

Таким образом, проведенный анализ показывает, что ГДЛ со смещением компонентов N_2 и DCl может быть весьма эффективным устройством для получения излучения как с $\lambda = 5-7$ мкм (переходы основных частот), так и с $\lambda = 2,5-2,8$ мкм (обертоны). Удельная энергия излучения при умеренных габаритах системы при этом может достигать соответственно 70 и 20 Дж/г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Advanced N_2-HCl Gas Dynamic Laser.— S. 1., 1976.— (Rept/Atlantic Res. Corpor. Alexandria V. A.; N ARC—47—5655).
2. Ораевский А. Н., Родионов Н. Б., Щеглов В. А. Тепловые газодинамические лазеры на частичной инверсии // ЖТФ.— 1978.— Т. 48, № 7.
3. Левин В. А., Старик А. М. Анализ лазеров на галогеноводородах // Квант. электроника.— 1982.— Т. 9, № 2.
4. Даутов Н. Г., Старик А. М. Численный анализ характеристик проточных лазеров на смеси N_2-DCl с тепловым способом возбуждения // ТВТ.— 1992.— Т. 26, № 1.
5. Даутов Н. Г., Старик А. М. Численный анализ энергетических и спектральных характеристик газодинамического лазера на смеси N_2-DCl // Хим. физика.— 1993.— Т. 12, № 4.
6. Солоухин Р. И., Фомин Н. А. Газодинамические лазеры на смещении.— Минск: Наука и техника, 1984.
7. Смит К., Томсон Р. Численное моделирование газовых лазеров.— М.: Мир, 1981.
8. Востряков В. А., Кирмузов И. П., Старик А. М. К расчету многочастотной генерации газодинамических лазеров на двухатомных молекулах // Хим. физика.— 1988.— Т. 7, № 4.
9. Herbelin J. M., Emanuel G. Einstein coefficients for diatomic molecules // J. Chem. Phys.— 1974.— V. 60, N 2.

г. Москва

Поступила 17/VI 1992 г.

УДК 533.95

В. И. Ермилин, В. К. Колесников, В. Г. Петров

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Изучение поведения сверхзвуковых плазменных струй при наличии внешнего магнитного поля представляет интерес для задач, связанных с использованием плазменных ускорителей различного типа в космической технике и технологиях. Для решения таких задач необходимы знания о взаимовлиянии струи и магнитного поля. Сложность проведения экспериментов стимулирует применение численного моделирования с целью получения более полных теоретических представлений о характере поведения плазменных струй. Из опубликованных теоретических работ по плазменным образованиям в магнитном поле непосредственно сверхзвуковым плазменным струям посвящено сравнительно немного. Среди них можно отметить [1], где в рамках однотемпературного МГД-приближения проведено численное исследование плоской струи плазмы, ограниченной в поперечном направлении.

В данной работе в рамках двухтемпературной МГД-модели рассмотрено поведение сильно недорасширенной (близкой к вакуумной) сверхзвуковой плазменной струи с наложенным магнитным полем при учете индуцированного магнитного поля. Изучены влияние магнитного поля на геометрию границы струи, характер течения, распределение параметров в струе и возмущение внешнего магнитного поля, вызываемое электрическими токами струи.

1. Физическая модель. Рассматривается осесимметричная сильно недорасширенная струя полностью ионизованной плазмы, истекающая в

непроводящую среду с конечным, но достаточно низким давлением. Предполагается, что плазма обладает конечной проводимостью, являющейся функцией электронной температуры. Внешнее магнитное поле считается направленным вдоль оси струи так, что оно не изменяет положения оси в пространстве и струя сохраняет осевую симметрию. Для описания плазменной струи используется МГД-приближение.

В отсутствие магнитного поля приближение сплошной среды в струях, истекающих в сильно разреженное пространство, вообще говоря, некорректно, поскольку длина свободного пробега частиц на удалении от источника становится сравнимой с характерными размерами струи. Однако при достаточно сильном магнитном поле длина свободного пробега ионов в направлении, перпендикулярном вектору напряженности магнитного поля, будет определяться ларморовским радиусом, который может быть меньше характерного поперечного размера струи. Наличие магнитного поля приводит также к увеличению продольного характерного размера струи. Таким образом, становится возможным применять гидродинамическое описание ко всей струе: в начальной части — благодаря большой частоте столкновений, в дальнейшей — благодаря большой ларморовской частоте и большому характерному продольному размеру струи. Следует заметить, что в [2, 3] указывается на возможность получения качественно правильного результата при использовании модели сплошной среды даже в условиях формальной неприменимости этой модели.

