ПМТФ, № 4, 1965

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ СМЕЩЕНИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ В СТЕКЛОЛЕНТЕ

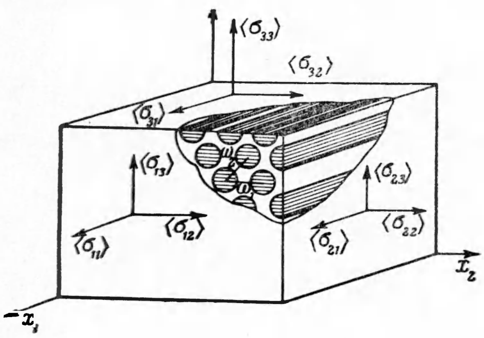
Г. А. Ван Фо Фы

(Киев)

Стеклолента — это прядь выпрямленных стекловолокон, уложенных в определенном порядке и пропитанных полимерным связующим. Физико-механические свойства стеклоленты определяют свойства ориентированных стеклопластиков в конструкции, поэтому представляет интерес исследование распределения напряжений в структуре и физико-механических характеристик стеклоленты на основе моделей структурно-неоднородного тела и раздельных свойств наполнителей и связующих.

В работе изучаются температурные перемещения и напряжения, возникающие между стекловолокнами в структуре стеклоленты.

1. Пусть элементарный объем стеклоленты находится при некоторой повышенной температуре $\theta = T - T_0$. Для исследования напряжений и перемещений между волокнами рассматривается простейшая модель стеклоленты (фиг. 1). Упругие стержни в модели расположены в узлах правильной треугольной сетки, направлены по оси x_1 и образуют двоякопериодическую структуру, симметричную относительно плоскостей $x_2 = \text{const}$ и $x_3 = \text{const}$. Пространство между волокнами заполнено вязко-упругим полимерным связующим.



Фиг. 1

Пусть $\omega_1 = 2$, $\omega_2 = \omega_1 e^{i\alpha}$ ($\alpha = {}^1/_3\pi$) — основные периоды сетки, λ — безразмерный радиус волокон, α_a, E_a и ν_a — соответственно коэффициент линейного теплового расширения, модуль Юнга и коэффициент Пуассона для стекловолокон; α_s, E^* и ν^* — коэффициент линейного теплового расширения, операторный модуль и операторный коэффициент Пуассона, характеризующие вязко-упругие свойства полимерного связующего [1], u_i ($i = 1, 2, 3$) — компоненты вектора смещения; в дальнейшем величины, относящиеся к стеклонаполнителю, отмечаются значком a, а к связующему — s.

Решение задачи строится для объема, достаточно удаленного от внешнего края стеклоленты, поэтому при рассмотрении деформаций тела в постоянном температурном поле следует учесть тот факт, что вследствие перераспределения напряжений между наполнителем и связующим при удалении от торцов стеклоленты поперечные сечения $x_1 = \text{const}$ остаются плоскими в среднем

$$\langle\varepsilon_{11}\rangle = \alpha_s\theta + \langle\varepsilon_{11}\rangle_s = \alpha_a\theta + \langle\varepsilon_{11}\rangle_a$$
$$\left(\langle\varepsilon_{11}\rangle = \frac{1}{F}\int_F dF\varepsilon_{11}, \quad F = \omega_1^2 \sin\alpha\right) \qquad (1.1)$$

---

[1] Линейные формы связи между напряжениями и деформациями для полимерных связующих применимы при достаточно низких значениях σ_{ik}. Так, например, для эпоксидно-малеиновой композиции при $T = 285°$K напряжения растяжения не должны превышать $\sigma < 0.8\sigma_b$.

