

## КАВИТАЦИЯ НЕРОВНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕУГОЛЬНОГО ПРОФИЛЯ

К. К. Шальнев

(Москва)

**Введение.** Кавитация неровностей поверхности, как причина интенсивной эрозии, привлекала к себе внимание еще при обследовании кавитационных разрушений гребных винтов [1]. На большое значение неровностей поверхности в возникновении кавитации и эрозии в турбинах указывал Виберг в дискуссии к докладу Даля [2]. Там же было высказано опасение, что материал, подверженный коррозии, будет также неустойчив и против кавитационной эрозии, так как язвину от коррозии могут явиться своего рода возбудителями кавитации, а затем и эрозии. Позднее эрозия за неровностями поверхности обнаруживалась неоднократно в турбинах Каплана, за неровностями от несовпадения заподлицо стыков колесных камер [3], за неровностями от нечистой обработки деталей на токарных станках [4] и др. В лабораторных условиях эрозию за неровностями поверхности наблюдал Шретер [5].

Шретер создавал неровности на поверхности свинца царапанием рисок шириной приблизительно 0.25 мм и сверлением круглых отверстий диаметром приблизительно 0.75 мм. Затем образцы — пластинки свинца — испытывались в диффузорной рабочей камере кавитационной трубы. В том случае, когда неровности находились в зоне интенсивного эрозийного эффекта, то как сами неровности, так и ближайшие участки поверхности покрывались сплошь язвинами эрозии. Если же неровности располагались на краю зоны кавитации, то замечались язвину эрозии только за неровностями, ниже по течению. Очевидно, что только в этом случае сама неровность являлась причиной местной кавитации и эрозии. В других опытах со свинцом и бакелитом Шретер определил влияние формы и размера неровностей на время появления или начала эрозии. Неровности имели вид круглых дыр и рисок. Крупные дыры диаметром 3 мм не оказывали влияния на время начала эрозии по сравнению с временем начала эрозии гладких поверхностей. Мелкие дыры диаметром 0.75 мм, а также перекрещивающиеся риски сокращали время начала эрозии в 2—4 раза.

Таким образом, если при изготовлении гидромашин в случае трудной доступности поверхностей для механической обработки, а также при монтаже машин образуются неровности, то они могут явиться причиной местной кавитации и эрозии. Отсюда видно, насколько важно знать условия возникновения кавитации неровностей поверхности в зависимости от их формы, габаритов, от скорости потока и давления в потоке.

В предыдущих статьях автора [6, 7] описывались результаты исследования кавитации за моделями отдельных неровностей, выполненные в гидродинамической трубе. Тогда были испытаны модели разных профилей для определения критических значений коэффициента кавитации. Коэффициенты кавитации относились к средней скорости в сечении рабочей камеры гидродинамической трубы в предположении, что вершинки неровностей выступают из пограничного слоя. Высказывалась мысль о необходимости учитывать влияние пограничного слоя на величину критических значений коэффициентов кавитации.

Согласно сообщению Холла [8], Калехуф и Вислисенус [9], а затем Уолкер [10] занимались исследованиями кавитации отдельных неровностей, причем последний автор исследовал кавитацию за моделью неровности в виде сегмента круга. Холл [8] исследовал условия возникновения кавитации неровностей поверхности треугольного и сегментного профилей также на изолированных моделях. Наконец Колгейт [11] поставил опыты со слепком неровностей поверхности водослива плотины Гранд Кули, разрушенной кавитацией.

Ниже описываются результаты новых опытов с геометрически подобными моделями одного и того же треугольного профиля, поставленных в большем диапазоне скоростей и с большим числом моделей, чем удалось это сделать в прежних исследованиях.

### Обозначения

$a$ — высота канала рабочей камеры;	$b$ — ширина канала;
$l_1$ — расстояние от вершинки неровностей до переднего конца зоны кавитации;	$a_s$ — толщина сжатой струи за неровностью в отсутствие кавитации;
$l_2$ — то же до заднего;	$a_r$ — высота неровностей;
	$a_c$ — толщина зоны кавитации;

- $N$  — частота срыва вихрей или каверн;
- $n$  — индекс при  $p, v, q$ ;
- $p_1$  — давление при входе в сопло в точке  $M_1$ ;
- $p_2$  — давление при выходе из сопла в точке  $M_2$ ;
- $p_3$  — давление при входе в рабочую камеру в точке  $M_3$ ;
- $p_4$  — давление в мерном сечении в точке  $M_4$  в отсутствие модели;
- $p_c$  — давление в передней особой точке цилиндра на продольной оси потока;
- $p_v$  — давление паров воды;
- $p_\infty$  — давление в бесконечности, принимаемое равным давлению в мерном сечении в отсутствие модели неровности;
- $P$  — коэффициент давления;
- $q_n$  — скоростной напор;
- $R$  — число Рейнольдса для модели неровности поверхности;
- $S$  — число Струхала;
- $v$  — средняя скорость в сечении;
- $v_0$  — скорость по оси потока перед моделью неровности;
- $v_s$  — средняя скорость в сжатом сечении;
- $u$  — скорость в пограничном слое на расстоянии от стенки  $y \leq 1.0 \text{ мм}$ ;
- $u_r$  — скорость на уровне вершинки неровности;
- $u_{rs}$  — скорость на уровне вершинки неровности с учетом сжатия;
- $y$  — ордината точек эпюры скорости в мерном сечении, считаемая от стенки;

- $\alpha$  — коэффициент сжатия потока зоной вихрей за неровностью и моделью неровности;
- $\alpha_1$  — коэффициент сжатия потока моделью неровности;
- $\alpha_2$  — коэффициент сжатия струи за неровностью в отсутствие кавитации;
- $\alpha_c$  — коэффициент сжатия потока зоной кавитации;
- $\alpha_{cr}$  — коэффициент сжатия потока зоной кавитации и неровностью;
- $\gamma$  — вес единицы объема воды;
- $\zeta$  — коэффициент сопротивления;
- $K$  — теоретическое значение  $\kappa$ , соответствующее возникновению кавитации;
- $\kappa$  — коэффициент кавитации;
- $\kappa^0$  — значение  $\kappa$ , соответствующее возникновению кавитации при понижении давления в области вероятного появления кавитации;
- $\kappa^*$  — значение  $\kappa$ , соответствующее подавленной кавитации при повышении давления в потоке, окружающем зону кавитации;
- $\kappa_{cl}$  — коэффициент целевой кавитации;
- $\kappa_{pr}$  — коэффициент кавитации модели крылового профиля;
- $\kappa_r$  — коэффициент кавитации неровности поверхности;
- $\lambda_{1,2}$  — относительная длина распространения зоны кавитации;
- $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;

$6 \times 25$  — условное обозначение варианта опыта в камере сечением  $a \times b = 6 \times 25 \text{ мм}^2$ ;  
 $12 \times 25$  — то же сечением  $a \times b = 12 \times 25 \text{ мм}^2$ .

Гистерезисом кавитации в данной работе называется [запаздывание в наступлении кавитации или разность  $\kappa^* - \kappa^0$  в зависимости  $\kappa(\lambda_{1,2})$ ].