Для описания картины течения используются следующие модельные предположения, упрощающие полную двухжидкостную систему уравнений динамики плазмы, полученную в [4].

1. Ионный газ рассматривается как бездиссипативный, и пренебрегается передачей энергии от электронов к ионам в связи с большим отношением масс и относительно малой концентрацией плазмы.

2. Вместо уравнения энергии для электронов используется политропное уравнение состояния. Это вызвано тем, что во многих случаях электронная температуропроводность достаточно велика, так что электронный газ можно считать практически изотермическим или близким к нему. Более подробное обсуждение проблематики использования данного приближения дано в [5]. Однако следует заметить, что вместо уравнения политропы можно использовать другие модельные или эмпирические зависимости, так как вариация этих соотношений не меняет качественной картины взаимодействия струи плазмы с магнитным полем.

3. Пренебрегается холловскими токами. Это приближение исключает петли тока в продольном сечении струи. Учет холловских токов привел бы к возникновению азимутальной поперечной силы и к вращению различных частей струи вокруг ее оси в разные стороны. При этом влияние параметра Холла на угол раскрытия струи определяется центробежной силой как результатом азимутального вращения плазмы. В реальном случае при учете конечной, но большой длины пробега частиц вдоль магнитного поля взаимодействие частей плазмы, закручивающихся в разные стороны, приводит к малой суммарной азимутальной скорости и соответственно малой центробежной силе.

4. Предполагается, что электрические токи не выносятся из источника плазмы, т. е. плотность тока через исходное сечение равна нулю.

С учетом сделанных предположений, приняв за основные размерные величины радиус начального сечения струи, скорость и плотность на оси струи в начальном сечении, уравнения динамики плазмы [4] можно записать в безразмерном виде

$$(1.1) \quad \operatorname{div}(\rho \mathbf{u}) = 0;$$

$$(1.2) \quad \rho(\mathbf{u} \nabla) \mathbf{u} + \nabla p + \nabla p_e = \mathbf{j} \times \mathbf{H};$$

$$(1.3) \quad p = \operatorname{const} \rho^\gamma;$$

$$(1.4) \quad \sigma = \operatorname{const} T_e^{3/2};$$

$$(1.5) \quad p_e = \rho T_e;$$

$$(1.6) \quad T_e = \text{const } \rho^{\gamma_e - 1};$$

$$(1.7) \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{u} \times \mathbf{H},$$

где p, p_e — ионное и электронное давления; γ — показатель адиабаты для ионного газа; γ_e — показатель политропы для электронного газа; $\mathbf{u} = (u_r, 0, u_z)$, $\mathbf{H} = (H_r^0 + H_r^i, 0, H_z^0 + H_z^i)$ — векторы скорости плазмы и напряженности магнитного поля в цилиндрической системе координат (r, φ, z) ; H_r^0, H_z^0 — составляющие приложенного магнитного поля; H_r^i, H_z^i — составляющие индуцированного поля. Остальные обозначения общепринятые.

Простота уравнения (1.7) определяется осевой симметрией задачи и граничными условиями. В окружающей плазменную струю среде проводимость равна нулю и токи через границу струи не протекают. С учетом предположений 2—4 единственной ненулевой компонентой вектора плотности тока будет азимутальная.

Магнитное поле, индуцированное электрическими токами в струе, определяется уравнениями Максвелла. При стационарной постановке задачи их можно записать в безразмерной форме

$$(1.8) \quad \text{div } \mathbf{H}^i = 0;$$

$$(1.9) \quad \text{rot } \mathbf{H}^i = 4\pi \mathbf{j}.$$

Уравнения (1.8), (1.9) справедливы во всем пространстве: и в струе, и в окружающей среде. Предполагается, что магнитная проницаемость плазмы и окружающей среды одинакова и равна 1. Граничные условия для (1.8), (1.9) ставятся на бесконечности. Полагается, что там напряженность индуцированного магнитного поля равна нулю.