Здесь знак $\langle\varepsilon_{11}\rangle$ обозначает усредненное значение ε_{11} на площади основного параллелограмма периодов F, а $\langle\varepsilon_{11}\rangle_s$ и $\langle\varepsilon_{11}\rangle_a$ — средние значения пока неизвестных деформаций связующего и наполнителя, возникающих вследствие перераспределения напряжений у торцов ленты. Соотношения (1.1) соблюдаются при разных напряжениях растяжения вдоль оси x_1 для наполнителя и связующего причем при отсутствии внешнего силового поля должно соблюдаться условие

$$\int\limits_{F_a} dF\sigma_{11} + \int\limits_{F_s} dF\sigma_{11} = 0 \qquad (1.2)$$

Общее решение задачи о тепловом расширении стеклоленты составляется из решения задачи растяжения тела вдоль оси x_1, построенного без учета взаимодействия между наполнителем и связующим, и решения, учитывающего это взаимодействие при плоском деформированном состоянии тела, когда $\langle\varepsilon_{11}\rangle = 0$.

Решение первой задачи элементарно

$$\langle\sigma_{11}\rangle_a = E_a\langle\varepsilon_{11}\rangle_a, \qquad u_2 + iu_3 = -\nu_a z\langle\varepsilon_{11}\rangle + \alpha_a z\theta \qquad (1.3)$$

Аналогичные соотношения имеются и для связующего

$$\langle\sigma_{11}\rangle_s = E^*\langle\varepsilon_{11}\rangle_s, \quad u_2 - iu_3 = -\nu^* z\langle\varepsilon_{11}\rangle_s + \alpha_s z\theta, \quad z = x_2 + ix_3 \qquad (1.4)$$

Решение второй задачи ищется при помощи [1] комплексных потенциалов $\Phi_a(z, t)$, $\Psi_a(z, t)$ и $\Phi_s(z, t)$, $\Psi_s(z, t)$. Краевые условия на контуре каждого волокна L_{mn} (при $z = \tau \in L_{mn}$; $m, \ n = 0, \ \pm 1 \ldots$) при равенстве напряжений и заданной разности смещений наполнителя и связующего имеют вид [1]

$$\begin{gathered}\Phi_s(\tau, t) + \overline{\Phi_s(\tau, t)} - e^{2i\vartheta}\{\bar{\tau}\Phi_s'(\tau, t) + \Psi_s(\tau, t)\} = \Phi_a(\tau, t) + \overline{\Phi_a(\tau, t)} - \\ - e^{2i\vartheta}\{\bar{\tau}\Phi_a'(\tau, t) + \Psi_a(\tau, t)\}\end{gathered} \qquad (1.5)$$

$$\begin{gathered}(1 - G^*/G_a)\Phi_a(\tau, t) + (1 + G^*/G_a)\overline{\Phi_a(\tau, t)} - (1 - G^*/G_a)e^{2i\vartheta} \times \\ \times\{\bar{\tau}\Phi_a'(\tau, t) + \Psi_a(\tau, t)\} - (\varkappa^* + 1)\overline{\Phi_s(\tau, t)} = \\ = 2G^*\{(\alpha_s - \alpha_a)(1 + \nu_a)\theta + (\nu_a - \nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\}\end{gathered} \qquad (1.6)$$

Для рассматриваемой структуры условия (1.5), (1.6) можно потребовать только на одном произвольно взятом контуре, если потенциалы $\Phi_s(z, t)$ и $\Psi_s(z, t)$ удовлетворяют соотношениям периодичности и симметрии

$$\Phi_s(z + \omega_j) = \Phi_s(z), \qquad \Psi_s(z + \omega_j) = \Psi_s(z) - \bar{\omega}_j\Phi_s'(z) \qquad (j = 1, 2) \qquad (1.7)$$

$$\Phi_s(\bar{z}) = \overline{\Phi_s(z)}, \quad \Phi_s(-z) = \Phi_s(z), \quad \Psi_s(\bar{z}) = \overline{\Psi_s(z)}, \quad \Psi_s(-z) = \Psi_s(z) \qquad (1.8)$$