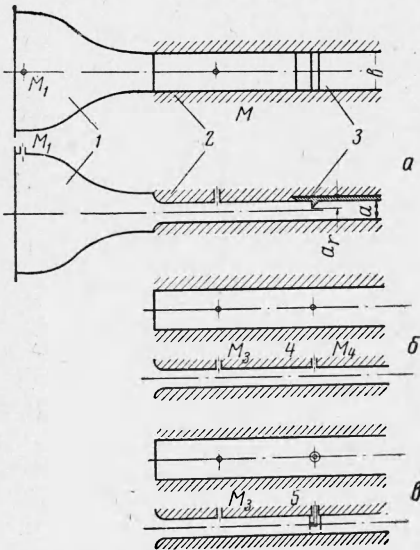
$$P = \frac{p - p_\infty}{\gamma q_n}, \quad q_n = \frac{v_n^2}{2g}, \quad \frac{u_n^2}{2g}$$

$$R = \frac{u_r a_r}{\nu}, \quad S = \frac{N a_r}{u_{rs}}, \quad \kappa = \frac{p_\infty - p_v}{\gamma q_n}$$

$$\lambda_1 = \frac{l_1}{a_r}, \quad \lambda_2 = \frac{l_2}{a_r}$$

$$\alpha = \frac{a_s}{a} = \alpha_1 \alpha_2, \quad \alpha_1 = \frac{a - a_r}{a}, \quad \alpha_2 = \frac{a_s}{a - a_r}$$

$$\alpha_c = \frac{a - a_c}{a - a_r}, \quad \alpha_{cr} = \frac{a - a_c}{a} = \alpha_1 \alpha_c \quad (0.1)$$



Фиг. 1. Схема опытов с моделями неровностей в ГТ-2: 1 — сопло, 2 — рабочая камера, 3 — модель неровности, 4 — ниппель, 5 — круглый цилиндр; а — схема основных опытов, б — схема тарировки давления, в — схема тарировки скорости

1. Описание опытов. Описываемые ниже опыты с кавитацией неровностей поверхности были поставлены в гидродинамической трубе ГТ-2 Института механики АН СССР в рабочей камере, поперечное сечение

которой могло изменяться передвижкой двух противоположных плексигласовых стенок. Модели неровностей — прямые призмы сечением в виде равнобедренного прямоугольного треугольника — изготавливались из катаной латуни заодно с их основанием — пластинками, заводившимися

Таблица 1

$a_r, \text{мм}$	$v_0, \text{мсек}^{-1}$	$u_r, \text{мсек}^{-1}$	$T, ^\circ \text{C}$	$R \times 10^{-3}$
Камера $a \times b = 6 \times 25$				
2.4	14.0	13.95	18.5	32.0
2.4	10.0	9.95	19.0	23.0
2.1	14.0	13.9	16.5	27.5
2.1	10.0	9.93	17.0	19.1
1.8	14.0	13.85	16.5	22.7
1.8	10.0	9.9	16.7	16.25
1.5	17.0	16.8	16.5	22.9
1.5	14.0	13.85	16.5	18.9
1.2	20.0	19.75	16.5	21.5
1.2	17.0	16.8	16.5	18.3
1.2	14.0	13.8	16.5	15.0
0.8	20.0	19.1	16.0	13.3
0.8	14.0	13.35	16.0	9.3
0.6	20.0	18.4	16.5	10.0
0.6	17.0	15.6	16.3	8.45
0.6	14.0	12.85	16.0	6.7
0.2	20.0	15.6	16.0	2.71
0.2	17.0	13.25	16.0	2.3
0.2	14.0	10.9	16.0	1.89
0.1	20.0	14.1	16.0	1.23
0.1	17.0	12.0	16.0	1.04
Камера $a \times b = 12 \times 25$				
4.8	14.0	14.0	18.0	63.3
4.8	10.0	10.0	19.0	46.4
4.2	14.0	14.0	17.0	54.0
4.2	10.0	10.0	17.0	38.7
3.0	17.0	17.0	16.0	44.3
3.0	14.0	14.0	16.5	38.4
3.0	10.0	10.0	17.5	28.1
2.4	14.0	13.96	18.5	32.0
2.4	17.0	16.9	18.5	38.8
2.1	20.0	19.8	18.0	39.2
2.1	17.0	16.25	19.0	34.2
2.1	14.0	13.9	19.5	28.6
1.8	20.0	19.7	18.0	33.5
1.8	17.0	16.75	18.5	28.8
1.8	14.0	13.8	19.0	24.0
1.5	20.0	19.6	19.5	28.8
1.5	17.0	16.65	20.0	24.8
1.5	14.0	13.7	20.0	20.3
1.2	20.0	19.3	17.5	21.7
1.2	17.0	16.4	18.0	18.5
1.2	14.0	13.5	18.5	15.5
0.8	20.0	18.6	20.0	14.7
0.8	17.0	15.8	19.5	12.4
0.8	14.0	13.0	20.0	10.3
0.6	20.0	17.8	18.0	10.1
0.6	17.0	15.1	18.0	8.55
0.6	14.0	12.45	18.5	7.15
0.2	20.0	15.2	17.0	2.8
0.2	17.0	12.9	17.5	2.41
0.2	14.0	10.6	18.0	2.0
0.1	20.0	13.8	17.0	1.27
0.1	17.0	11.7	17.5	1.09

в гнездо одной из плексигласовых стенок заподлицо с поверхностью стенки (фиг. 1, а; табл. 1).

Опыты разделялись на тарифовочные и основные.

Тарифовочные опыты имели своей целью нахождение связи между величиной скорости в мерном сечении, где расположена модель, и давлением в этой точке в зависимости от перепада давления на участке от сечения  $M_1$  входа в сопло и до сечения  $M_3$  в рабочей камере.

Измерения разности давления в сечении  $M_1$  и  $M_2$  давали небольшую величину  $p_1 - p_2$ , вследствие чего давление  $p_2$  в дальнейшем не использовалось.

На время производства опытов по тарифовке давления устанавливался в мерном сечении в точке  $M_4$  нипель с отверстием заподлицо с поверхностью дна камеры (фиг. 1, б). На время тарифовки скорости потока устанавливался по оси круглый дренированный цилиндр  $d = 6 \text{ мм}$  с выводом давления от пьезоотверстий, расположенных по вертикали на различных расстояниях от дна, наружу к манометру (фиг. 1, в). Цилиндр ориентировался так, чтобы пьезоотверстие приходилось в особой передней точке цилиндра  $M_c$ , где давление должно быть равно

$$\frac{p_c}{\gamma} = \frac{p_4}{\gamma} + \frac{v_n^2}{2g}$$

По опытам в отсутствие цилиндра находилась зависимость (фиг. 2)

$$p_4 = f(p_1 - p_3) \quad (1.1)$$

По опытам с цилиндром сначала находилась зависимость

$$p_c = f(p_1 - p_3)$$

а затем

$$|p_c - p_4| = f(p_1 - p_3) = q_n = \frac{v_n^2}{2g}$$

и скорость

$$v_n = \sqrt{2gq_n} = f(p_1 - p_3) \quad (1.2)$$

Разность  $p_3 - p_4 = p_{3,4}$  построена (фиг. 2) для определения  $p_\infty$ .

В перечисленных формулах  $n$  — индекс, показывающий, к какой точке мерного створа относится скорость.

При помощи цилиндра тарировались скорости на протяжении от средней точки высоты цилиндра до точки, расположенной на расстоянии  $y_1 = 1 \text{ мм}$  от дна камеры.

В пограничном слое скорости находились вычислением по формуле [12]

$$u = u_1 \left( \frac{y}{y_1} \right)^{1/7}$$

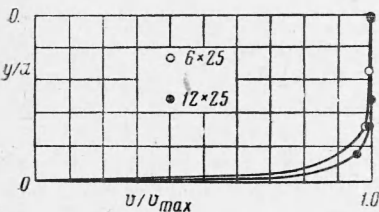
Здесь  $u_1$  — величина скорости (фиг. 3) на расстоянии от стенки  $y_1 = 1.0 \text{ мм}$ .

