

24. О. Л. Андерсон.— В кн.: Атомный механизм разрушения. М.: Metallurgizdat, 1963.
25. В. М. Финкель. Металлофизика. Киев: Наук. думка, 1971.
26. В. М. Кузнецов, П. А. Мартынюк, А. И. Поголицин. ПМТФ, 1969, 4, 155.
27. Е. А. Кузьмин, В. П. Пух.— В кн.: Некоторые проблемы прочности твердого тела. М.—Л.: ОГИЗ, 1959.
28. J. W. Kury, P. C. Hornig, E. L. Lee e. a. 4-th Symp. (Intern.) on Detonation, Washington, Office of Naval Research, DC, ACR-126, 1965.
29. G. L. Taylor.— Sci. Papers of G. L. Taylor. Cambridge University Press, 1963, 3, 44, 387.
30. И. П. Горшков. ФГВ, 1983, 2, 130.

Поступила в редакцию 17/IV 1986

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ КОНИЧЕСКОЙ ОБЛИЦОВКИ

Л. В. Ефремова, А. И. Корнеев, В. Г. Трушков  
(Томск)

Анализ различных режимов гидродинамической кумуляции выполнен в работе [1], где для процесса обжатия «мелких» конических облицовок введен термин обратная кумуляция. Для изучения формирования струи при обратной кумуляции в [2] применен приближенный метод, основанный на гидродинамической теории, позволяющий описать форму кумулятивной струи и вычислить скорость головы и песта. Численное моделирование процесса деформирования облицовки в рамках упруго-пластической модели среды под действием бегущего вдоль образующей конической облицовки импульса нагрузки выполнено в [3]. В настоящей работе численно исследуется процесс деформации конической металлической облицовки при обжатии ее продуктами детонации. Для интегрирования двух систем уравнений, описывающих детонацию заряда ВВ и динамику деформирования упругопластической облицовки, используется двухшаговая разностная схема Мак-Кормака.

1. Основная система уравнений, записанная в виде интегральных законов сохранения массы, количества движения и энергии, для случая осевой симметрии имеет вид.

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\tau} U d\tau + \int_s (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) ds + \int_{\tau} \mathbf{H} d\tau = 0, \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u_r \\ \rho u_z \\ E \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho \mathbf{u} \\ \rho u_r \mathbf{u} - \sigma_r \\ \rho u_z \mathbf{u} - \sigma_z \\ E \mathbf{u} - (\sigma_r u_r + \sigma_z u_z) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\sigma_{\Phi\Phi}}{r} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где  $\rho$  — плотность;  $\mathbf{u}$  — вектор массовой скорости;  $u_r, u_z$  — компоненты массовой скорости в направлении осей  $r$  и  $z$ ;  $E = \rho [\varepsilon + (u_r^2 + u_z^2)/2]$  — полная энергия;  $\varepsilon$  — удельная внутренняя энергия;  $\sigma_r, \sigma_z$  — векторы напряжений на площадках, перпендикулярных осям  $r$  и  $z$ , причем  $\sigma_{rr} = -p + S_r, \sigma_{zz} = -p + S_z, \sigma_{rz} = S_{rz}, \sigma_{\Phi\Phi} = -p - (S_r + S_z)$ ;  $S_r, S_z, S_{rz}$  — компоненты девиатора тензора напряжений;  $p$  — давление;  $\mathbf{n}$  — внешняя нормаль поверхности  $s$  некоторого объема  $\tau$ .

Определяющие соотношения, замыкающие систему (1), запишутся следующим образом [4]:

$$\mathbf{E} = \frac{D}{Dt} \mathbf{S} + \lambda \mathbf{S},$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 2\mu l_r \\ 2\mu l_z \\ \mu l_{rz} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_r \\ S_z \\ S_{rz} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$l_r = \frac{\partial u_r}{\partial r} - \Theta, \quad l_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} - \Theta, \quad l_{rz} = \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r},$$

$$\Theta = \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial (ru_r)}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right].$$

