

Неадиабатическая деформация импульса в релаксирующей среде (--- решение уравнения в предположении $s = \text{const}$).

Для выяснения влияния неадиабатичности процесса на его протекание рассчитана эволюция начального возмущения

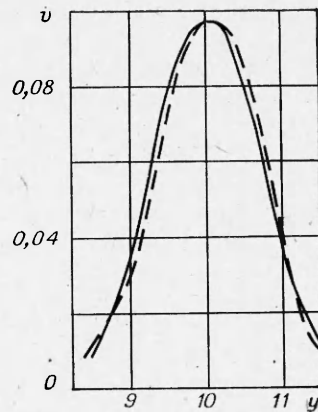
$$v|_{t=0} = 0,098e^{-(y-10)^2}$$

в CO_2 при $T = 300$ К и $p_0 = 1$ атм, $c_0 = 260$ м/с, $c_\infty = 270$ м/с, $m = 0,078$. Полагалось $\tau/T = 1$. Сравнивались уравнения из [3]

$$v_t + vv_y - 0,039v_{yy} - 0,039v_{yyy} = 0$$

и полученное в данной работе

$$v_t + vv_y - 0,039v_{yy} - 0,779v^2v_y = 0. \quad (18)$$



Расчет проводился по схеме с аппроксимацией $O(\Delta t + (\Delta y)^3)$ для малых времен (см. рисунок).

Вершины импульсов эволюционируют одинаково (с точностью до трех значащих цифр). В самом деле, в начальном негармоническом возмущении всегда присутствуют низкочастотные гармоники, для которых $\tau/T \ll 1$. Именно они и определяют вершину возмущения. Но в случае $\tau/T \ll 1$ неадиабатичность процесса и не играет существенной роли. Передний фронт импульса, рассчитанного по (18), оказался круче, чем в [3]. И наконец, уравнение (18) позади импульса дает значения v , близкие к величинам впереди импульса, в то время как уравнение, не учитывающее изменение энтропии, дает позади импульса более высокие значения.

Таким образом, для двух качественно различающихся случаев соотношения между τ и T рассмотрение процесса распространения неадиабатического возмущения привело к уточнению полученных в [3, 4] уравнений и результатов, относящихся к эволюции начального возмущения колоколообразного типа. С помощью данной теории можно получить более точные значения различных характеристик среды.

Автор благодарен профессору И. А. Молоткову за руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Мандельштам, М. А. Леонтович. ЖЭТФ, 1937, 7, 3.
2. А. Л. Полякова, С. И. Солуян, Р. В. Хохлов. Акустический ж., 1962, 8, 1.
3. В. Е. Накоряков, А. А. Борисов. ФГВ, 1976, 12, 3.
4. А. В. Богданов, С. А. Вакуленко, В. М. Стрельчяня. Численные методы механики сплошной среды, 1980, 11, 3.
5. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963.
6. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953.
7. С. П. Дьяков. ЖЭТФ, 1954, 27, 6.

Поступила в редакцию 16/1 1986

ТЕПЛОВОЙ ВЗРЫВ И ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ

А. П. Алдушин
(Черноголовка)

Как известно из теории теплового взрыва (ТВ), экзотермическое превращение в химически активной среде может протекать в режимах: квазистационарном либо в нестационарном, самоускоряющемся. Особый режим возникает при критическом сочетании параметров, разделяющем области взрывных и стационарных режимов. Классическая задача о ТВ

исследует протекание реакции в сосуде с симметричным профилем температуры. Хорошо известен, однако, и рассмотренный в [1, 2] случай несимметричного воспламенения реагирующей массы в плоскопараллельном сосуде с различной температурой стенок. В аналогичных условиях несимметричного нагрева происходит и превращение вещества в прогретом слое волны горения. Представляет интерес проанализировать тепловой режим реакции во фронте горения с позиции классификации режимов химического превращения в теории ТВ.

С этой целью рассмотрим задачу о протекании экзотермической реакции в среде с начальной температурой T_0 , движущейся со скоростью u в направлении оси x и принимающей в некотором сечении $x = 0$ заданную температуру T_1 . Такая постановка обобщает задачу Я. Б. Зельдовича [4] о несимметричном воспламенении на случай движущейся среды и моделирует тепловой режим реакции во фронте горения. Помимо методического, данная задача имеет и самостоятельный интерес. В практическом отношении здесь может идти речь о подаче горючей смеси по трубе в камеру сгорания, о подводе реакционной массы в реактор перемешивания или об экзотермическом превращении в реакторе вытеснения с контролируемой температурой выхода. Для упрощения процедуры анализа пренебрежем диффузией, т. е. будем полагать реагенты и продукты конденсированными.