Основные опыты состояли в том, что при некоторой постоянной величине скорости  $v_0$  изменением давления в трубе создавались различные стадии кавитации, определяемые визуально в зависимости от длины зоны кавитации. Для определения момента возникновения кавитации всю серию опытов при данной скорости проводили дважды: сначала постепенно уменьшали давление (прямой ход), начиная от полного отсутствия кавитации вплоть до развития отрывной стадии кавитации, а затем, повторяя опыт, повышали давление, начиная от стадии отрывной кавитации до полного ее подавления (обратный ход). При этом возникновение кавитации определяли по присутствию характерного шума и одновременному мельканию «облаков» — каверн кавитации, а отсутствие кавитации — по прекращению шума с одновременным прекращением мелькания каверн.

При каждой стадии кавитации измерялись давление в точках  $M_1$  и  $M_3$  (фиг. 1), температура воды  $T \text{ }^\circ\text{C}$ , барометрическое давление, расстояние от вершинки неровностей до переднего края зоны кавитации  $l_1$ , расстояние от вершинки неровностей до заднего края зоны кавитации  $l_2$ , максимальная высота стеснения сечения рабочей камеры зоной кавитации  $a_c$ , считая от дна камеры. Попутно отмечались плотность зоны кавитации и шумовые эффекты.

Величина давления в мерном сечении могла быть найдена при помощи графика (фиг. 2) тарировочной зависимости (1.1) по формуле

$$\frac{P_\infty}{\gamma} = \frac{P_4}{\gamma} = \frac{P_3}{\gamma} - 10.33 |p_3 - p_4|$$



Фиг. 3. Эпюра скорости в мерном створе двух вариантов камер:  $6 \times 25$  и  $12 \times 25$

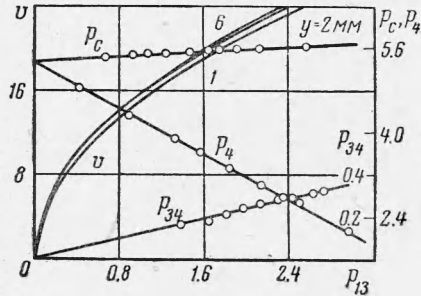
а величина скорости при помощи графика (фиг. 2) зависимости (1.2).

Коэффициент кавитации  $\kappa$  мог быть вычислен тогда по формуле (0.1), где давление паров воды  $p_v$  находилось по таблицам физических констант в зависимости от температуры, а  $q_n$  вычислялось по скорости на уровне вершинок неровностей.

Результаты опытов изображались на графиках  $\kappa(\lambda_{1,2})$ ,  $\kappa^\circ$  и  $\kappa^*(a_r/a)$ , где  $\lambda_{1,2} = l_{1,2}/a_r$ , а  $\kappa^\circ$  — то значение  $\kappa$ , которое соответствует возникновению кавитации при прямом ходе опытов при понижении давления, и  $\kappa^*$  — то значение  $\kappa$ , которое соответствует подавленной кавитации при обратном ходе опытов при повышении давления.

На графиках  $\kappa^\circ$  и  $\kappa^*(a_r/a)$  дается также кривая значений  $K$ , вычисленных по формуле (2.5).

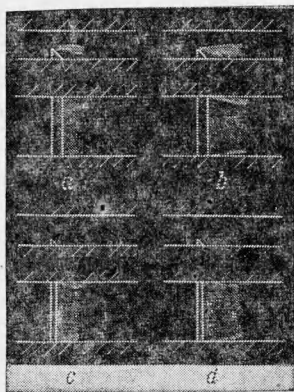
Чтобы высветить кинематическую структуру зоны кавитации, была произведена скоростная киносъемка зоны кавитации для трех вариантов опытов в камере  $12 \times 25$  с неровностями  $a_r = 0.6, 1.2$  и  $3.0 \text{ мм}$  при  $v_0 = 17 \text{ мсек}^{-1}$ . Для этих опытов использовался киносъемочный аппарат



Фиг. 2. Пример построения тарировочного графика для варианта  $12 \times 25$

СКС-1, позволяющий производить съемку с частотой 8000—9000 кадр·сек<sup>-1</sup>. Аппарат устанавливался так, чтобы его оптическая ось была нормальна к дну камеры, а зона кавитации за неровностью снималась бы в плане. Масштаб съемки был : 6.5

2. Рассмотрение результатов опытов. В этом разделе рассмотрим следующие аспекты кавитации неровностей поверхности: 1) внешнюю форму зоны кавитации и ее кинематическую структуру; 2) зависимость  $\kappa$  ( $l_{1,2}$ ); 3) зависимость  $\kappa^\circ$  и  $\kappa^*$  ( $a_r/a$ ) и обобщенную формулу зависимости  $\kappa$  от геометрических параметров потока и относительной высоты неровности.



Фиг. 4. Зарисовки типичных зон кавитации двух стадий для двух вариантов моделей неровностей:  $a_r > 0.9$  мм и  $a_r < 0.9$  мм

*а. Внешняя форма зоны кавитации.* Согласно визуальным наблюдениям, имеются два вида кавитации за неровностями поверхности: 1) кавитация, обусловленная собственно моделью неровности, и 2) кавитация, обусловленная конечностью длины модели неровности или неплотностью прилегания торцовых концов моделей к стенкам камеры, — щелевая кавитация (фиг. 4). Если вести опыт прямым ходом, то можно было заметить, что  $\kappa^\circ$  и  $\kappa^*$  будут различны для обоих видов кавитации.

При этом в опытах с прямым ходом с вариантами  $a_r \leq 0.9$  мм возникает сначала щелевая кавитация, а затем кавитация неровностей или  $\kappa_{cl}^\circ > \kappa_r^\circ$ , а с вариантами  $a_r \geq 0.9$  мм наблюдается сначала кавитация неровностей или  $\kappa_r^\circ > \kappa_{cl}^\circ$ .

Сравнение графического изображения зависимости  $\kappa$  ( $\lambda$ ), сделанное для различных скоростей потока, но при одном и том же  $a_r$ , позволяет оценить степень подобия в развитии зоны кавитации в зависимости от числа  $R$ . То же сравнение, сделанное при одинаковых скоростях потока, но при различных вариантах рабочих камер и неровностей, позволяет определить подобие кавитации в зависимости от габаритов моделей неровностей.

Рассмотрим черты зависимости  $\kappa$  ( $\lambda_1$ ), общие для всех опытов. С некоторого значения  $\kappa$  величина  $\kappa \rightarrow \text{const}$ , а  $\lambda_1 \rightarrow \infty$  (фиг. 5). Такой вид  $\kappa$  ( $\lambda_1$ ) объясняется положительным градиентом давления [13] вдоль оси рабочей камеры, который для камеры  $6 \times 25$  мм<sup>2</sup> будет равен

$$|p_3 - p_4| / (\gamma l_{3-4}) = 0.035$$

а для камеры  $12 \times 25$  мм<sup>2</sup> около 0.021. Величина  $\lambda_2$  с уменьшением  $\kappa$  стремится к  $\lambda_2 = 0$ , что означает приближение зоны кавитации к вершинке неровности.

