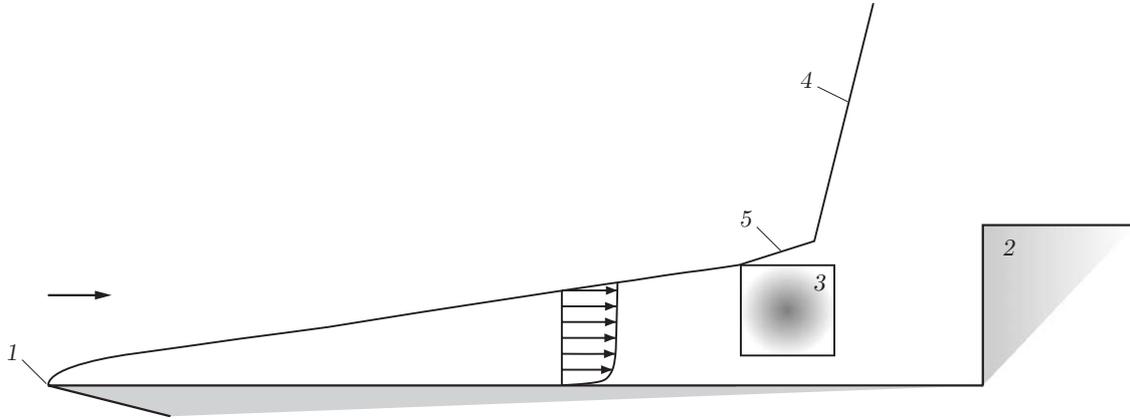


Рис. 1. Схема подвода тепла в поток вблизи пластины с установленным на ней уступом:

1 — передняя кромка пластины, 2 — уступ, 3 — область теплоподвода, 4 — основной скачок уплотнения, 5 — слабый скачок

Предположим, что внешний теплоподвод реализуется в прямоугольной области

$$0,74 \leq x/L \leq 0,84, \quad 10 \leq Y \leq 40, \quad Y = y \operatorname{Re}_L^{0,5} / L, \quad (1)$$

которая находится на расстоянии 0,1 см от поверхности пластины.

Схема рассматриваемого течения показана на рис. 1. Турбулентный пограничный слой оказывает более значительное по сравнению с ламинарным слоем [10] сопротивление отрыву, вызванному взаимодействием с ударной волной, т. е. отрыв турбулентного потока возникает только при достаточно большом перепаде давления в ударной волне. В общем случае при подводе тепла могут появиться косые скачки уплотнения 5, интенсивность которых значительно меньше интенсивности основного скачка 4. В предположении, что такие слабые скачки не оказывают существенного влияния на отрыв пограничного слоя, для статического давления  $p = p(x)$  используем зависимость, аппроксимирующую данные непосредственных измерений [11]:

$$x/L \leq \alpha_1: \quad p = p_\infty, \quad x/L \geq \alpha_1: \quad \frac{p}{p_\infty} = 1 + \left( \frac{x/L - \alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} \right)^3 \quad (2)$$

( $\alpha_1 = 0,82$ ;  $\alpha_2 = 0,86$ ).

Задача решалась численно методом конечных разностей. Использовалась неявная безусловно устойчивая разностная схема [4, 7], которая обеспечивает аппроксимацию второго порядка относительно пространственных шагов сетки  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ . Разностные выражения для производных искомых функций в направлении потока имеют вид

$$\left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)_{i+z}^j = \beta_z \frac{F_{i+z}^j - G_z}{x_{i+1} - x_i},$$

где  $i, j$  — индексы узлов сетки в направлениях  $x, y$ ;  $\beta_z = 3$ ,  $G_z = F_i^j$  при  $z = 1/3$ ;  $\beta_z = 4$ ,  $G_z = (9F_{i+1/3}^j - 5F_i^j)/4$  при  $z = 1$ . Решение на слое  $x = x_{i+1}$  определяется по известным значениям функций на слое  $x = x_i$  в два этапа. На первом этапе решение находится при  $x = x_{i+1/3}$  ( $z = 1/3$ ) с погрешностью порядка  $O(\Delta x) + O((\Delta y)^2)$ , на втором — при  $x = x_{i+1}$  ( $z = 1$ ) с главной частью ошибки аппроксимации  $O((\Delta x)^2) + O((\Delta y)^2)$ .