2. Метод решения. Решение системы уравнений (1.1) — (1.9) осуществляется на основе подхода, состоящего в раздельном решении уравнений динамики плазмы (1.1) — (1.7) и уравнений Максвелла (1.8), (1.9) с их последующей совместной итерацией до установления согласованного решения.

Для решения уравнений (1.1) — (1.7) применялся конечно-разностный маршевый метод, основанный на использовании явной схемы второго порядка точности типа схемы Лакса — Вепдрофа и изложенный в [6]. При определении границы струи учитывалось влияние магнитного поля; одно из уравнений, как и в [6], являлось проекцией уравнения движения (1.2) на ось r цилиндрической системы координат, в качестве другого рассматривался интеграл от уравнения движения (1.2) вдоль границы струи.

Исходя из теории потенциала, решение уравнений (1.8), (1.9) запишем в виде

$$(2.1) \quad H_r^i(r, z) = \int_V j_\varphi(r', \varphi', z') \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{r}{B} \right) dv';$$

$$(2.2) \quad H_z^i(r, z) = \int_V j_\varphi(r', \varphi', z') \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{B} \right) dv',$$

где B — расстояние от точки (r, φ, z) (в силу осесимметричности положим $\varphi = 0$), в которой определяются H_r^i, H_z^i , до элемента объема dv' с координатами (r', φ', z') .

Интегралы (2.1), (2.2) являются несобственными, подынтегральные функции имеют особенность при $B = 0$, однако можно показать их равномерную сходимость. Для их вычисления используется известный метод Ячека [7], обладающий вторым порядком точности.

Интегрирование в (2.1), (2.2) ведется по объему струи. Так как струя в направлении z , вообще говоря, не ограничена, то выбирается какое-либо значение z_k , достаточно удаленное от источника, за которым ($z > z_k$) плотность тока полагается нулевой. Данное предположение до-

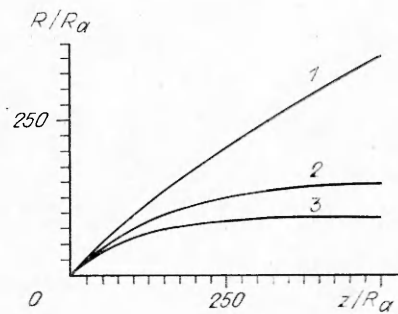


Рис. 1

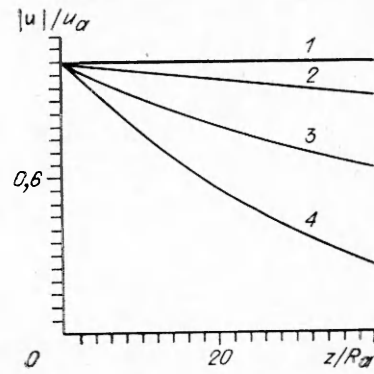


Рис. 2

пустимо в рассматриваемой задаче, так как оно не изменяет структуру электрических токов в струе, а лишь отсекает вклад далеких токовых областей в напряженность индуцированного магнитного поля. Оценка влияния вклада отсекаемых токов на индуцированное магнитное поле проводится путем соответствующих параметрических расчетов для разных значений z_h . В проведенных расчетах влияние вклада отсекаемых областей было незначительным для основной части струи.

Расчеты проводились на сетке, имеющей 100 точек в радиальном направлении. Шаг в продольном направлении определялся из условия устойчивости Куранта. Для вычисления индуцированного магнитного поля вводилась дополнительная неравномерная сетка: 20 точек по r -координате, 100 точек по z -координате. Вычисленные в узлах этой сетки значения составляющих вектора напряженности магнитного поля при решении уравнений (1.1)–(1.7) интерполировались на основную сетку. Проведенные параметрические расчеты индуцированного магнитного поля (в произвольно выбранной точке оно определялось из интерполяции по дополнительной сетке и путем решения (2.1), (2.2)) показали возможность применения такой сетки.