Здесь  $l_r$ ,  $l_z$ ,  $l_{rz}$  и  $\Theta$  — компоненты девиатора и первый инвариант тензора скоростей деформаций;  $\mu$  — модуль сдвига. Символ  $D/Dt$  — производная в смысле Яуманна,  $\lambda$  определяется с помощью условия текучести Мизеса

$$S_r^2 + S_z^2 + S_{rz}^2 + S_r S_z = \frac{1}{3} \sigma_s^2$$

( $\sigma_s$  — предел текучести материала). Уравнение состояния, описывающее связь между давлением, плотностью и внутренней энергией, имеет вид [5]

$$p = p_s(\rho) + \gamma(\rho) \rho [\varepsilon - \varepsilon_s(\rho)], \quad (3)$$

$$\varepsilon_s(\rho) = \frac{9B_0}{2\rho_0^2} \{ \exp [2A_0(1-x^{1/3})] - 2 \exp [A_0(1-x^{1/3})] + \beta \},$$

$$p_s(\rho) = \frac{3B_0}{A_0} x^{-2/3} \{ \exp [2A_0(1-x^{1/3})] - \exp [A_0(1-x^{1/3})] \},$$

$\gamma(\rho) = \gamma_0 x$  — коэффициент Грюнайзена;  $x = \rho/\rho_0$ ;  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $\gamma_0$ ,  $\rho_0$ ,  $\beta$  — константы материала.

В области течения газообразных продуктов детонации система (1) при  $S_r = S_z = S_{rz} = 0$  замыкается уравнением состояния [6]

$$p = A\rho\varepsilon + B\rho^4 + C \exp(-k/\rho) \quad (4)$$

с постоянными  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $k$  для данного ВВ.

В предположении режима стационарной детонации система (1), замкнутая уравнением состояния (4) в области, занятой ВВ, и определяющими соотношениями (2), (3) в области, занятой облицовкой, численно интегрируется при следующих начальных и граничных условиях:

в области заряда ВВ

$$\rho(r, z, 0) = \rho_{00}, \quad \varepsilon(r, z, 0) = Q_0, \quad \mathbf{u}(r, z, 0) = 0,$$

$$p(r, z, 0) = 0;$$

в облицовке

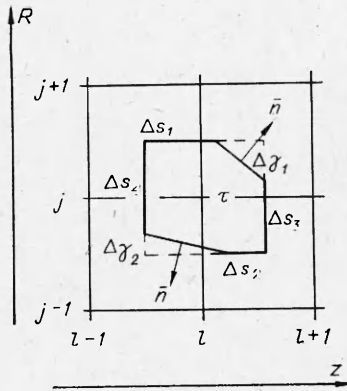
$$\rho(r, z, 0) = \rho_0, \quad \varepsilon(r, z, 0) = 0, \quad \mathbf{u}(r, z, 0) = 0,$$

$$\sigma_{rr}(r, z, 0) = \sigma_{zz}(r, z, 0) = \sigma_{rz}(r, z, 0) = 0,$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}(r, z, 0) = 0.$$

Здесь  $\rho_{00}$ ,  $\rho_0$  — начальные плотности ВВ и материала облицовки;  $Q_0$  — энергия взрывчатого превращения.

На свободной границе заряда ставится условие  $p(r, z, t) = 0$ , которое отвечает разлету продуктов детонации в вакуум. На свободной поверхности облицовки  $\sigma_{nn}(r, z, t) = \sigma_{nr}(r, z, t) = 0$ . На границе контакта ВВ и облицовки  $p(r, z, t) = -\sigma_{nn}(r, z, t)$ ,  $[u_n] = 0$  (индекс  $n$  соответ-



из неподвижных ( $\Delta s_i$ ) и подвижных ( $\Delta \gamma_i$ ) поверхностей, система (1) запишется в виде

$$\frac{\Delta(U\tau)}{\Delta t} + \sum_{i=1}^4 F_i \Delta s_i + \sum_{i=1}^m (F \cdot n) \Delta \gamma_i + H\tau = 0, \quad (5)$$

где  $m$  — число подвижных границ. Считается, что поверхности  $\Delta \gamma_i$  движутся вместе со средой, а через  $\Delta s_i$  происходит переток материала. Используя численную схему Мак-Кормака для (5), получим

$$\begin{aligned} \overline{(U\tau)}_{i,l}^{n+1} &= (U\tau)_{j,l}^n - \Delta t \left[ (F_r)_{j,l}^n \Delta s_1^n + (F_r)_{j-1,l}^n \Delta s_2^n + \right. \\ &+ (F_z)_{j,l}^n \Delta s_3^n + (F_z)_{j,l-1}^n \Delta s_4^n + \left. \sum_{i=1}^m (F_{ni})_{j,l}^n \Delta \gamma_i^n + (H\tau)_{j,l}^n \right], \\ (U\tau)_{j,l}^{n+1} &= \frac{1}{2} \left\{ (U\tau)_{j,l}^n + \overline{(U\tau)}_{j,l}^{n+1} - \Delta t \left[ \overline{(F_r)}_{j+1,l}^{n+1} \Delta s_1^{n+1} + \right. \right. \\ &+ \overline{(F_r)}_{j,l}^{n+1} \Delta s_2^{n+1} + \overline{(F_z)}_{j,l+1}^{n+1} \Delta s_3^{n+1} + \overline{(F_z)}_{j,l}^{n+1} \Delta s_4^{n+1} + \\ &\left. \left. + \sum_{i=1}^m \overline{(F_{ni})}_{j,l}^{n+1} \Delta \gamma_i^{n+1} + \overline{(H\tau)}_{j,l}^{n+1} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