Шаг сетки в продольном направлении равен  $\Delta x/L \approx 10^{-5}$ . Узлы неравномерной в нормальном направлении сетки сгущались при приближении к стенке. Увеличение толщины пограничного слоя учитывалось путем добавления необходимого количества узлов,

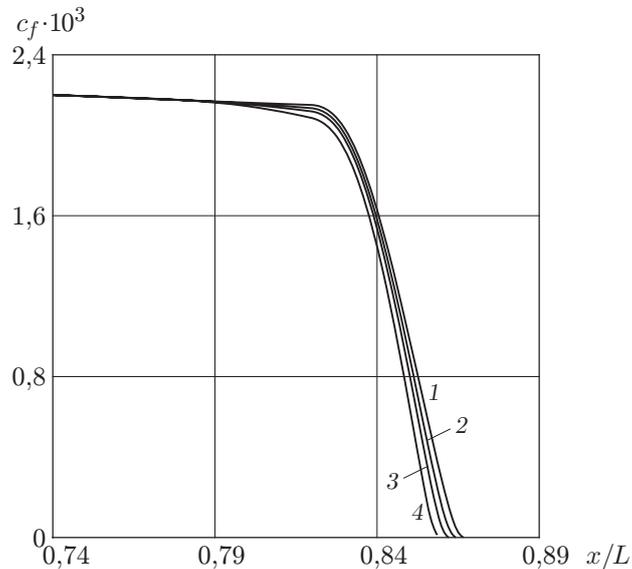


Рис. 2. Распределение локального коэффициента поверхностного трения по длине теплоизолированной стенки при различных значениях параметра теплоподвода:

1 —  $q = 0$ , 2 —  $q = 4$ , 3 —  $q = 8$ , 4 —  $q = 16$

что обеспечивает гладкое сопряжение с решением на внешней границе. При этом число узлов в слое составляло  $700 \div 1000$ .

В расчетах полагалось, что числа Прандтля  $Pr = 0,72$ ,  $Pr_t = 0,9$ , отношение удельных теплоемкостей  $\gamma = 1,4$ , динамическая молекулярная вязкость  $\mu \sim T^{0,76}$ , мощность объемного теплового источника не зависит от координат:  $Q_v = q\rho_\infty u_\infty c_p T_\infty / L$  ( $q$  — постоянная величина).

На рис. 2 представлено распределение локального коэффициента поверхностного трения  $c_f = 2\tau_w \rho_e^{-1} u_e^{-2}$  вдоль теплоизолированной стенки ( $\tau = \mu \partial u / \partial y$  — напряжение трения). При подводе тепла линии тока оттесняются от стенки, толщина пограничного слоя увеличивается и поверхностное трение уменьшается. При увеличении параметра  $q$  точка отрыва, в которой трение становится равным нулю, перемещается вверх по потоку. При этом во всех рассмотренных случаях отрыв происходит ниже по потоку от области теплоподвода 3 (см. рис. 1). Заметим, что для наибольшего значения  $q = 16$  подводимая в области 3 мощность (на единицу поперечной длины) равна  $W = 84$  кВт/м при  $p_\infty = 8000$  Н/м<sup>2</sup>,  $T_\infty = 119$  К и  $W = 115$  кВт/м при  $p_\infty = 10\,000$  Н/м<sup>2</sup>,  $T_\infty = 142$  К. На рис. 2 видно, что влияние мощности теплового источника на положение точки отрыва незначительно, поэтому использование зависимости (2) для всего рассматриваемого диапазона значений параметра  $q$  оправданно.

