

ГОРЕНИЕ ТВЕРДОТОПЛИВНЫХ ЗАРЯДОВ С ВЫСОКОЙ ПРОГРЕССИВНОСТЬЮ ГАЗОПРИХОДА

А. М. Липанов

Институт прикладной механики УрО РАН, 426001 Ижевск

Решается задача о выгорании конструктивных форм, обеспечивающих высокую прогрессивность газоприхода. Рассмотрены цилиндрические, грибообразные и торообразные конфигурации. Решения получены или в виде квадратур, или в элементарных функциях. Показано, что во всех рассмотренных случаях положительна не только первая производная от поверхности горения как функции величины сгоревшего свода, но и вторая. Рост поверхности горения в зависимости от величины сгоревшего свода во всех случаях нелинейный и может быть более интенсивным, чем квадратичная парабола (спиралеобразные цилиндрические и грибообразные заряды).

Используемые в артиллерийской практике и ракетной технике твердотопливные заряды обычно имеют поверхность горения (S) как функцию величины сгоревшего свода (e), близкую к постоянной [1]. При выбросе ракет и торпед из контейнеров требуются заряды с прогрессивным газоприходом, когда $\partial S/\partial e > 0$. Прогрессивно горящие заряды нужны и в артиллерии. Однако известные конструктивные решения обеспечивают получение только зарядов с линейной зависимостью $S(e)$, и все они в конце горения распадаются на дегрессивно догорающие остатки.

В научной литературе не обсуждались закономерности выгорания твердого топлива при использовании конструкций, не распадающихся на дегрессивно догорающие остатки в конце горения заряда и имеющие более интенсивную зависимость $S(e)$, когда одновременно $\partial S/\partial e > 0$ и $\partial^2 S/\partial^2 e > 0$.

Для таких зарядов при расчете газоприхода необходимо решать в общем случае уравнение для поверхности горения:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = u_T \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)^2}, \quad (1)$$

где u_T — скорость горения твердого топлива, являющаяся функцией времени и пространственных декартовых координат; y — пространственная координата, соответствующая поверхности горения и зависящая от времени и двух других декартовых координат x и z .

Решение уравнения (1), как показано в работе [2], сводится к интегрированию системы

пяти обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= \frac{u_T^2}{z_1}, & \frac{dz_2}{dt} &= \frac{z_1}{u_T} \frac{Du_T}{Dx}, \\ \frac{dz_3}{dt} &= \frac{z_1}{u_T} \frac{Du_T}{Dt}, & \frac{dx}{dt} &= -u_T^2 \frac{z_2}{z_1}, \\ \frac{dz}{dt} &= -u_T^2 \frac{z_3}{z_1}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$z_1 = u_T \sqrt{1 + z_2^2 + z_3^2},$$

$$\frac{Du_T}{Dx} = \frac{\partial u_T}{\partial x} + z_2 \frac{\partial u_T}{\partial y},$$

$$\frac{Du_T}{Dz} = \frac{\partial u_T}{\partial z} + z_3 \frac{\partial u_T}{\partial y}.$$

Здесь

$$z_1 = \frac{\partial y}{\partial t}, \quad z_2 = \frac{\partial y}{\partial x}, \quad z_3 = \frac{\partial y}{\partial z}.$$

Из пяти дифференциальных уравнений (2) последние два определяют наклон местной нормали к поверхности горения, а первые три — изменение параметров y , z_2 и z_3 вдоль нормали. Если значения газодинамических параметров над поверхностью горения можно принять одинаковыми и зависящими только от времени, а свойства твердого топлива — однородными,

то уравнения (2) позволяют получить аналитическое решение. Последнее запишем в зависимости от величины сгоревшего свода e , позволяющего исключить время t и скорость u_T в соответствии с уравнением

$$\frac{de}{dt} = u_T. \quad (3)$$

Тогда получим

$$x_{\Pi} = x_{\Gamma P} - \left(\frac{z_2}{\theta}\right)_{\Gamma P} (e - e_{\Gamma P}), \quad (4)$$

$$y_{\Pi} = y_{\Gamma P} + \frac{e - e_{\Gamma P}}{\theta_{\Gamma P}},$$

$$z_{\Pi} = z_{\Gamma P} - \left(\frac{z_3}{\theta}\right)_{\Gamma P} (e - e_{\Gamma P}),$$

где

$$\theta_{\Gamma P} = \sqrt{1 + (z_2^2)_{\Gamma P} + (z_3^2)_{\Gamma P}}, \quad (5)$$

индексы «гр» и «п» относятся к параметрам, соответствующим границе области интегрирования и поверхности горения.