Итак, отыскивается стационарное решение уравнений

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + u c\rho \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + Q\rho w(T, \eta), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u \frac{\partial \eta}{\partial x} = w, \quad w = k(T) \varphi(\eta), \quad k(T) = k_0 \exp(-E/RT) \quad (2)$$

в полупространстве $-\infty < x < 0$ при следующих граничных условиях:

$$x = -\infty: T = T_0, \quad \eta = 0; \quad x = 0: T = T_1. \quad (3)$$

Здесь u — скорость подачи вещества; T — температура; η — глубина выгорания; c, ρ, λ — теплоемкость, плотность и теплопроводность среды; Q — тепловой эффект реакции; k_0 — предэкспонент; φ — кинетическая функция. Энергия активации E полагается достаточно большой, чтобы пренебречь реакцией при начальной температуре T_0 . Опуская нестационарные члены в исходных уравнениях и исключая с помощью (2) источник из уравнения (1), запишем первый интеграл системы (1), (2).

$$\lambda \frac{dT}{dx} = c\rho u [T - T_0 - (Q/c) \eta]. \quad (4)$$

На фазовой плоскости $T - \eta$ (рис. 1) задача о стационарных решениях системы (1) — (3) сводится к нахождению интегральных кривых уравнения

$$\frac{d\eta}{dT} = \frac{\lambda}{\rho u^2} \frac{w(\eta, T)}{c(T - T_0) - Q\eta}, \quad (5)$$

выходящих из точки O с координатами $\eta = 0, T = T_0$ и пересекающих линию $T = T_1$. При $\eta = (T - T_0)c/Q$ (прямая OP на рис. 1) градиент температуры dT/dx , согласно (4), обращается в нуль, а $d\eta/dT$, соответственно, в бесконечность. Заданному значению u отвечают два стационарных решения, соответствующие интегральным кривым OA и $OAPC$. По первому решению монотонно растет температура от T_0 до T_1 , во втором случае температура вещества достигает T_{\max} , после чего снижается до заданного уровня T_1 (рис. 2). Наличие двух стационарных решений характерно для задач теплового взрыва. При симметричном и несимметричном воспламенении в докритической ситуации существует два стационарных решения, одно из которых (высокотемпературное) неустойчивое [2]. В рассматриваемой ситуации стационарный режим с максимумом температуры также следует полагать неустойчивым. Для ступенчатой модели источника тепловыделения ($w = 0$ при $T < T_b < T_1$ и $w = w_0$ при $T >$

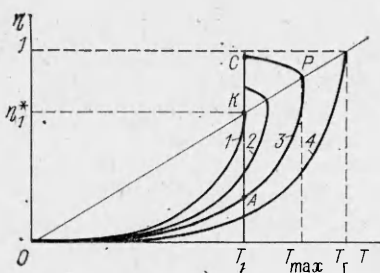


Рис. 1. Интегральные кривые уравнения (5): $T(0) = T_1$.
 1 - $u - 1 - u_*$; 2 - $u_1 > u_*$; 3 - $u_2 > u_1$;
 4 - u_0 .

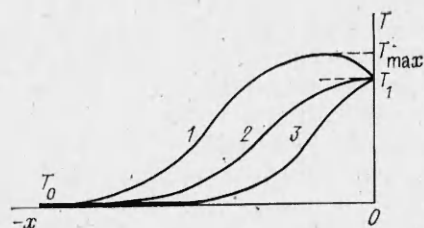


Рис. 2. Стационарные распределения температуры при различных скоростях подачи реагента; $T(0) = T_1$.
 1, 3 - $u_* < u < u_0$; 2 - $u = u_*$.

$> T_b$) это можно показать непосредственным расчетом. В зависимости от характера возмущения распад неустойчивого стационарного состояния может приводить к отрыву зоны реакции от координаты $x = 0$ и формированию волны горения, распространяющейся навстречу набегающему потоку, либо к переходу в устойчивый стационарный режим с монотонным распределением температуры.

Глубина превращения η_1 , достигаемая при T_1 в устойчивом стационарном режиме, может быть найдена стандартной процедурой узкой реакционной зоны. Полагая, что основная реакция протекает при T_{max} и заменяя в знаменателе (5) T на T_1 , получим выражение, связывающее глубину превращения η_1 и скорость подачи вещества u :

$$\int_0^{\eta_1} [(T_1 - T_0) - (Q/c)\eta] \varphi^{-1} d\eta = \lambda k(T_1) RT_1^2 / E \rho c u^2. \quad (6)$$

Для реакции нулевого порядка ($\varphi(\eta) = 1$)

$$\eta_1 = \frac{c}{Q} \left[(T_1 - T_0) - \sqrt{(T_1 - T_0)^2 - 2 \frac{\lambda k(T_1) RT_1^2 Q}{E \rho c^2 u^2}} \right].$$

Уменьшение u приводит к росту η_1 . Взаимное расположение интегральных кривых $\eta(T, u)$ при различных значениях u показано на рис. 1. Для заданной температуры T_1 существует минимальное значение u_* , при котором задача еще имеет стационарное решение. Такое решение единственно — как и в классических задачах теплового взрыва, в критических условиях происходит слияние устойчивого и неустойчивого решений. Температурный профиль $T(x, u_*)$ имеет нулевой градиент при T_1 (см. рис. 2), а $\eta_1^* = (T_1 - T_0) c / Q$.