Профили температуры и скорости в ряде сечений пограничного слоя при  $q = 16$  приведены на рис. 3. Очевидно, что область теплоподвода 3 (см. рис. 1) находится внутри пограничного слоя ( $Q_{ve} = 0$ ). Два последних сечения расположены вблизи точки отрыва, при приближении к которой толщина пограничного слоя быстро увеличивается. Максимальная температура газа в 8,6 раза превышает температуру в набегающем потоке. Газ вблизи стенки не успевает существенно нагреться, несмотря на высокую температуру в пограничном слое. Отметим также резкое уменьшение скорости в ядре потока.

На рис. 4 показаны распределения коэффициента поверхностного трения вдоль охлаждаемой изотермической стенки при  $T_w = T_\infty$ . Поскольку при охлаждении стенки толщи-

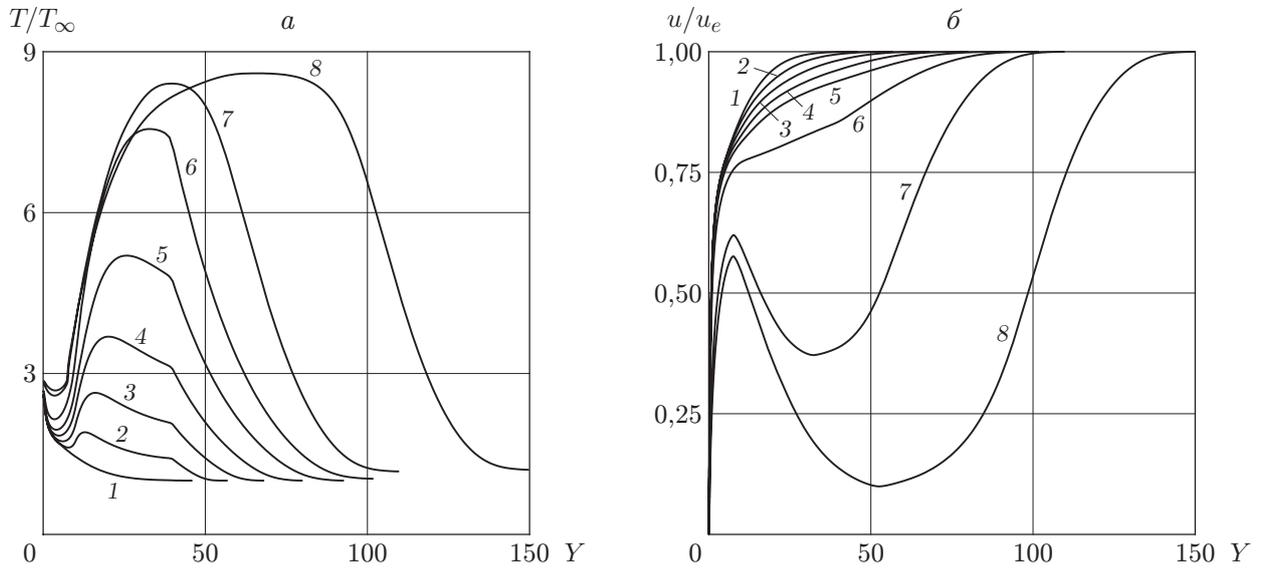


Рис. 3. Профили температуры (а) и скорости (б) газа в различных сечениях пограничного слоя на теплоизолированной стенке при  $q = 16$ :  
 1 —  $x/L = 0,740$ ; 2 —  $x/L = 0,760$ ; 3 —  $x/L = 0,780$ ; 4 —  $x/L = 0,800$ ; 5 —  $x/L = 0,820$ ;  
 6 —  $x/L = 0,840$ ; 7 —  $x/L = 0,856$ ; 8 —  $x/L = 0,859$