В работе [3] был рассмотрен случай цилиндрического заряда, когда $z_3 = \partial y / \partial z = 0$, а прогрессивность в зависимости поверхности горения от величины сгоревшего свода обеспечивается монотонным удалением боковой бронированной поверхности (ББП) заряда от плоскости его симметрии. В этом случае

$$\theta_{\Gamma P} = \sqrt{1 + (z_2^2)_{\Gamma P}}, \quad (6)$$

$$(z_2)_{\Gamma P} = -\frac{1}{\partial y_{\Gamma P} / \partial x_{\Gamma P}}, \quad (7)$$

а для расчета поверхности горения используется выражение

$$S = 2L e_{\max} \left(h + \int_0^{(x_{\Pi})_{\Gamma P}} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y_{\Pi}}{\partial x_{\Pi}}\right)^2} dx_{\Pi} \right), \quad (8)$$

где L — длина цилиндрического заряда, e_{\max} — максимальная величина сгоревшего свода, h — безразмерная полуширина (отношенная к e_{\max}) небронированной начальной поверхности горения, $(x_{\Pi})_{\Gamma P}$ — координата пересечения поверхности горения с боковой бронированной поверхностью.

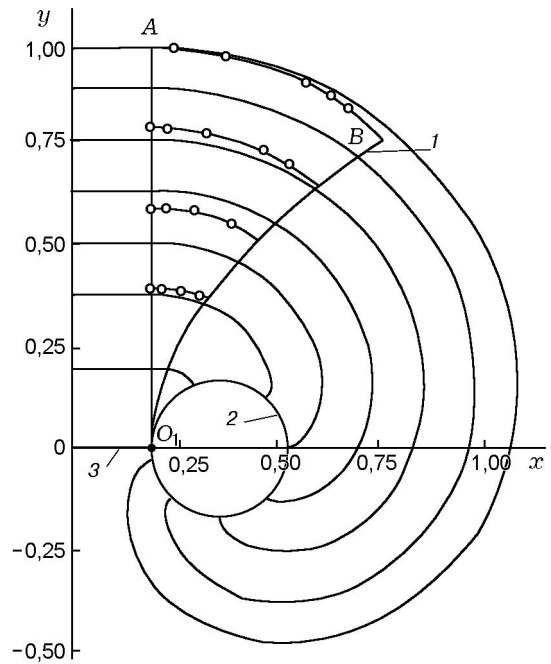


Рис. 1. Половины поперечных сечений цилиндрических зарядов с контурами бронированной боковой поверхности в виде монотонной кривой и окружности:

1 — монотонный контур ББП, удовлетворяющий уравнению $y_{\Gamma P} = \sqrt{x_{\Gamma P} - h}$, 2 — немонотонный (круглый) контур ББП, 3 — контур небронированной поверхности заряда, равный $h = 0,2$; кружками отмечены текущие величины контуров поверхности горения заряда с монотонным контуром ББП

Поперечное сечение такого цилиндрического заряда будет иметь вид, показанный на рис. 1 (сектор, ограниченный вертикальной линией O_1A и кривой O_1B), если в качестве монотонной кривой для контура ББП в поперечном сечении заряда взять функцию

$$y_{\Gamma P} = \sqrt{x_{\Gamma P} - h}. \quad (9)$$

В последующем для краткости изложения вместо слов «контур ББП в поперечном сечении заряда» будем писать «контур ББП в РСЗ».

Наряду с поперечными сечениями для цилиндрических зарядов ниже будет идти речь о вертикальных сечениях, проходящих через ось симметрии грибообразных зарядов (рис. 2), и о радиальных сечениях торообразных зарядов (рис. 3). В этих двух случаях будем использовать термины «контур ББП в ВСЗ» и «контур ББП в РСЗ» соответственно, понимая под этим

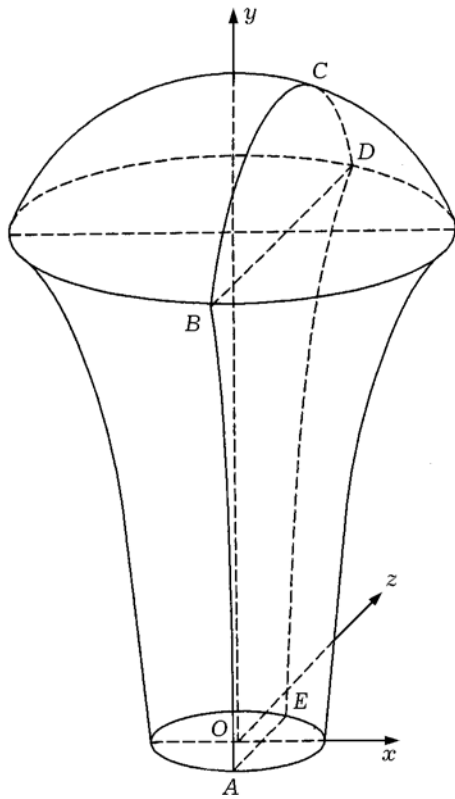


Рис. 2. Грибообразный заряд с монотонным контуром ББП в ВСЗ:

BCD — кривая, соответствующая поверхности горения заряда при максимальном горящем своде; начало декартовой системы координат (точка O) находится в плоскости небронированной начальной поверхности заряда

часть общего контура, относящегося к ББП в упомянутых выше сечениях зарядов.

В данной работе наряду с монотонными кривыми для контуров ББП в ПСЗ (ВСЗ, РСЗ) рассмотрим и немонотонные кривые.