Величина критической скорости определяется подстановкой в (6) значений $u = u_*$, $\eta_1 = \eta_1^*$:

$$u_*^2(T_1) = \lambda k(T_1) RT_1^2 / \rho E \int_0^{\eta_1^*} [(T_1 - T_0) - (Q/c)\eta] \varphi^{-1} d\eta.$$

При подаче вещества со скоростью, меньшей критической, система (1), (2) теряет стационарное решение и осуществляется своеобразный «тепловой взрыв» — реакция распространяется по холодной смеси, переводя ее в высокотемпературный продукт сгорания.

Обращаясь к стационарной бегущей волне горения, отметим, что в системе координат, связанной с фронтом, распространение зоны реакции можно рассматривать как встречное движение исходного вещества со скоростью стационарного горения u_0 . Роль T_1 играет адиабатическая температура продуктов сгорания $T_r = T_0 + Q/c$. Величина u_0 — предел последовательности критических скоростей при $T_1 \rightarrow T_r$ и $u_0 = u_*(T_r)$.

При $u = u_0$ реакция локализована в окрестности $x = 0$, при $u < u_0$ происходит воспламенение — реакция распространяется на весь объем, заполненный горючей смесью. Таким образом, в стационарной волне горения осуществляется критический режим протекания экзотермической реакции, при котором формируется критическое состояние прогретого слоя, предшествующее его тепловому взрыву.

Имея в виду практическую сторону рассматриваемой задачи, следует проанализировать более общий вид граничного условия, предполагающего конечную скорость теплообмена вещества в контролируемом сечении $x = 0$ (вход в реактор перемешивания или выход из реактора вытеснения):

$$x = 0, \quad \lambda \frac{dT}{dx} = \alpha (T_1 - T_0). \quad (7)$$

Учитывая (4), запишем (7) в следующем виде:

$$\eta = (c/Q)[(T - T_0) - (\alpha/c\rho u)(T_1 - T)]. \quad (8)$$

На фазовой плоскости $\eta - T$ (рис. 3), условие (8) изображается прямой теплообмена α , пересекающей линию нулевого градиента OP при T_1 . Пересечение этой прямой с интегральной кривой уравнения (5) $\eta(T, u)$ (точки A и C) определяет температуру и глубину превращения вещества на границе $x = 0$. Так же как и в рассмотренном выше случае жесткого задания температуры ($T(0) = T_1$, $\alpha = \infty$), при конечной интенсивности теплообмена существует критический уровень скорости подачи вещества, ниже которого происходит потеря стационарного решения, т. е. срыв теплового равновесия и воспламенение реакционной массы. Критическая скорость и отвечающие ей значения $\eta_* = \eta(0)$, $T_* = T(0)$ удовлетворяют уравнениям:

$$(Q/c) \eta_* = (T_* - T_0) - (\alpha/c\rho u)(T_1 - T_*),$$

$$\frac{c}{Q} \left[1 + \frac{\alpha}{c\rho u_*} \right] = \frac{\lambda}{c\rho u_*^2} \frac{k(T_*) \varphi(\eta_*)}{c(T_* - T_0) - Q\eta_*},$$

$$u_*^2 = \lambda k(T_*) RT_*^2 / \rho E \int_0^{\eta_*} [(T_* - T_0) - (Q/c)\eta] \varphi^{-1} d\eta.$$

Первые два из этих соотношений отражают касание интегральной кривой $\eta(T)$ и прямой теплообмена α в критических условиях, третье равенство — результат асимптотического ($E/RT_* \gg 1$) интегрирования уравнения (5). В качестве специфики данного случая отметим ненулевой градиент температуры на границе $x = 0$ в критических условиях, что видно непосредственно из рис. 3, и обусловленную этим монотонность обоих стационарных решений $T(x)$. На рис. 4 изображены температурные профили, отвечающие интегральным кривым OK , OF и OFE и заканчивающиеся соответственно температурами T_* , T_F и T_E .

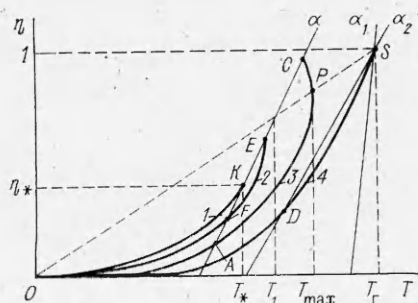


Рис. 3. Интегральные кривые уравнения (5); $\alpha \neq \infty$.