Наиболее важный результат этих наблюдений состоял в том, что в начальной стадии кавитация развивается в некотором отдалении от неровностей. При обратном ходе опытов зона кавитации укорачивается только до некоторой длины  $\lambda_1 = 6-8$ , не зависящей ни от скорости потока, ни от высоты неровности. Процесс подавления кавитации выражался в том, что зона кавитации, достигнув  $\lambda_1 = 6-8$ , постепенно, внешне ста-

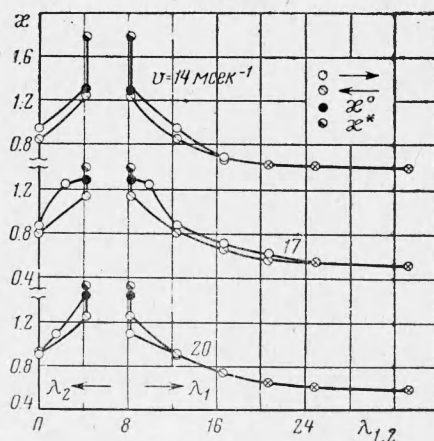
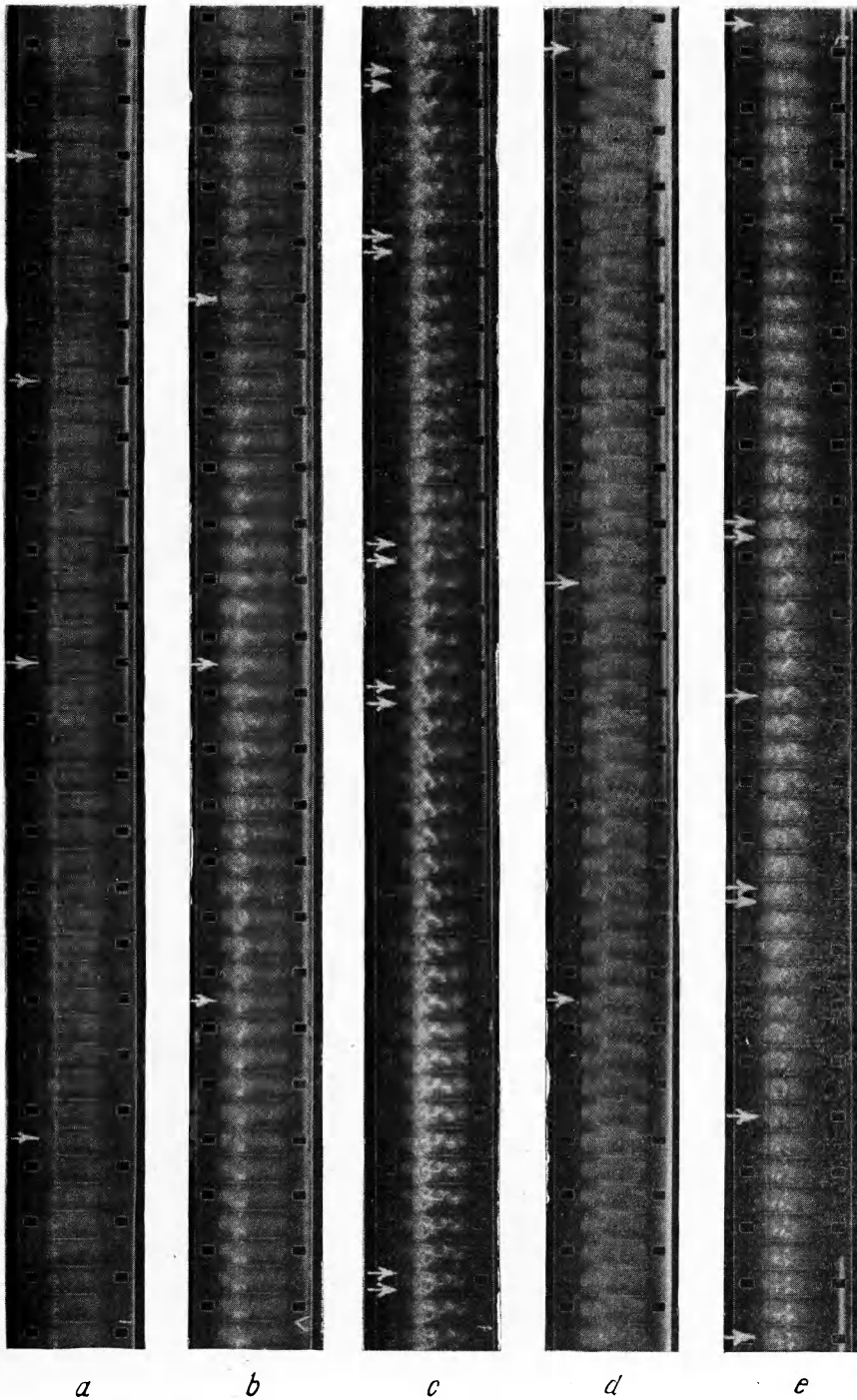


Рис. 5. Типичное развитие зоны кавитации  $\kappa$  ( $\lambda_2$ ) в камере  $12 \times 25$  за моделью  $a_r = 1.2$  мм



Фиг. 6. Отдельные кадры киносъемки зоны кавитации за неровностью по опытам в камере  $12 \times 25$ , снятые с частотой  $8000 - 9000 \text{ кадр} \cdot \text{сек}^{-1}$  при  $v = 17 \text{ м сек}^{-1}$ ; данные (табл. 2.): *a* — опыт 1-5; *b* — опыт 2-3; *c* — опыт 3-2; *d* — опыт 4-7; *e* — опыт 5-8. Стрелки показывают тождественные стадии кавитации

новилась менее плотной и затем исчезала. Одновременно менялся или исчезал шум кавитации, но не было замечено, чтобы зона кавитации приблизилась вплотную к модели неровности.

Методом прямого и обратного хода в проведении опытов имелось в виду определить «гистерезис» развития кавитации на различных ее стадиях.

В общем случае внешне явление гистерезиса обнаруживается тем, что при понижении давления в отсутствие кавитации в первые моменты опыта кавитация возникает при более низком давлении, чем то, при котором она подавляется при повышении давления. Когда же возникает кавитация, то ее зона сразу приобретает форму вполне развитой кавитации. Вследствие этого в развитых стадиях гистерезис не был обнаружен настолько явно, чтобы можно было утверждать о его существовании. В начальной стадии, именно, в момент зарождения кавитации можно было получать во время опытов различные величины  $\kappa^\circ$  в зависимости от того, как велико было первоначальное давление в трубе до момента прямого хода опыта и какова была степень снижения давления. Чем больше скорость, тем меньше различие между  $\kappa^*$  и  $\kappa^\circ$ , но всегда  $\kappa^* > \kappa^\circ$ . На приведенном в качестве примера графике  $\kappa(\lambda_{1,2})$  для варианта опыта  $12 \times 25$ ,  $a_r = 1.2$  мм,  $v_0 = 14$ , 17 и 20 мсек<sup>-1</sup> (фиг. 5) можно заметить такую «петлю» гистерезиса.