Прежде всего, рассмотрим замкнутые кривые типа эллипса или окружности. Половина поперечного сечения одного такого заряда цилиндрической формы, имеющего контур ББП в ПСЗ в виде эллипса, приведена на рис. 4. Этот случай интересен тем, что две симметричные нижние части заряда соприкасаются, обеспечивая его большую прочность, центр эллипса смещен вниз по отношению к линии OB , а сам эллипс развернут на угол ψ по отношению к показанной на рисунке декартовой системе координат.

При выгорании такого заряда его поверхность горения как функция величины сгоревшего свода будет содержать три составляю-

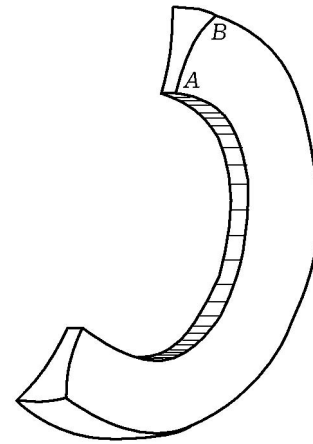


Рис. 3. Часть торообразного заряда с монотонным контуром AB ББП в радиальном сечении:

заштрихованная полоса — небронированная начальная поверхность горения заряда

щие: постоянную, соответствующую не покрытому бронировкой отрезку OB , линейную (сектор, характеризуемый углом φ) и нелинейную. Поверхность горения в рассматриваемом случае при $e_0 \leq e \leq e_{\max}$ удовлетворяет уравнению

$$S = 2Le_{\max} \left(h + (e - e_0)\varphi + \int_{x_G}^{x_H} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y_{\Pi}}{\partial x_{\Pi}} \right)^2} dx_{\Pi} \right). \quad (10)$$

Такой заряд, пока $e \leq e_0$, имеет только постоянную поверхность горения, равную $2Le_{\max}h$.

При $e > e_0$ добавляются линейная и нелинейная составляющие. Координаты x_{Π} и y_{Π} рассчитываются в соответствии с первыми двумя уравнениями системы (4), где

$$e_{\text{гр}} = e_0 + \int_{x_C}^{x_L} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_{\text{гр}}}{dx_{\text{гр}}} \right)^2} dx_{\text{гр}}. \quad (11)$$

Верхний предел интеграла в выражении (11) изменяется вдоль контура эллипса от x_C до x_L . Все переменные в уравнении (11) безразмерные, отнесенные к e_{\max} . Переменные $x_{\text{гр}}$, $y_{\text{гр}}$ удовлетворяют уравнению

$$Ax_{\text{гр}}^2 + 2Bx_{\text{гр}}y_{\text{гр}} + Cy_{\text{гр}}^2 + 2Dx_{\text{гр}} + 2Ey_{\text{гр}} + 1 = 0, \quad (12)$$

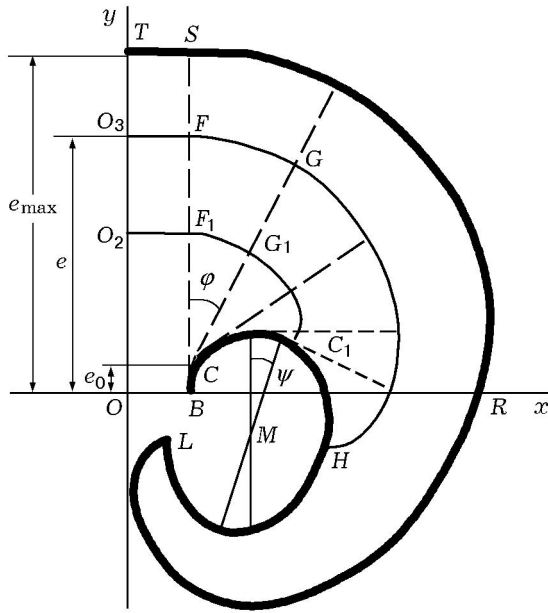


Рис. 4. Половина поперечного сечения цилиндрического заряда с развернутым на угол ψ эллипсоидальным контуром боковой бронированной поверхности:

OB — контур небронированной начальной поверхности горения;
 CB — величина свода, при котором поверхность горения постоянная;
 φ — угол, соответствующий линейно нарастающей с ростом свода e части поверхности горения;
 CHL — контур бронированной боковой поверхности заряда;
 M — центр эллипса; BC — величина свода e_0 ;
 $LRST$ — контур наружной бронированной поверхности, соответствующий $e = e_{\max}$;
 $O_2F_1G_1C_1, O_3FGH$ — промежуточные контуры поверхности горения заряда, соответствующие $0 \leq e \leq e_{\max}$;
 штриховыми линиями показаны касательные к контуру боковой поверхности заряда, являющиеся нормальными к контурам поверхности горения для любого момента времени

коэффициенты которого A, B, C, D, E при известных угле ψ наклона вертикальной оси эллипса к оси ординат, координатах x_M, y_M центра эллипса и величинах полуосей эллипса a и b могут быть определены по известным соотношениям аналитической геометрии [4]. Уравнение (12) квадратное и может быть решено относительно функции $y_{гр}$. Из уравнения (12) получаем

$$\frac{dy_{гр}}{dx_{гр}} = - \frac{A x_{гр} + B y_{гр} + D}{B x_{гр} + C y_{гр} + E}. \quad (13)$$

В итоге можно найти все необходимые со-

отношения для численного решения задачи о расчете зависимости поверхности горения $S(e)$ как функции величины сгоревшего свода.