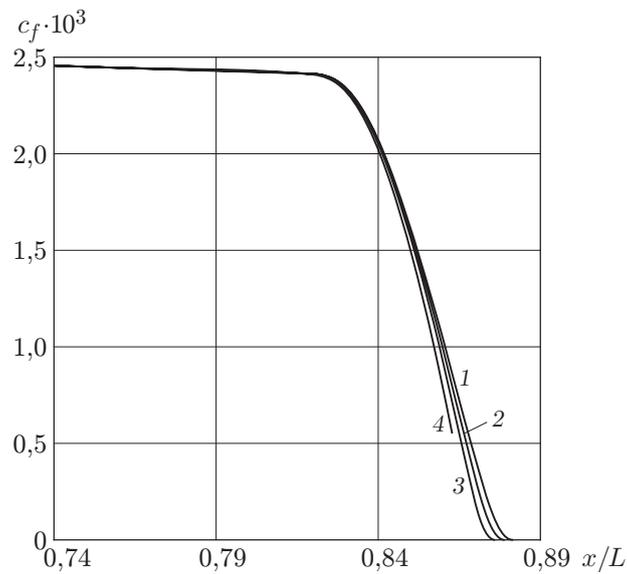


Рис. 4. Распределение локального коэффициента поверхностного трения по длине охлаждаемой изотермической стенки ( $T_w = T_\infty$ ) при различных значениях параметра теплоподвода:  
 1 —  $q = 0$ , 2 —  $q = 4$ , 3 —  $q = 8$ , 4 —  $q = 16$

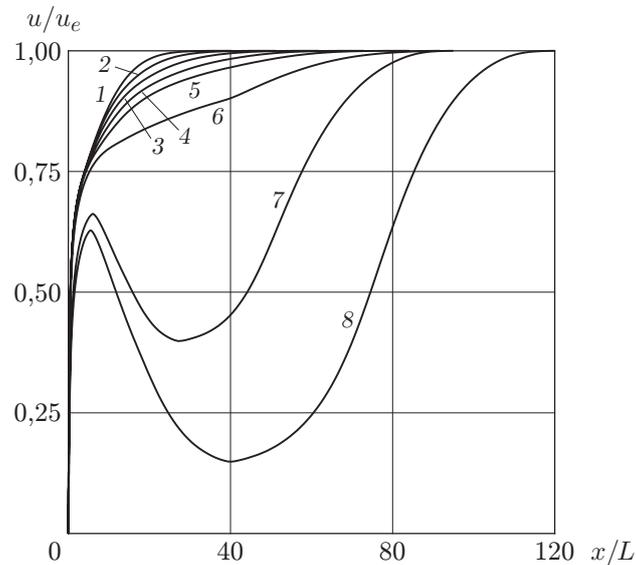


Рис. 5. Профили скорости газа в различных сечениях пограничного слоя на изотермической стенке при  $q = 16$ :

1 —  $x/L = 0,740$ ; 2 —  $x/L = 0,760$ ; 3 —  $x/L = 0,780$ ; 4 —  $x/L = 0,800$ ; 5 —  $x/L = 0,820$ ;  
6 —  $x/L = 0,840$ ; 7 —  $x/L = 0,860$ ; 8 —  $x/L = 0,863$

на пограничного слоя уменьшается, а поверхностное трение увеличивается [7, 10], можно предположить, что отрыв пограничного слоя на изотермической стенке будет происходить позднее, чем отрыв на теплоизолированной стенке. Сравнение данных, приведенных на рис. 2, 4, подтверждает такую задержку при умеренной интенсивности энерговыделения ( $q = 0, 4, 8$ ). В случае наибольшей мощности теплового источника  $q = 16$  положение точки отрыва не зависит от свойств стенки.

На рис. 5 представлены профили скорости газа в сечениях пограничного слоя на изотермической стенке. Ниже по потоку от области теплоподвода 3 (см. рис. 1) кинетическая энергия газа в ядре пограничного слоя резко уменьшается и наличие положительного градиента давления приводит к быстрому развитию возвратного течения и отрыву потока. Однако в отличие от случая теплоизолированной стенки образование отрыва на охлаждаемой стенке происходит при достаточно большом сдвиговом напряжении на поверхности (кривые 4 на рис. 2, 4).