Условия (1.7) и (1.8) удовлетворяются, когда искомые функции представлены рядами двоякопериодических (эллиптических) функций $\wp$ Вейерштрасса

$$\begin{gathered}\Phi_s(z, t) = 2G^*\{(\alpha_s - \alpha_a)(1 + \nu_a)\theta + (\nu_a - \nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\} \times \\ \times\left[c_0(t) + \sum_{k=0}^{\infty} c_{2k+2}(t)\frac{\lambda^{2k+2}\wp^{(2k)}(z)}{(2k+1)}\right] \\ \Psi_s(z, t) = 2G^*\{(\alpha_s - \alpha_a)(1 + \nu_a)\theta + (\nu_a - \nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\} \times \\ \times\left[d_0(t) + \sum_{k=0}^{\infty} d_{2k+2}(t)\frac{\lambda^{2k+2}\wp^{(2k)}(z)}{(2k+1)} - \sum_{k=0}^{\infty} c_{2k+2}(t)\frac{\lambda^{2k+2}Q^{(2k+1)}(z)}{(2k+1)!}\right]\end{gathered} \qquad (1.9)$$

Следуя методу разделения переменных, аналогично полагаем

$$\Phi_a(z,\ t) = 2G^* \{(\alpha_s - \alpha_a)(1+\nu_a)\theta + (\nu_a - \nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\} \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n}(t)\, z^{2n}$$

$$\Psi_a(z,\ t) = 2G^* \{(\alpha_s - \alpha_a)(1+\nu_a)\theta + (\nu_a - \nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\} \sum_{n=0}^{\infty} b_{2n}(t)\, z^{2n} \tag{1.10}$$

Если учесть (1.5), (1.6) и условия равенства нулю главного вектора усилий на контуре основного параллелограмма периодов, то неизвестные a_{2n}, b_{2n}, d_{2n} и c_{2n} определятся из следующей системы уравнений:

$$a_0(t) = \frac{\eta + (\varkappa^*+1)S}{1+\eta+\xi\varkappa^*+\eta(\varkappa_a - 1)G^*/G_a}, \qquad S = \sum_{k=1}^{\infty} c_{2k+2}(t)\,\lambda^{2k+2}\alpha_{0,\,k}$$

$$a_{2k}(t) = \frac{\varkappa^*+1}{1+\varkappa_a G^*/G_a} \sum_{n=0}^{\infty} c_{2n+2}(t)\,\lambda^{2n+2}\alpha_{k,\,n}$$

$$\lambda^{2k} b_{2k}(t) = -\frac{\varkappa^*+1}{1-G^*/G_a} c_{2k+2}(t) - (2k+1)\lambda^{2k+2} a_{2k+2}(t) \tag{1.11}$$

$$d_{2k+2}(t) = (2k+1)c_{2k}(t) - \frac{\varkappa^* - \varkappa_a G^*/G_a}{\varkappa^*+1}\lambda^{2k} a_{2k}(t)$$

$$c_0(t) = {}^1/_2\xi d_2(t), \qquad \xi c_2(t) = d_0(t)$$

$$c_0(t) = -\xi\frac{1+[\varkappa^*-1-(\varkappa_a-1)G^*/G_a]S}{1+\eta+\xi\varkappa^*+\eta(\varkappa_a-1)G^*/G_a}$$

$$\frac{\varkappa^*+G^*/G_a}{1-G^*/G_a} c_{2k}(t) = -\xi c_2(t)\,\delta_{k1} - \sum_{n=0}^{\infty} d_{2n+2}(t)\,\lambda^{2n+2k}\alpha_{k-1,\,n} +$$

$$+\sum_{n=0}^{\infty} c_{2n+2}(t)\,[(2n+2)\lambda^{2n+2k}\beta_{k-1,\,n} - (2k-1)\lambda^{2n+2+2k}\alpha_{k,\,n}] \qquad (k = 1, 2, \ldots)$$

Здесь $\alpha_{i,k}$ и $\beta_{i,k}$ — коэффициенты разложения [2] эллиптических функций в ряд Лорана, $\xi = \pi\lambda^2/(\omega_1^2 \sin\alpha)$ и $\eta = 1-\xi$ — объемное отношение наполнителя и связующего в стеклопластике.