1 — $u = 1 - u_*$; 2 — $u_1 > u_*$; 3 — $u_2 > u_1$; 4 — u_0 .

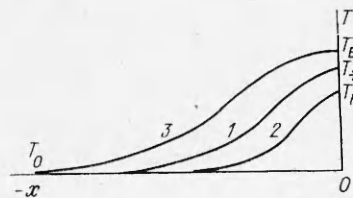


Рис. 4. Стационарные распределения температуры при критической (1) и околоскритической (2, 3) скоростях подачи реагента; $\alpha \neq \infty$.

¹ Аналогичного эффекта (ненулевой критический градиент на поверхности) следует ожидать и в задаче Я. Б. Зельдовича о несимметричном воспламенении неподвижного слоя при граничном условии третьего рода.

Для реактора вытеснения наибольший интерес представляют режимы с полным превращением вещества на выходе из реактора. Изображение процесса на фазовой плоскости $T - \eta$ (см. рис. 3) позволяет видеть, что полнота превращения в стационарном режиме может быть обеспечена только при скорости подачи вещества, большей или равной скорости самораспространения фронта реакции $u_0(T_r)$. Предпочтителен последний вариант ($u = u_0$), поскольку здесь градиент температуры на выходе обращается в нуль и для осуществления этого стационарного режима не требуется тепловой поток из окружающей среды, что необходимо при $u > u_0$. Однако такой режим не всегда устойчив. В зависимости от α интегральная кривая уравнения (5), соответствующая u_0 (кривая ODS на рис. 3), может пересекать прямую теплообмена (8) ($T_1 = T_r$) либо в одной ($\alpha = \alpha_1$), либо в двух ($\alpha = \alpha_2$) точках. Как и в случае жесткого задания температуры ($T(0) = T_1$, $\alpha = \infty$), при наличии двух стационарных решений устойчивым является низкотемпературный режим (точка D на рис. 3). Для устойчивости режима полного сгорания вещества в реакторе необходимо обеспечить сверхкритическую интенсивность теплообмена покидающего реактор вещества с элементами конструкции выхода. Критическое значение α определяется касанием интегральной кривой и прямой теплоотвода в точке S

$$(c/Q) [1 + (\alpha_*/c\rho u_0)] = (d\eta/dT)_S.$$

Наклон интегральной кривой в точке S можно вычислить из уравнения (5). Для реакции первого порядка ($\varphi(\eta) = 1 - \eta$) получим

$$(d\eta/dT)_S = (c/Q) (1 + 2z), \quad z = (Q/c) (\partial \ln u_0 / \partial T_r),$$

при этом

$$\alpha_* = 2z c \rho u_0.$$

Стационарный режим горения в реакторе при $\alpha > \alpha_*$ необходимо исследовать на устойчивость к малым возмущениям. Соответствующий расчет, выполненный в приближении бесконечно тонкой зоны реакции, показывает, что при $z > 7$ в области параметров z , $Bi = \alpha/c\rho u_0$, ограниченной линиями $z = 1,5(1 + \sqrt{1 + 8Bi/9})$ и $z = Bi/2$, стационарный режим горения в реакторе колебательно неустойчив. Наиболее вероятный результат такой неустойчивости — регулярные пульсации зоны реакции вблизи выхода из реактора. Особенность таких колебаний по сравнению с известными автоколебаниями для бегущей волны [3] заключается в равенстве средней скорости распространения зоны реакции относительно свежей смеси стационарной скорости горения. Вместе с тем массовая скорость автоколебательного сгорания вещества в реакторе должна быть меньше, чем скорость подачи реагента, за счет того, что в период депрессии реакции реактор будет покидать не полностью прореагировавшее вещество.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Зельдович. ЖЭТФ, 1939, 9, 12, 1530.
2. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
3. К. Г. Шкадинский, Б. И. Хайкин, А. Г. Мержанов. ФГВ, 1971, 7, 1, 19.

Поступила в редакцию 20/II 1986

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ДЕТОНАЦИИ В ШЕРОХОВОЙ ТРУБЕ С УЧЕТОМ ТОРМОЖЕНИЯ И ТЕПЛООТДАЧИ

Я. Б. Зельдович, Б. Е. Гельфанд, Я. М. Каждан, С. М. Фролов
(Москва)

Разрушительное действие взрыва на протяжении почти двух столетий продолжает оставаться предметом разноплановых научных исследований. При изучении взрывов в каменноугольных шахтах М. Бертло и П. Виейлле открыли предельное по своей разрушительной способности