Приведем пример расчета. Для этого рассмотрим случай, когда вместо эллипса имеем окружность, центр которой находится на оси x , угол $\varphi = 0$. При $e/e_{\max} = 1$ имеем конфигурацию, показанную на рис. 1. В этом случае задача решается до конца в элементарных функциях. В самом деле, если R_0 — радиус окружности, соответствующей ББП в ПСЗ для цилиндрических зарядов, в ВСЗ для грибообразных и в РСЗ для торообразных, а β — угол его наклона к оси x , то

$$y_{гр} = R_0 \sin \beta,$$

$$x_{гр} = h + R_0 - R_0 \cos \beta,$$

$$\frac{dy_{гр}}{dx_{гр}} = - \operatorname{tg} \beta,$$

$$e_{гр} = R_0 \beta, \quad (14)$$

$$x_{п} = x_{гр} + (e - R_0 \beta) \sin \beta,$$

$$y_{п} = y_{гр} + (e - R_0 \beta) \cos \beta,$$

$$\frac{\partial y_{п}}{\partial x_{п}} = - \operatorname{tg} \beta,$$

где

$$S = 2 L e_{\max} \left(h + \int_0^{\beta_{\max}} (e - R_0 \beta) d\beta \right),$$

β_{\max} относится к координате $(x_{п})_{гр}$ пересечения поверхности горения с контуром ББП в ПСЗ. Поэтому β_{\max} удовлетворяет уравнению

$$e = R_0 \beta_{\max}. \quad (15)$$

Отсюда находим

$$S = 2 L e_{\max} \left(h + \frac{e^2}{2R_0} \right). \quad (16)$$

Так что нелинейная часть

$$\Delta S = \frac{S}{2Le_{\max}} - h = \frac{e^2}{2R_0} \quad (17)$$

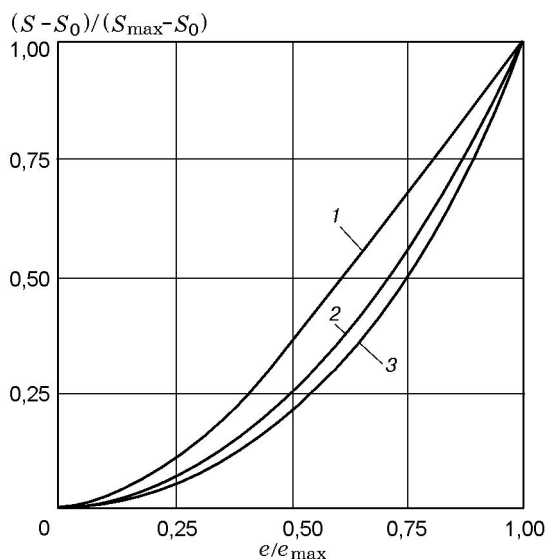


Рис. 5. Относительная нелинейная часть поверхности горения цилиндрического заряда как функция относительной величины сгоревшего свода с монотонной (кривая 1) и немонотонными (круглым — кривая 2, спиралевидным — кривая 3) контурами боковой бронированной поверхности в поперечном сечении заряда

является параболой. Ее изменение, отнесенное к $1/2R_0$, приведено на рис. 5 (кривая 2). В данном случае d^2S/de^2 — постоянная положительная величина, равная $2Le_{\max}/R_0$. Для относительной величины $\Delta S/\Delta S_{\max}$ имеем

$$\frac{1}{\Delta S_{\max}} \frac{d^2S}{de^2} = \frac{2}{e_{\max}^2}.$$

На рис. 5 кривая 1 соответствует заряду, имеющему в поперечном сечении монотонный контур БП. Для этого заряда величина

$$\frac{1}{2Le_{\max}} \frac{d^2S}{de^2}$$

тоже положительная, но монотонно убывает (кривая 1 на рис. 6) от 2 при $e = 0$ до 0,3284 при $e/e_{\max} = 1$. Поэтому заряд с немонотонным круглым контуром БП в поперечном сечении имеет большее значение второй производной d^2S/de^2 , чем заряд с монотонным контуром БП в поперечном сечении, удовлетворяющим формуле (9). Кроме того, и газоприход в последнем случае при $e/e_{\max} = 1$ в 4,7 раза меньше.

Рассмотрим еще один расчетный случай, позволяющий получить зависимость $S(e)$ с

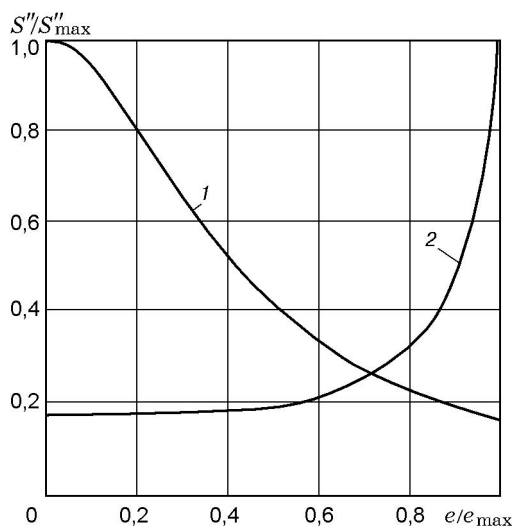


Рис. 6. Вторые производные поверхности горения как функции величины сгоревшего свода для цилиндрических зарядов с монотонным (1) и спиралеобразным немонотонным (2) контурами боковой бронированной поверхности в поперечном сечении заряда