Из формул (1.1), (1.2), (1.9), (1.10) и (1.11) получаются соотношения для определения неизвестных деформаций

$$\langle\varepsilon_{11}\rangle_s = -(\alpha_s - \alpha_a)\,\xi\,\frac{E_a + 8(1+\nu_a)(\nu_a-\nu^*)G^* a_0}{E^*}\theta$$

$$\langle\varepsilon_{11}\rangle_a = (\alpha_s - \alpha_a)\left\{1 - \xi\,\frac{E_a + 8(1+\nu_a)(\nu_a-\nu^*)G^* a_0}{E_1^*}\right\}\theta \tag{1.12}$$

$$E_1^* = \xi E_a + \eta E^* + 8\xi(\nu_a - \nu^*)^2 G^* a_0$$

Смещения тела в плоскости $x_1 = \mathrm{const}$ найдутся по известным формулам [1]

$$u_2 + iu_3 = \alpha_s z\theta - \nu^* z\langle\varepsilon_{11}\rangle_s + (2G^*)^{-1}\{\varkappa^*\varphi_s(z,\ t) - z\overline{\Phi_s(z,\ t)} - \overline{\psi_s(z,\ t)}\}$$

$$\left(\varphi_s(z,\ t) = \int dz\,\Phi_s(z,\ t), \qquad \psi_s(z,\ t) = \int dz\,\Psi_s(z,\ t)\right) \tag{1.13}$$

2. Общая линейная форма связи между напряжениями и деформациями для тела, структура которого имеет три плоскости симметрии, запи-

сывается в виде [3,4] (2.1)

$$\langle\varepsilon_{11}\rangle=\frac{1}{E_1^*}\langle\sigma_{11}\rangle-\frac{\nu_{12}^*}{E_2^*}\langle\sigma_{22}\rangle-\frac{\nu_{13}^*}{E_3^*}\langle\sigma_{33}\rangle+\beta_1^*\theta,\qquad \langle\varepsilon_{12}\rangle=\frac{1}{G_{12}^*}\langle\sigma_{12}\rangle$$

$$\langle\varepsilon_{22}\rangle=-\frac{\nu_{21}^*}{E_1^*}\langle\sigma_{11}\rangle+\frac{1}{E_2^*}\langle\sigma_{22}\rangle-\frac{\nu_{23}^*}{E_3^*}\langle\sigma_{33}\rangle+\beta_2^*\theta,\qquad \langle\varepsilon_{23}\rangle=\frac{1}{G_{23}^*}\langle\sigma_{23}\rangle$$

$$\langle\varepsilon_{33}\rangle=-\frac{\nu_{31}^*}{E_1^*}\langle\sigma_{11}\rangle-\frac{\nu_{32}^*}{E_2^*}\langle\sigma_{22}\rangle+\frac{1}{E_3^*}\langle\sigma_{33}\rangle+\beta_3^*\theta,\qquad \langle\varepsilon_{31}\rangle=\frac{1}{G_{31}^*}\langle\sigma_{31}\rangle$$

Здесь $\overset{*}{E_i}$, $\overset{*}{\nu}_{sn}$, $\overset{*}{G}_{ik}$ — линейные интегральные операторы, характеризующие вязко-упругие свойства неоднородного тела, $\overset{*}{\beta_i}$ — операторные коэффициенты теплового расширения. Осреднение напряжений и деформаций производится на площадках, содержащих достаточно большое (свыше 1000) число волокон; для однородного напряженного состояния тела с правильной двоякопериодической структурой усреднение достаточно произвести в пределах основного параллелограмма.