$F_r, F_z$  — проекции  $F$  на оси  $r$  и  $z$  соответственно;  $F_n$  — проекция  $F$  на площадку с нормалью  $n$ . Поверхности  $\Delta \gamma_i$  являются либо свободными, либо контактными. Так как поток массы через эти границы отсутствует, то

$$F_n = \begin{pmatrix} 0 \\ \sigma_{nr} \\ \sigma_{nz} \\ \sigma_n \cdot u \end{pmatrix}.$$

Если в ячейке подвижные границы отсутствуют, т. е.  $\Delta \gamma_i = 0$ , уравнения (6) становятся уравнениями схемы Мак-Кормака для внутренних узлов эйлеровой расчетной сетки. Задание компонент матрицы  $F_n$  позволяет удовлетворить граничные условия при численном интегрировании системы (1).

Для определения положения подвижных границ  $\Delta \gamma_i$  применен метод маркеров [4, 7]. Предполагается, что в пределах одной ячейки поверхности  $\Delta s_i$  и  $\Delta \gamma_i$  в плоскости симметрии являются отрезками прямых. В начальный момент времени маркеры определяют конфигурацию расчетной области. В последующие моменты координаты и скорости маркеров, движущихся вместе со средой, находятся линейной интерполяцией по скоростям в узлах эйлеровской сетки. На контактной границе задаются два ряда маркеров, принадлежащих взаимодействующим материалам. Скорости

сти и координаты таких маркеров рассчитываются таким образом, чтобы, с одной стороны, исключить проникание их друг в друга, а с другой — обеспечить их взаимное проскальзывание. Для этого необходимо вычислять касательную составляющую массовой скорости  $(u_t)_m$  контактных частиц по узлам того материала, к которому относится данная частица, и считать  $[(u_n)_m] = 0$ . Если в процессе счета маркеры из граничной ячейки переместятся во внутреннюю, то их следует удалить. Если они разойдутся на слишком большое расстояние, то необходимо добавить новые.

Для расчета детонации используется следующий алгоритм. По известной скорости детонации  $D_0 = \text{const}$  и расстоянию от точки инициирования  $H$  определяются время прихода детонационной волны  $t_0$  в рассматриваемую точку ВВ и величина  $f_0$ :

$$t_0 = H/D_0, \quad f_0 = D_0/2,5\Delta z \cdot (t - t_0), \quad (7)$$

где  $t$  — текущее время процесса;  $\Delta z$  — размер расчетной ячейки. Вводится величина  $f$ , которая является фиктивной степенью превращения на фронте детонационной волны:

$$f = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_0, \\ f_0 & \text{при } f_0 < 1, t \geq t_0, \\ 1 & \text{при } f_0 \geq 1, t \geq t_0. \end{cases}$$

Функция  $f$  позволяет «размазать» детонационный фронт на 2–3 ячейки. Далее в области ВВ, где  $0 < f < 1$ , задается

$$p = p_n f, \quad (8)$$

( $p_n$  — давление в точке Чемпена — Жуге). Остальные параметры вычисляются из соотношений Гюгонио:

$$v_n = \frac{p}{\rho_{00} D_0^2}, \quad \rho = \rho_{00} \frac{D_0}{(D_0 - v_n)}, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{p}{2} \left( \frac{1}{\rho_{00}} - \frac{1}{\rho} \right) + Q_0.$$

Здесь  $v_n$  — нормальная составляющая массовой скорости относительно фронта детонации. В случае  $f > 1$  течение продуктов детонации рассчитывается по замкнутой формулой (4) системе газодинамических уравнений. Если не использовать соотношения (8), (9), то алгоритм расчета будет идентичен [8]. Предлагаемый способ расчета детонации дает возможность на меньшем числе расчетных точек получать значения на пике детонационной волны, соответствующие параметрам Чемпена — Жуге, что не позволяет алгоритм [8].