еще большей второй производной d^2S/de^2 , чем при использовании заряда с круглым контуром БП в поперечном сечении. Пусть контур БП в ПСЗ имеет вид однооборотной спирали с полюсом на оси x . Воспользуемся следующим уравнением, связывающим величину луча спирали с углом его наклона к оси абсцисс:

$$\frac{R}{R_0} = \theta = 1 - \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^2. \quad (18)$$

Для определения величины R_0 при $\beta = 0$ используем выражение (11) при $e_0 = 0$ и так же, как и для контура БП в ПСЗ в виде круга, запишем

$$y_{\text{гр}} = R \sin \beta, \quad (19)$$

$$x_{\text{гр}} = h + R_0 - R \cos \beta,$$

где R — переменная величина, удовлетворяющая уравнению (18). Используя β как параметр, построим зависимость $y_{\text{гр}}(x_{\text{гр}})$ (рис. 7, кривая 1). С помощью выражений (18) и (19) получим

$$e_{\text{гр}} = R_0 \int_0^{\beta} \sqrt{\theta^2 + (\theta')^2} d\gamma, \quad (20)$$

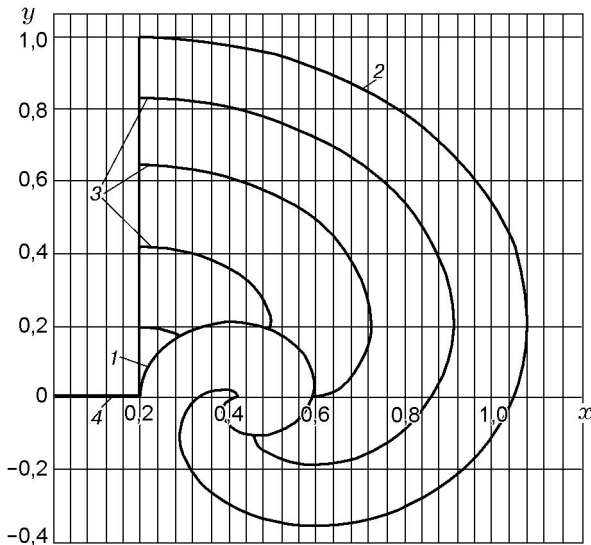


Рис. 7. Половина поперечного сечения цилиндрического заряда со спиралеобразным контуром боковой бронированной поверхности:

1 — контур спирали; 2 — наружный контур, соответствующей $e = e_{\max}$; 3 — промежуточные контуры поверхности горения заряда, соответствующие $0 \leq e \leq e_{\max}$; 4 — контур начальной поверхности горения заряда

где $\theta' = -\gamma/2\pi^2$. Квадратуру в выражении (20) необходимо находить численно. Вычислив ее значение при $\beta = \beta_{\max} = 2\pi$, найдем R_0 при $e_{\text{гр}} = 1$. После этого определится и $e_{\text{гр}}(\beta)$ (рис. 8). В данном случае зависимость $e_{\text{гр}}(\beta)$ (кривая 1) оказывается стремящейся к насыщению. Зная $e_{\text{гр}}$ как функцию угла β , можно рассчитать $y_{\text{п}}(\beta)$, $x_{\text{п}}(\beta)$ при различных величинах сгоревшего свода e . Результаты расчетов представлены на рис. 7.

Максимальная поверхность горения такого заряда лишь на 9,5% меньше максимальной поверхности горения для заряда с контуром ББП в виде круга в поперечном сечении.

Построим зависимость $S(e)$ для спиралеобразного заряда, используя уравнение (8). Результаты расчетов представлены на рис. 5 (кривая 3). Видно, что кривая $S(e)$ как функция e в данном случае нарастает еще интенсивнее, чем для заряда с круглым контуром ББП в поперечном сечении.

Соответствующая спиралеобразному цилиндрическому заряду вторая производная (точнее, $(1/2Le_{\max})(d^2S/de^2)$) положительная (кривая 2 на рис. 6) и по мере увеличения e возрастает от 4,72 при $e/e_{\max} = 0$ до 26,23 при $e/e_{\max} = 1$. Особенно интенсивно значение

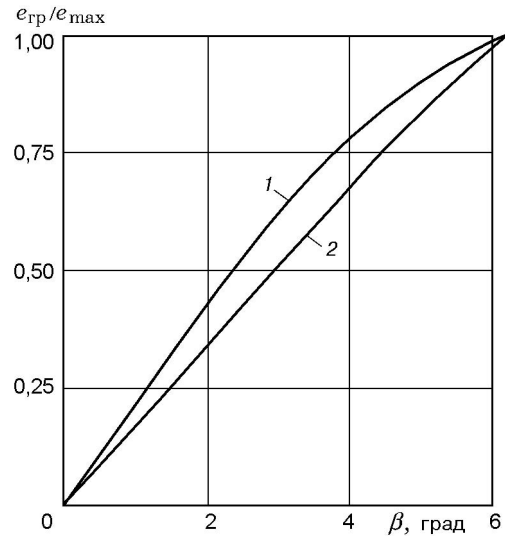


Рис. 8. Изменение величины сгоревшего свода $e_{\text{гр}}$ вдоль контура боковой поверхности заряда в виде однооборотной спирали:

1 — $\theta = 1 - (\beta/2\pi)^2$; 2 — $\theta = 1 - (\beta/2\pi)^6$; β — угол наклона луча спирали к оси абсцисс

d^2S/de^2 возрастает в окрестности $e = e_{\max}$.