Явный вид оператора теплового расширения находится из формул (1.1), (1.2) и (2.1) при $\langle\sigma_{ik}\rangle=0$

$$\beta_1^*=\alpha_s-(\alpha_s-\alpha_a)\,\xi\,\frac{E_a+8(1+\nu_a)(\nu_a-\nu^*)\,G^*a_0}{E_1^*}\tag{2.2}$$

Чтобы определить β_2^*, β_3^*, рассматриваются средние температурные смещения в плоскости $x_1=\mathrm{const}$

$$\langle u_2-iu_3\rangle={}^1/_2 z\,(\beta_2^*+\beta_3^*)\,\theta+{}^1/_2\,\bar z\,(\beta_2^*-\beta_3^*)\,\theta\tag{2.3}$$

Если сравнить приращение средних перемещений по (2.3) и (1.13) при смещении от точки z к $z+\omega_j$, то

$$\begin{gathered}{}^1/_2\omega_j(\beta_2^*+\beta_3^*)\,\theta+{}^1/_2\,\bar\omega_j(\beta_2^*-\beta_3^*)\,\theta=\omega_j\alpha_s\theta-\omega_j\nu^*\langle\varepsilon_{11}\rangle_s+\\+\{(\alpha_s-\alpha_a)(1+\nu_a)\,\theta+(\nu_a-\nu^*)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\}\,[(\varkappa^*\omega_j-\omega_j+\\+2\bar\rho_j)\,c_0-\xi\,(\varkappa^*\rho_j+\bar\omega_j)\,c_2]\end{gathered}\tag{2.4}$$

$$(\rho_1=1,\ \ \rho_2=e^{-i\alpha})$$

Полагая $j=1,\,2$, находим операторные коэффициенты теплового расширения неоднородного тела

$$\begin{aligned}\beta_2^*&=\alpha_s+(\alpha_s-\beta_1^*)\,\nu_{21}^*-(\alpha_s-\alpha_a)(1+\nu_a)(\nu^*-\nu_{21}^*)\,/\,(\nu^*-\nu_a)\\ \beta_3^*&=\alpha_s+(\alpha_s-\beta_1^*)\,\nu_{31}^*-(\alpha_s-\alpha_a)(1+\nu_a)(\nu^*-\nu_{31}^*)\,/\,(\nu^*-\nu_a)\end{aligned}\tag{2.5}$$

Операторные коэффициенты ν_{21}^* и ν_{31}^* находятся при исследовании перемещений стеклоленты при растяжении ее напряжениями $\langle\sigma_{11}\rangle=\mathrm{const}$

$$\nu_{21}^*=\nu^*-(\nu_a-\nu^*)(\varkappa^*+1)\,(c_0-\xi c_2)\tag{2.6}$$

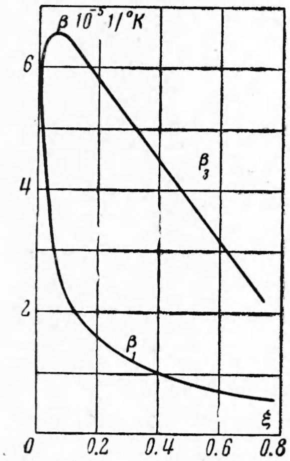
$$\nu_{31}^*=\nu^*-(\nu_a-\nu^*)(\varkappa^*+1)(c_0+\xi c_2)\qquad(\text{при }\alpha={}^1/_3\pi,\ c_2=0)$$

Приближенное значение ν_{21}^* (с точностью до 1%) будет

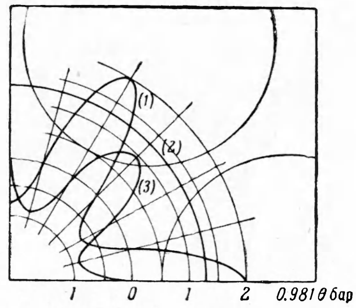
$$\nu_{21}^*=\nu_{31}^*\approx\nu^*-\frac{\xi\,(\nu^*-\nu_a)(\varkappa^*+1)}{1+\eta+\xi\varkappa^*+\eta\,(\varkappa_a-1)\,G^*/G_a}$$