б. *Кинематическая структура зоны кавитации.* Опыты со скоростной киносъемкой были поставлены с расчетом, чтобы охватить такие случаи обтекания, когда вершинки неровностей выступают из пограничного слоя, полностью погружены в пограничный слой и занимают некоторое среднее положение. В табл. 2 и на фиг. 6 представлены результаты опытов

Таблица 2

(*a-v* — первая цифра — номер опыта, вторая — номер пленки)

<i>a-v</i>	$a_r$ , мм	$a_r/a$	$\lambda_2$	$\kappa$	<i>N</i> , гц	<i>S</i>
1-5	0.6	0.05	10	0.7	500—1000	0.016—0.03
2-3	1.2	0.1	12.5	0.9	500—750	0.033—0.05
3-2	1.2	0.1	16.6	0.86	450—1500	0.03 —0.10
4-7	3.0	0.25	6	2.76	600—1100	0.05 —0.10
5-8	3.0	0.25	12	2.6	650—1000	0.05 —0.11

с моделями неровностей в рабочей камере  $12 \times 25$  при скорости  $v_0 = 17$  мсек<sup>-1</sup>. Следует заметить, что через *N* здесь обозначена частота срыва каверн и частота изменений в структуре зоны кавитации, возбуждаемая, вероятно, пульсациями давления.

*Опыт 1-5.* Высота модели неровности  $a_r = 0.6$  мм, длина зоны в натуре  $l_2 = 6$  мм. Неровность полностью погружена в пограничный слой. На отдельных кадрах киносъемки зона кавитации имеет вид скоплений отдельных каверн (или пузырьков) разнообразной формы, располагающихся за неровностью на полоске шириной 1 мм. Плотность расположения каверн, их число и крупность меняются во времени с периодом 0.002 и 0.001 сек. В продолжении некоторых периодов наблюдается возникновение отдельных мелких каверн внутри зоны кавитации с продолжительностью существования 0.0005 сек. Проследить периодичность возникновения каверн, составляющих зону кавитации, затрудняют изменения всей зоны или пульсации ее объема. Можно только утверждать, что каверны при своем развитии и движении не выходят из границ зоны кавитации максимальной протяженности.

Если подсчитать число Струхала для отдельных каверн, приняв за период их возникновения продолжительность их развития, то получим  $S = 0.08$ .

*Опыт 2-3.* Высота модели неровности  $a_r = 1.2$  мм, длина зоны кавитации в натуре равна 18 мм. Вершинка неровности расположена на границе пограничного слоя. На кадрах киноплёнки зона кавитации отдалается от неровности не более 3 мм. Зона кавитации состоит из более крупных каверн, чем в опыте 1-5, но также подвержена периодическим пульсациям, сопровождаемых дроблением каверн. В некоторые моменты периода замечается отрыв от хвоста зоны кавитации отдельных каверн. Они относятся потоком на расстояние от модели, равное двойной длине зоны кавитации и только там полностью сжимаются. Периодичность изменений зоны кавитации можно оценить числом  $S = 0.033 - 0.050$ .

*Опыт 3-2.* Высота модели неровности  $a_r = 1.2$  мм, как и в предыдущем опыте, но длина зоны кавитации равна 24 мм. Другое отличие от предыдущего опыта состоит в том, что на кадрах киноплёнки отчетливо зафиксирован периодический отрыв каверн с периодом, колеблющимся от 0.0022 до 0.00061 сек, что дает число Струхала  $S = 0.03 - 0.1$ .

*Опыт 4-7.* Высота модели неровности  $a_r = 3$  мм, длина зоны кавитации  $l_2 = 18$  мм. На кадрах киноплёнки зона кавитации представляется скоплением мелких каверн переменной во времени плотности. Период пульсаций зоны колеблется в пределах от 0.0017 до 0.001 сек. Отход каверн от модели происходит не далее зоны кавитации. Число Струхала колеблется в пределах  $S = 0.05 - 0.1$ .

*Опыт 5-8.* Высота модели равна  $a_r = 3$  мм, длина зоны кавитации 35 мм. На кадрах киносъемки зона кавитации состоит из скоплений каверн переменной плотности. В промежутках между распадом каверн на мелкие можно видеть, что зона кавитации состоит из продолговатых веретенообразных каверн числом до трех и с длинной осью, параллельной оси неровности. Период пульсаций зоны составляет 0.0015 сек, период образования и срыва отдельных каверн равен 0.001 сек, число Струхала для обоих изменений  $S = 0.05 - 0.11$ .

В результате рассмотрения опытов с киносъемкой зоны кавитации приходим к следующим выводам.

Пульсирующее развитие каверн происходило в проведенных опытах под влиянием следующих трех факторов.

1. Возникновения кавитации в области ядра вихрей, срывающихся с неровностей с частотой  $N$ .

2. Прохождения волн давления вследствие собственных колебаний столба жидкости в рабочей камере сечением  $12 \times 25$  и длиной  $l = 0.3$  м, частота волн  $N_1 = c/4l = 1170$  гц, где  $c$  — скорость звука в воде.

3. Прохождения волн давления вследствие собственных колебаний столба жидкости между выходом из сопла и выходом из диффузора, находящегося за рабочей камерой длиной  $l_2 = 0.8$  м, частота волн  $N_2 = c/4l_2 = 438$  гц.

Причиной возбуждения волн давления явилась по всей вероятности кавитация в диффузоре. Прохождение волн давления оказывало влияние на развитие зоны кавитации и в том случае, когда частоты  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N$  были близки между собой и когда отличались на целое число периодов. Вследствие таких наложений было особенно затруднительно определить струхалевский период в опытах 1-5 и 2-3. Если принять во внимание сказанное, то можно будет видеть, что развитие каверн должно происходить при условии отсутствия мешающих факторов, с частотой, характеризуемой числом Струхала  $S \approx 0.1$ . Последнее означает, что кавитация неровностей небольшой высоты может служить источником звука с основным тоном большой частоты.

в. *Обобщенная формула зависимости*  $K(a_r/a)$ . Обтекание неровности на стенке камеры можно представить как обтекание с крутым поворотом струй, с образованием поджатия потока и вихрей в области отжима (фиг. 7, а). На оси вращения вихрей возникает при соответствующем понижении давления кавитация. Сжатие потока можно охарактеризовать

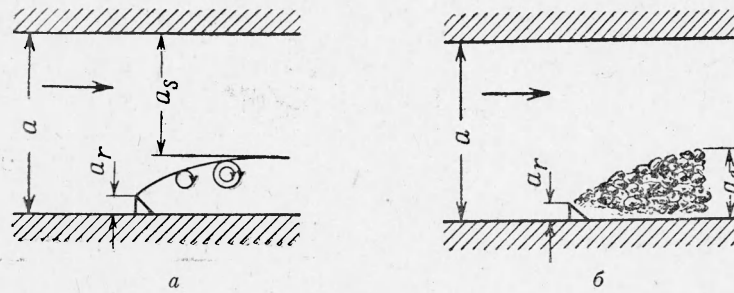


коэффициентом сжатия  $\alpha = a_s / a$ . Полное сжатие потока за неровностью до наступления кавитации должно складываться из сжатия потока неровностью  $\alpha_1 = (a - a_r) / a$  и отжима струи от вершинки неровности  $\alpha_2 = a_s / (a - a_r)$ .

Составим уравнение Бернулли от сечения  $M_\infty$  (фиг. 7, а) до сечения  $M_s$ , проходящего через максимальное сжатие струи вихрем

$$\frac{P_\infty}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} + \zeta \frac{v^2}{2g} + \zeta_s \frac{v_s^2}{2g} \quad (2.1)$$

где  $\zeta$  — коэффициент суммы гидравлических сопротивлений от сечения  $M_\infty$  до неровности и  $\zeta_s$  — коэффициент сопротивления на сжатие струи неровностью,  $v$  — средняя скорость в сечении  $M_\infty$ . Как указывалось выше,



Фиг. 7. Схема обтекания модели неровности бесконечного удлинения в канале конечной высоты: а — без кавитации, б — с кавитацией

в описании опытов потерю энергии на сопротивления от  $M_\infty$  до модели учитывают при определении  $p_\infty$ . На этом основании можно пренебречь величиной  $\zeta_1 v^2 / 2g$ .