Рассмотрим далее, как сказывается на зависимости $S(e)$ характер изменения величины луча спирали как функции угла его наклона β к оси абсцисс.

Функция $\theta(\beta)$ (рис. 9, кривая 1) при $\beta = 2\pi$, если использовать выражение (18), имеет угол наклона, равный $-0,30867$, меньший по модулю 18° . Увеличим его. Для этого рассмотрим кривую

$$\frac{R}{R_0} = \theta(\beta) = 1 - \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^m. \quad (21)$$

Если $m = 6$, то при $\beta = 2\pi$ наклон кривой $\theta(\beta)$ близок к $-\pi/2$ и имеем зависимость $\theta(\beta)$, показанную на рис. 9 кривой 2. Видно, что в окрестности $\beta = 0$ эта кривая близка к прямой $R = R_0 = \text{const}$.

Соответствующее этой зависимости $\theta(\beta)$ выражение для $e_{\text{гр}}$ удовлетворяет уравнению (20), в котором вместо θ следует подставить формулу (21), а вместо θ' — равенство

$$\theta' = -\frac{m}{2\pi} \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^{m-1}. \quad (22)$$

Квадратура в выражении (20) и в этом случае находится численно и не имеет особенностей. Зависимость $e_{\text{гр}}(\beta)$ приведена на рис. 8 (кривая 2). Видим, что в интервале $0 \leq \beta < 4$ это прямая $R_0\beta$.

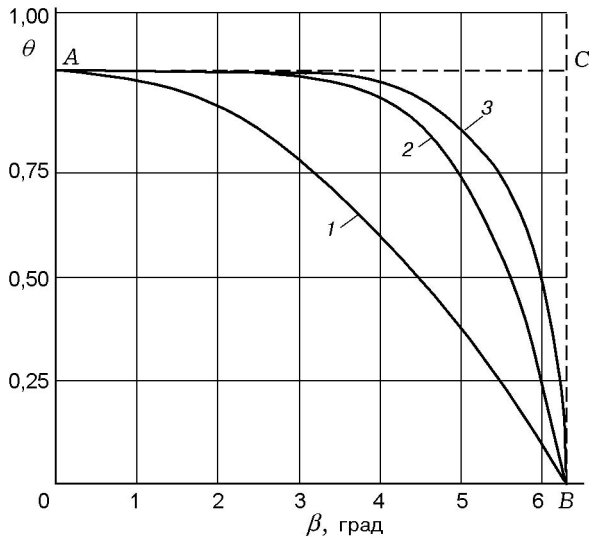


Рис. 9. Зависимости относительной величины луча спирали от угла наклона β к оси абсцисс: 1 — $\theta = 1 - (\beta/2\pi)^2$; 2 — $\theta = 1 - (\beta/2\pi)^6$; 3 — $\theta = \sqrt{1 - (\beta/2\pi)^6}$

Другими словами, увеличение наклона кривых $\theta(\beta)$ в окрестности точки $\beta = 2\pi$, соответствующее росту показателя m в выражении (21), сводится к превращению спирали (19) в окрестности $\beta = 0$ в окружность. А это значит, что кривая $S(e)$ в окрестности $\beta = e = 0$ начнет изменяться так же, как для круглого контура ББП в ПСЗ.

Рассмотрим для $\theta(\beta)$ выражение вида

$$\theta^n = 1 - \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^m, \quad (23)$$

где $n, m \geq 2$.

Зависимость $\theta(\beta)$ при $n = 2$ и $m = 6$ (кривая 3 на рис. 9) еще более близка к прямой $R = R_0 = \text{const}$ в окрестности $\beta = 0$. При увеличении n и m эта тенденция усиливается, а кривые (23) стремятся к прямым AC и CB (см. рис. 9), круто разворачиваясь в окрестности точки C . При этом зависимость (20) имеет особенность при $\beta \rightarrow 2\pi$, так как в этом случае величина

$$\theta' = -\frac{m}{2\pi n} \frac{1}{\theta^{n-1}} \left(\frac{\beta}{2\pi}\right)^{m-1} \quad (24)$$

стремится к $-\infty$. При $n = 2$ и любых целых m эта особенность устраняется.