3. Для чисто упругого связующего и наполнителя все операторные величины в вышеприведенных формулах заменяются на упругие константы. Отметим, что физико-механические характеристики стекол в интервале температур до 500° К, а для некоторых спецстекол и выше, изменяются незначительно, в то же время свойства полимерных связующих существенно изменяются при этих же температурах, поэтому данный

случай интересен для оценки влияния вязко-упругих свойств полимера на коэффициенты теплового расширения композиционного материала. На фиг. 2 представлены кривые, характеризующие изменение коэффициентов теплового расширения от объемного содержания стеклонаполнителя. Для рассматриваемого вида структуры значения β_2 и β_3 не отличаются друг от друга.



Фиг. 2



Фиг. 3

Как видно, значение β_1 в среднем в четыре раза меньше β_2 вследствие связей, накладываемых стекловолокнами на смещения вдоль армирования. Все вычисления проведены для стеклоленты, изготовленной из алюмоборосиликатных волокон ($\nu_a = 0.2$, $E_a = 0.981 \cdot 7 \cdot 10^5$ [*бар*], $\alpha_a = 0.49 \cdot 10^{-5}$ [1/ °K] и полимерного связующего на эпоксидно-малеиновой основе ($\nu_0 = 0.382, E_0 = 0.981 \cdot 0.315 \cdot 10^5$ [*бар*], $\alpha_s = 6 \cdot 10^{-5}$ [1/°K]).

Распределение структурных температурных напряжений в стеклоленте на границе смола — стекло представлено на фиг. 3. Кривые *1*, *2* и *3* показывают зависимость нормальных σ_n (при $\xi = 0.736$ и $\xi = 0.227$) и касательных $\sigma_{n\vartheta}$ (при $\xi = 0.736$) напряжений от угла ориентации площадки ϑ. Средние напряжения на площадках, перпендикулярных армированию, будут

$$\langle\sigma_{11}\rangle_a = E_a \langle\varepsilon_{11}\rangle + 8\nu_a G_0 \{(\alpha_s - \alpha_a)(1 + \nu_a)\,\theta + (\nu_a - \nu_0)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\}\, a_0$$

$$\langle\sigma_{11}\rangle_s = E_0 \langle\varepsilon_{11}\rangle_s - 8\nu_0 G_0 \{(\alpha_s - \alpha_a)(1 + \nu_a)\,\theta + (\nu_a - \nu_0)\langle\varepsilon_{11}\rangle_s\}\, a_0\xi / \eta$$

Ниже приводятся числовые значения напряжений при $\xi = 0.736$ $\langle\sigma_{11}\rangle_a = 0.981 \cdot 0.59\,\theta$ *бар*, $\langle\sigma_{11}\rangle_s = -0.981 \cdot 2.63\,\theta$ *бар*, при $\xi = 0.227$ $\langle\sigma_{11}\rangle_a = 0.981 \cdot 6.1\,\theta$ *бар*, $\langle\sigma_{11}\rangle_s = -0.981 \cdot 1.76\,\theta$ *бар*.

4. На основе экспериментальных исследований простой ползучести образцов из эпоксидно-малеиновой композиции при $T = 285°$ K найдено, что для достаточно низких напряжений вязко-упругие свойства связующего можно описать на основе теории упругой наследственности. Наиболее простые соотношения получаются при использовании в качестве ядер дробноэкспоненциальных функций. Для этого случая, как известно [5], следует принять

$$E^* = E_0 \{1 - \omega_0 \text{Э}^*_{1-\lambda}(-\omega)\}, \qquad \nu^* = \nu_0 \left\{1 + \frac{1 - 2\nu_0}{2\nu_0} \text{Э}_{1-\lambda}(-\omega)\right\} \tag{4.1}$$