Если заменить  $v_s = v / \alpha$ , то давление в струях сжатого сечения будет равно

$$\frac{P_s}{\gamma} = \frac{P_\infty}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{\alpha^2 2g} - \zeta_s \frac{v^2}{\alpha^2 2g} = \frac{P_\infty}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} \left( \frac{1 + \zeta_s}{\alpha^2} - 1 \right) \quad (2.2)$$

Согласно теоретическим представлениям о структуре вихревого шнура [14] вращение частиц жидкости внутри вихревого шнура происходит с постоянной угловой скоростью, а давление на оси вихря выражается формулой

$$\frac{p_0}{\gamma} = \frac{p_k}{\gamma} - \frac{v_k^2}{2g} \quad (2.3)$$

где  $p_k$  и  $v_k$  — давление и скорость на периферии вихря.

Если принять  $v_k = v_s$  и  $p_k = p_s$  и заменить  $p_s$  его выражением (2.2), то давление на оси вихря, совпадающей с сжатым сечением, будет равно

$$\frac{p_0}{\gamma} = \frac{P_\infty}{\gamma} - \left( \frac{2 + \zeta_s}{\alpha^2} - 1 \right) \frac{v^2}{2g}$$

Для момента возникновения кавитации надо положить  $p_0 = p_v$ . После переноса членов получаем

$$K = \frac{P_\infty - P_v}{\gamma q} = \frac{2 + \zeta_s}{\alpha^2} - 1 \quad (2.4)$$

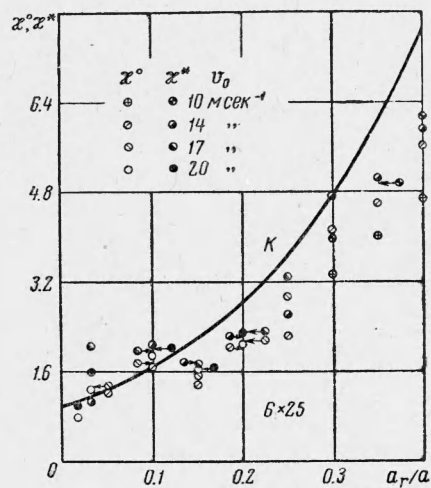
или

$$K \approx \frac{2}{\alpha^2} - 1 \quad (2.5)$$

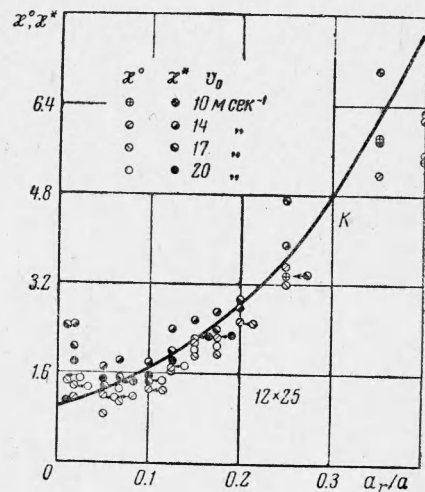
т. е. выражение для критического значения коэффициента кавитации неровности, показывающее его зависимость от геометрических параметров неровности  $\alpha_1$  и потока  $\alpha_2$ , если не принимать во внимание потери энергии на гидравлическое сопротивление при сжатии струи,  $\zeta_s = 0$ .

Если высота камеры или толщина потока будет увеличиваться или высота неровности будет уменьшаться, т. е.  $a_r/a \rightarrow 0$  и  $\alpha \rightarrow 1$ , то значение  $K$  будет стремиться к  $K = 1$ .

Для других отношений  $a_r/a$  можно было бы подсчитать  $K$ , если бы можно было определить теоретически  $\alpha_2$ , как коэффициент сжатия струи при истечении из отверстий с острой кромкой. Существующие теоретические расчеты  $\alpha$  исходят из струйного обтекания тонкого края отверстия. При этом не учитывается то обстоятельство, что возникающие вихревые жгуты могут как-то влиять на степень сжатия струй.



Фиг. 8. Зависимость критических величин  $x^\circ$ ,  $x^*$  и  $K$  от относительной высоты неровностей  $a_r/a$  для варианта рабочей камеры  $6 \times 25$



Фиг. 9. Зависимость величин  $x^\circ$ ,  $x^*$  и  $K$  от относительной высоты неровности  $a_r/a$  для варианта рабочей камеры  $12 \times 25$

г. *Сопоставление теории с опытом.* Выражение (2.5) для критического значения  $K$  выведено в предположении, что скорость и давление распределяются в сечениях потока, за исключением области вихря, равномерно. Такое предположение оправдывается для тех случаев, когда вершинки неровностей выступают из пограничного слоя. В противном случае скорость обтекания вершинок неровностей может значительно отличаться от скорости вне пограничного слоя и возникает вопрос, к какой скорости следует относить  $x$ , получаемые в опытах. В данной работе опытные величины  $x$  отнесены к скорости в пограничном слое на уровне вершинок неровностей. Критерием правильности такого предположения считалось близкое совпадение теоретических и опытных величин  $K$  и  $x^\circ$ ,  $x^*$  (фиг. 8, 9).

Другой вопрос, который возникает при рассмотрении результатов опытов, относится к выбору  $x^\circ$  или  $x^*$  для сравнения с теоретическим его значением  $K$ . Более низкие величины  $x^\circ < x^*$  объясняются, вероятно, тем, что вода в трубе перед началом опытов подвергается давлению, что способствует растворению «зародышей» кавитации. При обратном ходе опытов вода в трубе бывает перенасыщена зародышами кавитации. Требуется большее давление, при той же скорости потока, чем давление при прямом ходе опытов, чтобы подавить кавитацию.

По приведенным соображениям на графиках  $x^\circ$  и  $x^*$  ( $a_r/a$ ) (фиг. 8 и 9) нанесено две группы точек  $x^\circ$  и  $x^*$ . Теоретическая кривая  $K$  ( $a_r/a$ ) должна проходить между опытными значениями  $x^\circ$  и  $x^*$ . Такому требованию больше всего удовлетворяют опыты в камере  $12 \times 25$ .

Рассмотрим несколько подробнее предложенный метод вычисления обобщенной зависимости  $K(a_r/a)$  по формуле (2.5). Наиболее существенное влияние на величину  $K$  оказывает коэффициент сжатия потока  $\alpha$ . Коэффициент  $\alpha$  в свою очередь зависит от  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ . Коэффициент  $\alpha_1$  задается геометрическими параметрами канала и неровности. По поводу коэффициента  $\alpha_2$  следует сделать несколько замечаний.