Подставив в равенство (20) выражения (23) и (24), получим

$$e_{\text{гр}} = R_0 \int_0^\beta \sqrt{\theta^4 + \frac{m}{4\pi} \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^{2(m-1)}} \times \frac{d\gamma}{\sqrt{1 - \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^m}}.$$

Разность $1 - (\gamma/2\pi)^m$ представим в виде

$$1 - \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^m = \left[1 - \frac{\gamma}{2\pi}\right] \varphi\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right),$$

где

$$\varphi\left(\frac{\gamma}{2\pi}\right) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{m/2} \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^{2(i-1)}, & \text{если } m \text{ четное,} \\ \left(1 + \frac{\gamma}{2\pi}\right)^{-1} \sum_{j=0}^{m-1} \left(\frac{\gamma}{2\pi}\right)^j, & \text{если } m \text{ нечетное.} \end{cases}$$

Тогда, делая замену $\gamma/2\pi = \sin \delta$, получим

$$e_{\text{гр}} = 2\pi R_0 \times \int_0^\delta \sqrt{\frac{(1 - \sin^m x)^2 + (m/4\pi) \sin^{2(m-1)} x}{\varphi(\sin x)}} dx.$$

Переменная δ изменяется в диапазоне $0 \leq \delta \leq \pi/2$.

Для $n > 2$ величину $e_{\text{гр}}$ целесообразно вычислить в декартовых координатах. Но в любом случае при увеличении как m , так и n однооборотная спираль будет приближаться к окружности, и только в окрестности $\beta = 2\pi$ величина ее луча будет интенсивно уменьшаться до нуля. В этом случае зависимость $S(e)$ будет близка к таковой для зарядов с круглым контуром ББП в поперечных сечениях. Поэтому замена выражения (18) для R как функции угла β соотношениями (21) при $m > 2$ или (23) нецелесообразна.

Рассмотрим конструктивные формы зарядов, отличные от цилиндрических. Если это гриб (см. рис. 2), то для участков контура ВСЗ, соответствующих ББП и являющихся кругом, вновь получим решение в элементарных функциях. Для этого необходимо взять интеграл в выражении

$$\frac{S}{\pi} = h^2 + 2 \int_0^{\beta_{\text{max}}} x_{\text{п}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy_{\text{п}}}{dx_{\text{п}}}\right)^2} \frac{dx_{\text{п}}}{d\beta} d\beta,$$

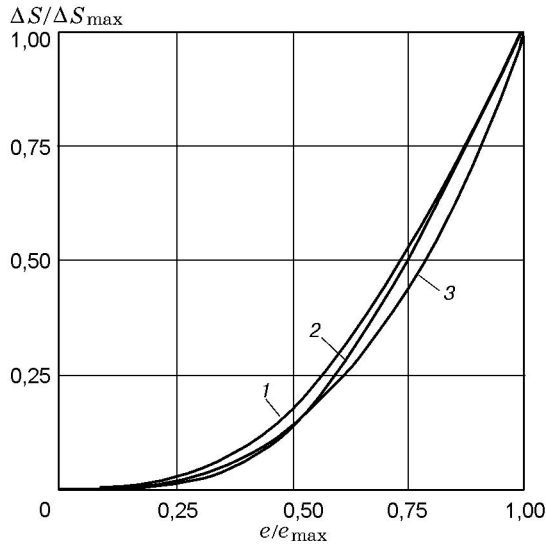


Рис. 10. Изменение относительной величины нелинейной части поверхности горения грибообразного заряда в зависимости от относительной величины сгоревшего свода:

1 — $h = 0,2$, заряд с круглым контуром БП в вертикальном сечении; 2 — $h = 0$, заряд с круглым контуром БП в вертикальном сечении; 3 — $h = 0,2$, заряд со спиралеобразным контуром БП в вертикальном сечении

где

$$y_{\pi} = R_0 \sin \beta + (e - R_0 \beta) \cos \beta,$$

$$x_{\pi} = h + R_0 - R_0 \cos \beta + (e - R_0 \beta) \sin \beta,$$

$$\beta_{\max} = e/R_0.$$

Интеграл легко определяется, а для расчета величины $S(e)$ получаем формулу

$$\frac{S}{\pi e_{\max}^2} = h^2 + 2 R_0^2 \left[\left(3 + \frac{h}{R_0} \right) \frac{1}{2} \left(\frac{e}{R_0} \right)^2 + 3 \left(\cos \frac{e}{R_0} - 1 \right) \right],$$

где все параметры отнесены к e_{\max} .

Полученное выражение в окрестности $e = 0$ после разложения $\cos(e/R_0)$ в ряд записывается следующим образом:

$$\frac{S}{\pi e_{\max}^2} = h^2 + R_0^2 \left[\frac{h}{R_0} \left(\frac{e}{R_0} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{e}{R_0} \right)^4 - \frac{1}{120} \left(\frac{e}{R_0} \right)^6 + \dots \right].$$

Отсюда видно, что при $h \rightarrow 0$ данная зависимость $S(e)$ близка к кривой, пропорциональной e^4 , и только при $h \neq 0$ она будет квадратичной. Зависимость $\Delta S(e)/\Delta S_{\max}$ при $h = 0,2$ и 0 (кривые 1 и 2) и $R_0 = 0,1637$ приведена на рис. 10. Здесь

$$\Delta S = \frac{S}{\pi e_{\max}^2 R_0^2} - \left(\frac{h}{R_0} \right)^2.$$

На рисунке дано также изменение $\Delta S/\Delta S_{\max}$ для гриба, имеющего в вертикальном сечении участок контура, соответствующий БП, в виде спирали, удовлетворяющей формуле (18) (кривая 3).