Аналогичная картина наблюдается в задаче о стационарном пограничном слое на поверхности, движущейся с постоянной скоростью вниз по потоку с положительным градиентом давления [12]. В этой задаче отрыв возникает при отсутствии трения и равенстве нулю продольной составляющей скорости в точке, находящейся внутри пограничного слоя, а не на поверхности тела.

Заметим, что при охлаждении стенки значительно снижается температура газа в пограничном слое. Так, при  $q = 16$  максимальная температура газа превышает температуру в набегающем потоке в 7,4 раза.

Таким образом, проведенное численное исследование течения в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое перед плоской ступенькой показывает, что при умеренной мощности электрического разряда отрыв на охлаждаемой стенке происходит позднее отрыва на теплоизолированной стенке. В случае большой интенсивности энерговыделения передача тепла к стенке не оказывает влияния на положение точки отрыва, который возникает при не равном нулю сдвиговом напряжении на поверхности тела и обусловлен развитием возвратного течения в ядре пограничного слоя.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Knight D.** Survey of aerodynamics drag reduction at high speed by energy deposition // J. Propulsion Power. 2008. V. 24, N 6. P. 1153–1167.
2. **Георгиевский П. Ю., Ершов А. П., Левин В. А. и др.** Поперечные электрические разряды в сверхзвуковых потоках воздуха. Моделирование газодинамических эффектов в разрядном канале // Теплофизика высоких температур. 2006. Т. 44, № 1. С. 1–11.
3. **Levin V. A., Larin O. B.** Skin-friction by energy addition into a turbulent boundary layer. Reno, 2003. (Paper / AIAA; N 2003-0036).
4. **Ларин О. Б., Левин В. А.** Энергоподвод к газу в турбулентном сверхзвуковом пограничном слое // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 1. С. 98–101.
5. **Афони́на Н. Е., Громов В. Г.** Численное моделирование воспламенения водородовоздушной смеси подводом энергии электрическим разрядом // Аэромеханика и газовая динамика. 2003. № 4. С. 32–38.
6. **Leonov S., Bityurin V., Vocharov A., et al.** Discharge plasma influence on flow characteristics near wall step in high-speed duct // Proc. of the 3rd Workshop on magneto-plasma aerodynamics in aerospace applications, Moscow, 24–26 Apr., 2001. M.: Joint Inst. High Temperatures, 2001. P. 58–65.
7. **Ларин О. Б., Левин В. А.** Воздействие энергоподвода к газу на отрыв ламинарного пограничного слоя // ПМТФ. 2010. Т. 51, № 1. С. 16–21.
8. **Cebeci T.** Analysis of turbulent boundary layers / T. Cebeci, A. M. O. Smith. N. Y.; L.: Acad. Press, 1974.
9. **Секундов А. Н., Лебедев А. Б., Любимов Д. А.** Некоторые проблемы описания сложных турбулентных течений с помощью двухпараметрических моделей // Проблемы современной механики: К 85-летию со дня рожд. акад. Г. Г. Черного. М.: Науч.-исслед. ин-т механики Моск. гос. ун-та: Омега-Л, 2008. С. 492–507.
10. **Чжен П.** Отрывные течения. М.: Мир, 1972. Т. 1.
11. **Chapman D. R., Kuehn D. M., Larson H. K.** Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition. Washington, 1958. (Rep. / NASA; N 1356).
12. **Сычев В. В.** Асимптотическая теория отрывных течений / В. В. Сычев, А. И. Рубан, Вик. В. Сычев, Г. Л. Королев. М.: Наука, 1987.

*Поступила в редакцию 23/VII 2013 г.,  
в окончательном варианте — 28/IV 2014 г.*

---