В. А. Шаумян [15] поставил многочисленные опыты по непосредственному определению коэффициента сжатия струи в двух случаях: 1) при свободном истечении из-под щита, т. е. струя за щитом имеет свободный, незатопленный уровень и 2) при внезапном сужении струи при переходе потока из широкого канала в узкий, т. е. когда в плоскости сжатия струя затоплена. В обоих случаях было показано влияние предварительного поджатия струи на коэффициент сжатия. Кроме того, было выяснено, что если струя не затоплена в плоскости сжатия, то  $\alpha_2$  имеет меньшее значение, чем в том случае, если струя затоплена. По-видимому, сказывается подсосывающее действие вихрей, которые возникают с обеих сторон струи. Зависимость  $\alpha_2(a_r/a)$  в этом последнем случае применительно к проведенным опытам, т. е. для значений  $a_r/a = 0 \div 0.4$  (фиг. 10), может быть представлена как

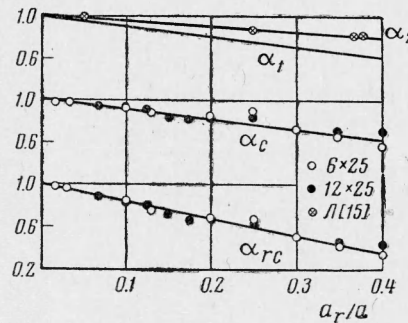
$$\alpha_2 = 0.5 \left( 2 - \frac{a_r}{a} \right) \quad (2.6)$$

С другой стороны, нами была сделана попытка определить  $\alpha_2$  из измерений сжатия потока зоной кавитации. Как видно из сравнения  $\alpha_2$  и  $\alpha_c$ , определенных обоими методами (фиг. 10), сжатие потока зоной кавитации превосходит сжатие, вызываемое отжимом потока и вихреобразованием в отсутствие кавитации.

Принимая во внимание все вышесказанные замечания по поводу опытных определений  $\kappa^0, \kappa^*$  и вычисления  $K$  по формулам (2.5) и (2.6), можно объяснить разброс опытных точек и их отклонения от кривой  $K(a_r/a)$  на фиг. 8, 9 следующими причинами: 1) гистерезисом кавитации; 2) влиянием скорости потока на гистерезис; 3) неопределенностью выбора величины скорости в пограничном слое, к которой следует отнести критические величины  $\kappa$ ; 4) некоторой неопределенностью коэффициентов  $\alpha_2$ , использованных для вычисления кривой  $K(a_r/a)$ . Большие величины опытных  $\kappa$  при  $a_r/a \approx 0.05$  (фиг. 8, 9) объясняются тем, что соответствуют щелевой кавитации, как указывалось ранее в п. 2, а. Тем не менее близкое расположение большинства опытных точек к теоретической кривой дает основание полагать правдоподобность принятого предположения о роли вихря в зарождении кавитации. К такому заключению приводит также рассмотрение результатов опытов Холла [8].

д. Сравнение с опытами Холла. Как упоминалось выше Холл исследовал условия возникновения кавитации моделей неровностей двух типов профилей: треугольного и сегментного. Опыты проводились в трех вариантах опытных устройств: 1) в гидродинамической трубе круглого сечения диаметром  $D = 38$  дм; 2) то же в трубе диаметром 12 дм; 3) в трубе прямоугольного сечения  $5 \times 20$  дм. Модели неровностей располагались в первых двух вариантах на плитах толщиной  $t$ , помещавшихся в среднем продольном сечении рабочих камер гидродинамических труб.

В варианте I модели неровностей располагались в средней части ширины плиты, их относительная длина колебалась в пределах  $l/a_r = 52 \div 96$ . В варианте II модели неровностей перекрывали всю



Фиг. 10. Влияние относительной высоты неровности или степени предварительного поджатия на коэффициенты  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_c$  и  $\alpha_{cr}$

ширину плиты. Результаты опытов варианта III не рассматриваются: его данные близки к данным варианта II. Концы моделей неровностей косо срезались, чтобы избежать кавитации в потоке, обтекающем модели в плане. Размеры испытанных неровностей и результаты опытов представлены в табл. 3 и 4, где обозначено через  $\sigma_i$  критические значения  $\kappa$ , дан-

Таблица 3

$a_r, \text{дм}$	$\sigma_i$		$\kappa_r^*$		$\frac{2a_r}{D-t}$
	от	до	от	до	
		Вариант I, $\delta = 0.453$			
1/2	1.77	1.85	1.71	1.79	0.021
1/4	1.40	1.41	1.71	1.72	0.011
1/16	0.85	0.77	1.65	1.50	0.003
		Вариант II, $\delta = 0.293$			
1/16	0.93	0.89	1.56	1.49	0.011
1/40	0.71	0.66	1.61	1.50	0.004
1/100	0.44	0.38	1.36	1.17	0.002
4/1000	0.31	0.30	1.28	1.25	0.001
		Вариант I, $\delta = 0.147$			
1/2	2.05	2.20	1.26	1.35	0.021
1/4	1.57	1.52	1.27	1.23	0.011
1/16	0.94	0.88	1.32	1.24	0.003
		Вариант II, $\delta = 0.1194$			
1/16	1.03	0.97	1.32	1.24	0.011
1/40	0.80	0.75	1.52	1.42	0.004
1/100	0.55	0.49	1.41	1.26	0.002
4/1000	0.39	0.36	1.41	1.28	0.001

ные Холлом. Величины  $\sigma_i$  соответствуют подавленной кавитации и отнесены к скорости на границе пограничного слоя, т. е. к  $v$ . Они взяты с графика  $\sigma_i = (a_r / \delta)$ , где  $\delta$  — толщина пограничного слоя в  $\text{дм}$ , по двум кривым, соответствующим  $v = 40$  и  $60 \text{ фт сек}^{-1}$ . Величины  $\kappa_r$  получены пересчетом  $\sigma_i$  по формуле

$$\kappa_r^* = \frac{\sigma_i}{(u_r/v)^2}, \quad \frac{u_r}{v} = \left( \frac{a_r}{\delta} \right)^n \quad \left( n = \frac{1}{m} = \frac{1}{6} \div \frac{1}{5.25} \right)$$

Значения  $n$ , указанные в скобках, принадлежат Холлу.

Таблица 4

$a_r, \text{дм}$	$\sigma_i$		$\kappa_r^*$		$\frac{2a_r}{D-t}$
	от	до	от	до	
		Вариант I, $\delta = 0.453$			
1/2	0.83	0.81	0.803	0.785	0.021
1/4	0.74	0.72	0.896	0.88	0.011
1/16	0.52	0.47	1.01	0.91	0.003
		Вариант II, $\delta = 0.293$			
1/16	0.54	0.47	0.906	0.79	0.011
1/25	0.48	0.40	0.92	0.78	0.007
1/40	0.41	0.36	0.93	0.82	0.004
1/100	0.31	0.306	0.96	0.95	0.002

Следует заметить, что величины  $\sigma_i$  для моделей сегментного профиля, определенные акустическим и визуальным методами, были близки между собой; для моделей треугольного профиля акустический метод давал меньшие величины  $\sigma_i$ , чем визуальный. В работе даны  $\sigma_i$ , определенные визуальным методом.

Рассмотрение табл. 3, где значения  $\sigma_i$  даны для моделей треугольного профиля, и табл. 4, где значения  $\sigma_i$  даны для моделей сегментного профиля, приводит к следующим выводам.

1. Величины  $\sigma_i$ , отнесенные к  $u_r$ , при  $a_r/a \approx 0$  не зависят от  $a_r/a$  для обоих типов моделей, что согласуется с выводами рассматриваемой работы и прежней [7] о том, что когда  $a_r/a \rightarrow 0$ , то величины  $\kappa^{0*} \rightarrow \text{const} = 1$ .

2. Величины  $\sigma_i$  для сегментных профилей при  $a_r/a \rightarrow 1$  ближе к теоретическому  $K = 1$ , чем  $\sigma_i$  для треугольного профиля вследствие отличия в методе опытного определения начала кавитации (визуальное определение  $\sigma_i$  по подавленной кавитации для моделей треугольного профиля).

3. То же самое следует сказать и при сравнении  $\sigma_i$  с  $\kappa_r^*$ .