Как и для цилиндра, зависимость $S(e)$ для гриба со спиралеобразным контуром БП в ВСЗ изменяется с большей интенсивностью, чем для гриба с круглым контуром БП в ВСЗ. При этом как с круглым, так и со спиралеобразными контурами БП в ВСЗ вторая производная $d^2 S/de^2$ положительна.

В заключение рассмотрим торообразный заряд (см. рис. 3), для которого, если участок контура радиального сечения, соответствующий БП, круглый, также имеет место аналитическое решение в элементарных функциях. В данном случае исходное выражение для расчета поверхности горения записывается так:

$$\frac{S}{2\pi} = h(H_0 + e) + \int_0^{\beta_{\max}} (H_0 + y_{\pi}) \times \sqrt{1 + \left(\frac{\partial y_{\pi}}{\partial x_{\pi}} \right)^2} \frac{dx_{\pi}}{d\beta} d\beta,$$

где

$$y_{\pi} = R_0 \sin \beta + (e - R_0 \beta) \cos \beta,$$

$$x_{\pi} = h + R_0 - R_0 \cos \beta + (e - R_0 \beta) \sin \beta,$$

$$\beta_{\max} = e/R_0,$$

H_0 — расстояние (радиус) от центра тора до небронированной начальной поверхности заряда. Все линейные размеры отнесены к e_{\max} . Выполнив необходимые выкладки, получим

$$\frac{S}{2\pi e_{\max}^2 R_0^2} - \frac{h}{R_0} \left(\frac{H_0}{R_0} + \frac{e}{R_0} \right) = \Delta S = \frac{H_0}{2R_0} \left(\frac{e}{R_0} \right)^2 + 3 \left(\frac{e}{R_0} - \sin \frac{e}{R_0} \right).$$

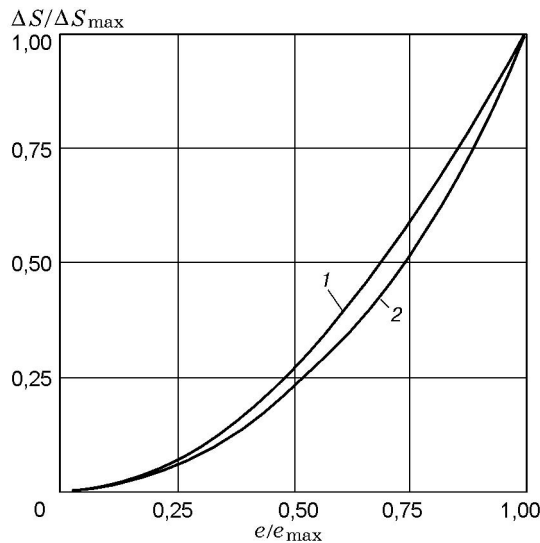


Рис. 11. Изменение относительной величины нелинейной части поверхности горения торообразного заряда в зависимости от относительной величины сгоревшего свода:

1 — круглый контур ББП в плоскости радиального сечения заряда ($H_0 = 2,5$, $h = 0,2$),
 2 — спиралеобразный контур ББП в плоскости радиального сечения заряда ($H_0 = 2,5$, $h = 0,2$)

Разность $e/R_0 - \sin(e/R_0)$ имеет порядок e^3 , но наличие слагаемого, пропорционального H_0 , делает это выражение квадратичным. Отношение $\Delta S/\Delta S_{\max}$ при $H_0 = 2,5$ представлено на рис. 11 (кривая 1). Там же представлено отношение $\Delta S/\Delta S_{\max}$, найденное численно и соответствующее тору со спиралеобразным контуром сечения ББП в радиальной плоскости заряда (кривая 2).

Во всех расчетных случаях заряды со спиралью имеют поверхности горения с более интенсивными зависимостями $S(e)$ от величины сгоревшего свода, чем заряды, имеющие в сечениях круглые контуры ББП. И здесь значения $d^2 S/de^2$ положительны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получена совокупность соотношений для расчета газоприхода при горении твердотопливных зарядов цилиндрической, грибообразной и торообразной форм, имеющих бронированные боковые поверхности в виде окружности или спирали.

Показано, что во всех рассмотренных случаях газоприход с поверхности горения как функции величины сгоревшего свода осуществляется с интенсивностью не ниже квадратичной, а в случае, когда боковая поверхность имеет форму спирали, — в степени, превышающей квадратичную.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соркин Р. Е. Теория внутрикамерных процессов в ракетных системах на твердом топливе. М.: Наука, 1983.
2. Липанов А. М. Метод решения пространственного уравнения поверхности горения // Физика горения и взрыва. 2000. Т. 36, № 2. С. 1–7.
3. Липанов А. М. Об одном классе прогрессивно горящих конструктивных форм // Физика горения и взрыва. 1997. Т. 33, № 4. С. 84–90.
4. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике. М.: Наука, 1986.

Поступила в редакцию 6/V 2000 г.