3. Результаты численных исследований. Рассматривалась струя аргоновой плазмы при постоянных параметрах в начальном сечении на оси струи: концентрация $n_a = 10^{14}$ см $^{-3}$, температура ионов и электронов ($T_i = T_e$) = 0,2 эВ, скорость $u_a = 6 \cdot 10^5$ см/с. Внешнее магнитное поле предполагалось однородным, направленным вдоль оси z и имеющим одну компоненту $H^0 = (0, 0, H_z^0)$. Радиус начального сечения струи R_a полагался равным 10 и 50 см, $\gamma_e = 1,1$, $\gamma = 1,67$. Рассматривался случай классической проводимости [4]. Параметры плазмы в начальном сечении (плотность, две составляющие вектора скорости) задавались модельными соотношениями

$$F = \exp(-Cr^l), \quad r \in [0, 1], \quad l = 1, 2, 3, \dots, \quad u_r = u_z \text{const} \left(\sin \frac{r\pi}{2} \right)^l$$

($F = [v, u_z]^T$, $C = [c_1, c_2]^T$ — постоянные). Варьировалась величина модуля вектора напряженности приложенного магнитного поля.

Исследовалась сильно недорасширенная струя с отношением плотности на оси струи в начальном сечении к плотности внешней среды, равным 10^5 . При таком соотношении плотностей струя ведет себя практически как вакуумная.

Сначала рассмотрим влияние магнитного поля на плазменную струю с $R_a = 10$ см. В этом случае магнитное число Рейнольдса $Re_m \approx 1$. Магнитное поле, как видно из рис. 1, где представлена граница плазменной струи при различных значениях H_z^0 ($H_z^0 = 0; 0,5; 1$ Э — линии 1–3), существенно изменяет форму границы струи. Струя начинает поджиматься; чем больше поперечная сила, тем сильнее поджимается струя (рис. 1, кривые 2, 3). При некоторых значениях модуля вектора

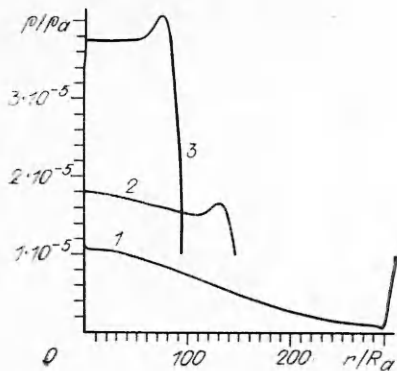


Рис. 3

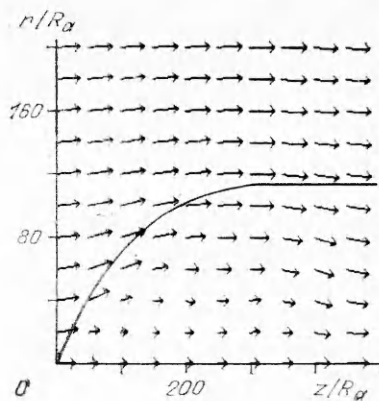


Рис. 4

напряженности приложенного магнитного поля, например при $H_z^0 = 1$; 0,5 Э и меньше, пондеромоторная сила просто поджимает границу струи. При увеличении H_z^0 до 1,5 Э изменяется характер течения в струе, наблюдается образование зон дозвукового течения. Проведенные численные расчеты показали, что при сверхзвуковом режиме течения существует минимальное предельное значение радиуса струи (в данном случае $R_* \approx 90$ калибров), достигаемое при предельном значении пондеромоторной силы. Если пондеромоторная сила превышает предельное значение, то характер течения в струе изменяется, в приграничной области струи начинают появляться зоны дозвукового течения. В данных условиях это наблюдалось для $H_z^0 = 1,5$ Э при $z = 40-50$ калибров. При дальнейшем увеличении пондеромоторной силы зона дозвукового течения смещается ближе к источнику плазмы.

Механизм образования областей дозвукового течения в плазменной струе при наличии магнитного поля обусловлен диссипативным в отношении скорости плазмы действием магнитной силы. В отсутствие магнитного поля для струи, истекающей в однородную внешнюю среду, модуль вектора скорости на граничной линии тока является постоянной величиной (рис. 2, линия 1). Магнитное поле, препятствуя расширению струи в радиальном направлении, уменьшает радиальную составляющую вектора скорости, причем наиболее сильно она уменьшается возле границы струи. Из рис. 2 видно, что чем больше модуль вектора напряженности магнитного поля, тем сильнее тормозится приграничная плазма (линии 2—4 отвечают $H_z^0 = 0,5$; 1; 1,5 Э). Наличие градиента газового давления ведет к локальному перераспределению граничных составляющих вектора скорости: осевая уменьшается, радиальная увеличивается, что в конечном итоге заметно уменьшает модуль вектора скорости (рис. 2, линии 2—4). Уменьшение модуля вектора скорости в ядре струи не столь значительно, как в приграничной области.