3. **О применении в практике.** В работе [7] было показано, что кавитация на модели крылового профиля, имеющего изолированную неровность на поверхности, возникает при большем значении  $\kappa_{pr}$ , чем на гладкой модели. Рассмотрим эту задачу в свете новых данных, именно, когда  $\kappa_r^*$  отнесено к скорости  $u_r$ .

Для крыла обтекаемого профиля с гладкой поверхностью можно написать

$$\frac{P_\infty}{\gamma} + \frac{v_\infty^2}{2g} = \frac{P}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad (3.1)$$

где  $P_\infty$  и  $v_\infty$  относятся к потоку перед крылом в точке  $M_\infty$ ,  $P$  и  $v$  относятся к потоку на крыле в точке  $M$ . Пользуясь обозначением для скоростного напора  $q = v^2/2g$  и присоединяя к обеим частям (3.1) величину  $-P_v/\gamma$ , получим

$$\frac{P_\infty}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} + q_\infty = \frac{P}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} + q$$

или, вводя величины

$$\kappa_{pr} = \frac{P_\infty - P_v}{\gamma q_\infty}, \quad \kappa_r = \frac{P - P_v}{\gamma q_r}, \quad q_\infty = \frac{v_\infty^2}{2g}, \quad q_r = \frac{u_r^2}{2g}$$

получим

$$\frac{\kappa_\infty}{q_r} + \frac{1}{q_r} = \frac{\kappa_r}{q_\infty} + \frac{q}{q_\infty q_r} = \kappa_r \frac{q_r}{q_\infty} - 1 + \frac{q}{q_\infty} \quad (3.2)$$

Обозначая через  $P$  коэффициент давления для гладкого крыла

$$P = \frac{P - P_\infty}{\gamma q_\infty} = 1 - \frac{q}{q_\infty}, \quad \frac{q}{q_\infty} = 1 - P$$

и заменяя в (3.2) величину  $q/q_\infty$  на  $P$ , получим

$$\kappa_{pr} = \kappa_r \frac{q_r}{q_\infty} - 1 + 1 - P = \kappa_r \frac{q_r}{q_\infty} - P \quad (3.3)$$

Если в точке  $M$  имеется минимальное давление  $P_{\min}$ , то на основании равенства  $\kappa_{pr}^* = -P_{\min}$  (условие возникновения кавитации плавнообтекаемого гладкого крыла) будем иметь  $\kappa_r = 0$ .

Такая величина  $\kappa_r$  означает, что кавитация неровности будет находиться в крайней стадии своего развития независимо от того, на каком уровне от поверхности крыла не находилась бы вершинка неровности: в пограничном слое или вне его. В то же время профильная кавитация гладкого крыла была бы в начальной стадии.

Если неровность расположена вне участка поверхности крыла, имеющего  $P_{\min}$ , и ее вершинка выступает из пограничного слоя, то в (3.3) надо

положить  $q_r = q$  и, выразив  $q/q_\infty$  через  $P$ , получим

$$\kappa_{pr} = \kappa_r (1 - P) - P \quad (3.4)$$

выражение, данное в работе [7], а затем Холлом [8].

В точке на крыле, где  $P = 0$ , из (3.4) имеем  $\kappa_{pr}^* = \kappa_r^* = 1$ ; тогда, как в случае гладкого крыла, кавитация возникла бы только при  $\kappa_{pr}^* = -P_{\min}$ .

Если высота неровностей настолько мала, что можно принять  $u_r = 0$ ,  $q_r = 0$ , то из (3.3) будем иметь

$$\kappa_{pr} = -P = -P_{\min}$$

или начало кавитации гладкого крыла.

**Выводы.** 1. Кавитация неровностей поверхности в начальных стадиях развивается в зоне свободных вихрей, образующихся за неровностью. Зарождение кавитации происходит на оси вихрей.

2. Наибольшую опасность в отношении возникновения кавитации представляют неровности в узких каналах или щелях, где малые по абсолютным размерам неровности относительно будут велики, так как  $K$  имеет квадратичную зависимость от величины стеснения щели неровностью.

3. Опытные значения  $\kappa^{\circ}$  и  $\kappa^*$  стремятся при уменьшении относительной высоты неровности к некоторой предельной величине, именно, к  $K = 1.0$  в том случае, если относить  $\kappa^{\circ}$  и  $\kappa^*$  к скорости на уровне гребешков неровности.

4. Следует обращать внимание на чистоту обработки поверхности тех деталей гидромашин и гидросооружений, которые должны работать в условиях кавитации, особенно тех поверхностей, которые образуют щели, например, стенки колесных камер осевых турбин и насосов, противлежащие торцам лопасти, поверхность водосливной части бетонных плотин. Если на поверхности той или иной детали образовались неровности поверхности, аналогичные исследованным, например, риски, царапины и т. п., то следует проверить возможность их кавитации с использованием значений  $K$ , приведенных на фиг. 8, или вычислить  $K$  по формулам (2.4) и (2.5).

Поступила 15 VIII 1962

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Silberrad O. The Erosion of Bronz Propellers. Journal Soc. Chem. Industr., 1921, vol. 40, No. 4.
2. Dahl H. O. Kavitation vid vattenturbiner. Kavitations — Problemet. Ingeniörsvetenskapskad. Meddelande. Stockholm, 1938, No. 112.
3. Petersen H. J. and Roberts J. E. Hydraulic — Turbine Practice of the T. V. A. Mechanical Engng., 1943, vol. 65, No. 4.
4. Шальнев К. К. Опыт обследования кавитационной эрозии турбин и насосов большой мощности. Инж. сб., 1954, т. 18.
5. Schröter H. Korrosion bei Kavitation — Bericht über Versuche am Walchenseekraftwerk. Z. Ver. dtsh. Ing., 1933, vol. 77, No. 32.
6. Шальнев К. К. Кавитация неровностей поверхности, ЖТФ, 1951, т. 21, вып. 2.
7. Шальнев К. К. Кавитация неровностей поверхности и вызываемая ею эрозия. ДАН СССР, 1951, т. 78, № 1.
8. Holl J. W. The Inception of Cavitation on Isolated Surface Irregularities. Trans. ASME, ser. D, J. Basic Engng. (Paper No. 59 — Hyd. — 12), 1960, vol. 82, No. 1.
9. Salehuff G. L. and Wislicenus G. F. ORL Investigations of Scale Effects on Hydrofoil Cavitation. TM 19. 4212—03, Ordnance Research Laboratory, The Pennsylvania State University, February, 1956.
10. Walker G. K., Jr. Rotational Flow Over a Surface Protrusion. Master of Science Dissertation, Department of Aeronautical Engineering, The Pennsylvania State University, Jan., 1957.
11. Colgate D. Cavitation Damage of Roughened Concrete Surfaces. J. Hydraulics Div., Proc. Amer. Soc. Civil Engrs., 1959, vol. 85, No. 11.
12. Прандтль Л. М. Гидроаэромеханика. М., Гостехиздат, 1949.
13. Шальнев К. К. Влияние градиента давления в потоке на развитие зоны кавитации. ПМТФ, 1961, № 1.
14. Саткевич А. А. Об основах гидродинамической теории вихря. Тр. Науч.-исслед. аэроин-та Учеб. комбината гражд. воздушн. флота, Л., 1932, Ст. 19.
15. Шаумян В. А. Теория щитовых водомеров-регуляторов и ее практическое применение в орошении. Тр. Всесоюз. научн.-исслед. ин-та гидротехн. и мелиорач., 1938, т. 22.