3. Методом, изложенным выше, численно исследован процесс деформации конической облицовки, относительная толщина которой  $\delta_1 = \delta/D = 0,1$  ( $D$  — диаметр основания конуса), под действием продуктов детонации цилиндрического заряда ВВ из пентолита. Отношение диаметра заряда ВВ к высоте  $d/h = 1,5$ . Постоянные, характеризующие ВВ: начальная плотность  $\rho_{00} = 1,65$  г/см<sup>3</sup>, скорость детонационной волны  $D_0 = 7655$  м/с, энергия взрывчатого превращения  $Q_0 = 1280$  кал/г. Константы уравнения состояния (4) в безразмерных переменных  $\bar{\rho} = \rho/\rho_{00}$ ,  $\bar{p} = p/\rho_{00} D_0^2$ ,  $\bar{\varepsilon} = \varepsilon/D_0^2$ :  $A = 0,35$ ,  $B = 0,01659$ ,  $C = 2,147$ ,  $k = 3,636$ . Материал облицовки — медь с пределом текучести  $\sigma_s/\rho_0 c_0^2 = 0,0026$ , модулем сдвига  $\mu/\rho_0 c_0^2 = 0,336$  и начальной плотностью  $\rho_0 = 8,93$  г/см<sup>3</sup>. В (3) для меди  $A_0 = 3,96$ ,  $B_0/\rho_0 c_0^2 = 1,198$ ,  $\gamma_0 = 1,78$ ,  $\beta = 1$ .

На рис. 2 показан процесс деформации медной облицовки с углом раствора конуса  $120^\circ$  под действием продуктов детонации. Наряду с распределением массовых скоростей в продуктах детонации и облицовке на рис. 2, а приведено поле давлений  $\bar{p}$  и штриховыми кривыми показано затекание газообразных продуктов детонации за лицевую поверхность облицовки, а на рис. 2, б — поле относительных плотностей  $\bar{\rho}$ .

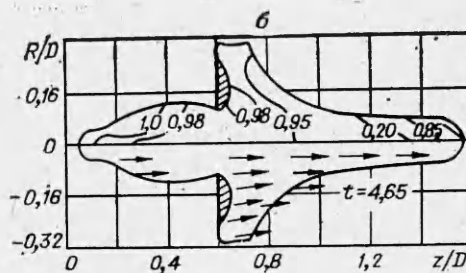
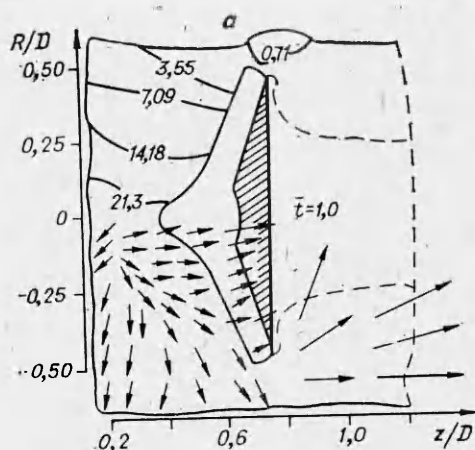


Рис. 2.

В результате взаимодействия с продуктами детонации облицовка разгоняется и приобретает новую форму. Интенсивные радиальные течения и наличие высокого градиента массовой скорости вдоль оси симметрии приводят к сильным сдвиговым деформациям, в результате чего образуется тело, вытянутое вдоль оси симметрии. На рис. 3 приведены варианты расчета деформации облицовки с различными углами при вершине в моменты времени  $\bar{t}_i = t_i c_0 / D = 0; 1,25; 3,13; 6,26$ . Видно, что удлинение, получаемое телом, тем больше, чем меньше угол при вершине облицовки.

На рис. 4 отражена зависимость осевой составляющей массовой скорости передней точки деформированной облицовки (кривые 1), задней (2) и крайней точки боковой поверхности (3) от времени (сплошные и штриховые линии для углов  $140^\circ$  и  $160^\circ$  соответственно). Площадь между кривыми 1 и 2 характеризует удлинение облицовки, ее увеличение повышает вероятность разрушения облицовки.

Таким образом, предложенный численный метод позволяет в рамках единого подхода исследовать процесс деформации тонких металлических облицовок. Модель упругопластической среды для материала облицовки в отличие от гидродинамической дает возможность получить конечную форму облицовки в конце этапа разгона и оценить ее напряженно-деформированное состояние.