Другой особенностью воздействия магнитного поля на плазменную струю является изменение профиля плотности в струе. Из рис. 3, где представлены профили плотности в сечении $z = 400$ для $H_z^0 = 0$; 1; 1,5 Э (линии 1—3), видно, что при сжатии струи возрастает плотность плазмы в струе и качественно изменяется ее профиль. В приграничной области появляются уплотнения (рис. 3, кривые 2, 3), вызванные эффектом торможения плазмы. Заметим, что появление такого рода уплотнений на границе плазма — внешняя среда отмечалось, в частности, в [8], где показано их появление при разлете плазменного шага в магнитном поле. Влияние индуцированного магнитного поля на струю с $R_a = 10$ см было незначительно.

При увеличении R_a до 50 см (в этом случае $Re_m \approx 3$) влияние индуцированного поля становится заметным, а струя — немного шире по срав-

нению со случаем, когда индуцированным магнитным полем пренебрегается, плотность плазмы меньше, а пикирование плотности у границы больше.

Картина распределения полного магнитного поля: сумма приложенного и индуцированного в струе и окружающем пространстве поля при $R_a = 50$ см показана на рис. 4. Видно, что наибольшее возмущение приложенного магнитного поля проявляется в плазменной струе и ее окрестности. На удалении ($r = 200$) возмущение магнитного поля незначительно. Для полного магнитного поля можно выделить три области с характерной для каждой из них картиной распределения:

1) начальный участок течения, где струя сильно расширяется; на нем происходит вытеснение приложенного магнитного поля из струи, что обусловлено большими значениями токов, особенно в приграничной области, которые протекают здесь;

2) средняя ($z = 150-350$) приосевая часть струи, где магнитное поле очень мало;

3) удаленная часть струи, где магнитное поле начинает активнее проникать в слабо расширяющуюся струю с более слабыми электрическими токами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Савельев В. В. Динамика плазменной струи в магнитном поле.— М., 1989.— (Препр./Ин-т прикл. матем. им. М. В. Келдыша АН СССР).
2. Гуськов К. Г., Райзер Ю. П., Суржиков С. Т. Пространственные МГД-модели разлета плазмы в разреженную ионизированную среду, находящуюся в магнитном поле.— М., 1989.— (Препр./Ин-т пробл. механики АН СССР).
3. Каулинг Т. Магнитная гидродинамика.— М.: Атомиздат, 1978.
4. Брагинский С. И. Явления переноса в плазме // Вопросы теории плазмы.— М.: Атомиздат, 1963.— Вып. 1.
5. Sack Ch., Schamel H. Plasma expansion into vacuum — a hydrodynamic approach // Phys. Reports.— 1987.— V. 156, N 6.
6. Авдучевский В. С., Ашратов Э. А., Иванов А. В., Пирумов У. Г. Сверхзвуковые не-изобарические струи газа.— М.: Машиностроение, 1985.
7. Турчак Л. И. Основы численных методов.— М.: Наука, 1987.
8. Colgate S. A. The phenomenology of the mass motion of a high altitude nuclear explosion // J. Geophys. Research.— 1965.— V. 70, N 13.

г. Солнечногорск

Поступила 27/VII 1992 г.

УДК 537.21

Ю. П. Емец, Ю. В. Обносов, Ю. П. Онофрийчук

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СИЛЫ НА ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕД ПРИ НАЛИЧИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО КРУГОВОГО ВКЛЮЧЕНИЯ

1. Введение. На поверхности диэлектрических тел, находящихся в электрическом поле, действуют механические силы. Они имеют электрическую природу и существуют, даже если отсутствуют свободные заряды. Причиной появления сил в этом случае выступают поляризационные явления. Эти силы пропорциональны градиенту диэлектрической проницаемости и квадрату напряженности электрического поля. Поэтому они заметно проявляются в тех областях, где претерпевает резкие изменения диэлектрическая проницаемость и возникают сильные электрические поля. Такие условия наиболее характерны для поверхностей кусочно-однородных материалов, имеющих изломы, разрывы и содержащих различные неоднородности.

© Ю. П. Емец, Ю. В. Обносов, Ю. П. Онофрийчук, 1993