где

$$\text{Э}^*_{1-\lambda}(-\omega) f(t) = \int_0^t dt' f(t')(t - t')^{\lambda - 1} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\omega)^k (t - t')^{k\lambda}}{\Gamma[(k + 1)\lambda]} \tag{4.2}$$

В данном случае было найдено

$$\omega = \omega_0 + \omega_\infty, \quad \lambda = 0.5, \quad \omega_0 / \omega = 0.302, \quad \omega = 0.172\,\text{час}^{-\lambda}$$

При более высоких температурах существенно изменяются параметры, характеризующие вязко-упругие свойства смол, и необходимо учитывать изменение α_s.

Исследование системы (1.11) показывает, что для стеклопластиков, когда $G_s / G_a \ll 1$, неизвестные $c_{2k}(t)$ незначительно меняются во времени (за исключением $c_0(t)$), поэтому в хорошем приближении (порядка 3%) можно положить $c_{2k} = \mathrm{const}$.

Коэффициент β_1 с точностью менее 1% можно принять постоянным. Если учесть указанные приближения, то явное значение оператора β_2^* будет

$$\beta_2^* = \beta_2^\circ + (\Omega_1 - \Omega_2)\,\nu_{21}^\circ \left\{\alpha_s - \beta_1 + (\alpha_s - \alpha_a)\frac{(1+\nu_a)(2g-\Omega_2)}{(\nu_0-\nu_a)(g-\Omega_2)}\right\} \mathcal{Э}_{1-\lambda}^*(-\omega_\infty - \Omega_2) +$$

$$+ (\alpha_s - \alpha\ )\frac{(1+\nu_a)\,g\omega_0}{g-\omega_0}\mathcal{Э}_{1-\lambda}^*(-\omega) + (\alpha_s - \alpha_a)\frac{1+\nu_a}{\nu_0-\nu_a}\times$$

$$\times g\left\{\nu_0 - \nu_{21}^\circ - \frac{1/2 - \nu_0}{g-\omega_0}\,\omega_0 + \frac{1}{g-\Omega_2}\right\}\mathcal{Э}_{1-\lambda}^*(-\omega_\infty - g)$$

Здесь β_2° — «мгновенное» значение β_2,

$$\Omega_1 = \frac{\omega_0}{2} + \frac{\xi\nu_a\omega_0}{2\xi\nu_a + \nu_0\,[1 - \xi\,(1+2\nu_a) + \eta\,(1-2\nu_a)\,G_0/G_a}$$

$$g = \omega_0\frac{1/2 - \nu_0}{\nu_0 - \nu_a}, \qquad \Omega_2 = \omega_0\frac{1+\eta\,(1-2\nu_a)\,G_0/G_a}{1+\xi\,(1-2\nu_0) + \eta\,(1-2\nu_a)]\,G_0/G_a}$$

Для оценки влияния вязко-упругих свойств связующего на β_2^* произведено сравнение величины $\beta_2^*\cdot 1$ в начальный момент времени (при $\xi = 0.736$, $\beta_2^\circ = 2.18\cdot 10^{-5}$ [1 / °K]) и его длительное значение при $t \to \infty$ ($\beta_2^\infty = 2.38\cdot 10^{-5}$ [1 / °K]).

Как видно из приведенных данных, неучет этого влияния приводит к погрешности порядка 10%.

Поступила 7 XII 1964

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусхелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд-во АН СССР, 1954.
2. Фильштинский Л. А. Напряжения и смещения в упругой плоскости, ослабленной двоякопериодической системой одинаковых круглых отверстий. ПММ, 1964, т. 28, вып. 3.
3. Брызгалин Г. И. К расчету на ползучесть пластинок из стеклопластиков. ПМТФ, 1963, № 4.
4. Малинин Н. И. К теории анизотропной ползучести. ПМТФ, 1964, № 3.
5. Работнов Ю. Н. Равновесие упругой среды с последействием. ПММ, 1948, т. 12, вып. 1.