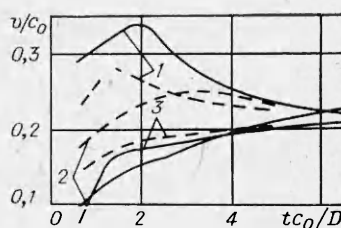
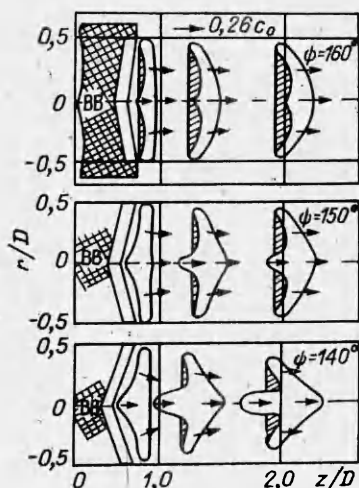


Рис. 4.

Рис. 3.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Титов. Докл. АН СССР, 1979, 247, 5.
2. Н. Н. Горшков. ФГВ, 1983, 19, 2, 130.
3. К. И. Запфаров, В. Н. Кукуджанов. Численные методы в механике твердого деформируемого тела, 1984, 8, 65.

4. В. А. Гриднева, А. И. Корнеев, В. Г. Трушков. МТТ, 1977, 1, 146.
5. В. А. Жданов, А. В. Жуков. ПМТФ, 1978, 5, 139.
6. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975, с. 113—114.
7. Б. Николе.— В кн.: Численные методы в механике жидкости. М.: Мир, 1973.
8. М. Л. Уилкинс.— В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967.

Поступила в редакцию 20/VI 1985

## ИССЛЕДОВАНИЕ АДИАБАТ ГЕТЕРОГЕННОЙ ДВУХФАЗНОЙ ДЕТОНАЦИИ

А. Е. Медведев, А. В. Федоров, В. М. Фомин  
(Новосибирск)

Известно большое количество работ по исследованию двухфазной гетерогенной детонации (обзор литературы по этому вопросу дан в [1]). Но до сих пор недостаточно полно изучены особенности детонационных волн (ДВ) в двухфазных средах, что связано с многообразием и сложностью релаксационных процессов в зоне реакции.

В данной работе исследовано влияние неравновесности двухфазного течения (степени выгорания частиц, скоростного отставания фаз и различия температур газа и частиц) на параметры гетерогенной детонации. Наличие трех параметров неравновесности приводит, вообще говоря, к немонокотному поступлению тепла к газу даже при монотонном тепловыделении на частицах в результате химических реакций. При этом, как известно [2], могут реализоваться режимы неидеальной детонации. В [3] предложена модель неидеальной детонации в двухфазной взвеси частиц унитарного топлива, где немонокотность тепловыделения обусловлена двухфракционностью частиц. Неидеальность приводит к трудностям в выборе скорости детонации и положения плоскости Чепмена — Жуге. Для расчетов детонации в газовзвесах предложены следующие правила выбора положения плоскости Чепмена — Жуге:

- а) место полного выгорания капель [4];
- б) плоскость дробления и воспламенения капель [5, 6];
- в) из условий равенства скоростей фаз и равенства числа Маха по газу  $M_1 = 1$  [7];
- г) с использованием условия приближенного химического равновесия и  $M_1 = 1$  [8];
- д) с использованием «метода стрельб» и условия ограниченности градиентов в зоне реакции, т. е. считалось, что точка Чепмена — Жуге — седловая особая точка системы, в которой  $M_1 = 1$  [9, 10];
- е) для детонации в реагирующем газе с инертными, неиспаряющимися частицами в зависимости от соотношения характерных времен релаксации скоростей фаз  $\tau_w$ , теплообмена между фазами  $\tau_e$  и тепловыделения  $\tau_q$  — по одной из четырех возможных равновесно-замороженных скоростей звука [11].

Общее, что объединяет эти правила, — плоскость Чепмена — Жуге совпадает с точкой, в которой  $M_1 = 1$ , кроме правила е).

Предложенное в данной работе правило выбора скорости детонации и местоположения плоскости Чепмена — Жуге основано на требованиях разрешимости интегралов движения газовзвеси во всей области течения и однозначной разрешимости в точке Чепмена — Жуге. Использовалось условие  $u = a_f$ , где  $u$  — среднемассовая скорость газовзвеси;  $a_f$  — замороженная по релаксационным параметрам двухфазного потока скорость звука в среде. При этом  $M_1 \neq 1$ . Для детонации в реагирующем газе с