УДК 532.787:550.3

ЗАРОЖДЕНИЕ И РАЗВИТИЕ КАВИТАЦИИ В МАГМЕ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОЙ РАЗГРУЗКЕ

М. Н. Давыдов, В. К. Кедринский, А. А. Чернов*, К. Такаяма**

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск
* Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск
** Междисциплинарный исследовательский центр по ударным волнам, Сендай, Япония
E-mails: kedr@hydro.nsc.ru, chernov@itp.nsc.ru

С использованием кинетической теории фазовых превращений построена полная система уравнений и численно решена задача о прохождении волны разрежения по столбу магматического расплава, находящегося в поле тяжести. С учетом эффекта диффузионных зон и частоты нуклеации как функции пересыщения найдена зависимость числа ядер кавитации, образующихся в процессе фазовых превращений за фронтом волны разрежения. Исследована динамика распределения кавитационных пузырьков по размерам вдоль столба магматического расплава (1 км), вязкость которого динамически изменяется как функция концентрации растворенной воды.

Ключевые слова: взрывное вулканическое извержение, динамическая разгрузка, кавитация.

Введение. Вулканические извержения весьма разнообразны по своим проявлениям. Типичным для вулканов является так называемое экструзивное извержение [1], когда раскаленный поток базальтовой магмы “выдавливается” из канала. Механизм этого процесса определяется общим понижением давления при подъеме магмы в верхние горизонты коры и как следствие выделением растворенных веществ в виде пузырьков газа, которое приводит к росту пузырькового давления в магматической камере. Превышение этого давления над некоторым критическим значением и приводит к экструзивному извержению. В [1] отмечается, что богатая кремнием магма заметно холоднее, она может быть на 10 порядков более вязкой, чем базальтовая, а ее извержение носит взрывной (эксплозивный) характер.

Сам вулкан фактически представляет собой гидродинамическую систему, которая состоит из магматической камеры, находящейся в верхней коре на глубине 7–10 км и заполненной горячей магмой (расплавленный SiO_2, 50–70 % по массе) под высоким давлением, отделенного диафрагмой от камеры вертикального канала (“кондуит”), диаметр которого может достигать десятков метров, и закрывающей канал пробки (диафрагмы). Последняя образуется в период между извержениями и представляет собой затвердевшую магму. В результате подвижек земной коры, вызванных, в частности, землетрясениями [1], может произойти разрушение пробки, что приведет к быстрой разгрузке магмы и как следствие к ее извержению. Это соответствует типичной схеме гидродинамической трубки разрежения, секция высокого давления которой заполнена жидкостью, а рабочими секциями являются и секция высокого давления, где исследуется начальная стадия развития кавитации

Работа выполнена при финансовой поддержке Международного фонда INTAS (код проекта 01-0106), Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 03-01-00274-а), фонда “Ведущие научные школы” (гранты № НШ-2073.2003.1; НШ-523.2003.1), интеграционного проекта № 22 СО РАН.

за фронтом волны разрежения, распространяющейся по сжатой жидкости после разрыва диафрагмы, и секция низкого давления, где исследуется процесс разлета жидкости.

Магма обладает уникальными физико-химическими свойствами. Среди них прежде всего следует отметить наличие растворенных веществ, таких как двуокись углерода, серы и воды, концентрация которой может составлять 5–7 % по массе, а также высокую вязкость магмы, которая варьируется в диапазоне от 10^2 до 10^{12} Па · с в зависимости от концентрации растворенного газа и содержащихся в ней кристаллитов. Из-за сложности изучения вулканических извержений в реальных условиях ввиду их редкости и непредсказуемости большое значение имеет моделирование этих явлений в рамках механики сплошных сред.

Среди множества работ по данной тематике отметим цикл исследований [2–6], в которых предпринята попытка моделирования динамики извержения в общей постановке. Большой класс работ посвящен рассмотрению отдельных процессов, сопровождающих данное явление. Это работы по динамике роста одиночного пузырька в вязком газонасыщенном расплаве [7–9] и сопровождающим его тепловым эффектам [10], механизму затвердевания магмы при ее декомпрессии [11, 12] и т. п.

Однако, несмотря на значительные усилия, предпринимаемые в исследовании данного явления, до сих пор остается множество вопросов, требующих отдельного рассмотрения. В частности, в недостаточной степени изучена начальная стадия процесса извержения, когда в результате быстрой разгрузки в магме зарождаются ядра кавитации. Моделированию этого процесса в тяжелой магме, исследованию динамики роста кавитационных пузырьков в среде с динамически изменяющейся вязкостью в результате диффузии растворенного газа и посвящена настоящая работа.

Постановка задачи. Вертикальный столб газонасыщенного магматического расплава высотой H, находящийся в поле тяжести, снизу граничит с магматической камерой, сверху отделен диафрагмой от внешней среды (давление атмосферы обозначим p_0). Введем ось z, направленную вертикально вверх с началом координат на границе столба с камерой. Начальное давление в магме в системе камера — столб соответствует давлению магмы в камере с учетом гидростатики: $p_i(z) = p_{ch} - \rho_0 g z$, где ρ_0 — плотность магмы; p_{ch} — давление при $z = 0$.

Считается, что газ, растворенный в магме, изначально находится при равновесной концентрации C^{eq}, зависимость которой от давления p определяется законом Генри. Для воды, растворенной в магматическом расплаве, эта зависимость имеет вид [13]

$$C^{eq}(p) = K_{\rm H}\sqrt{p}\,, \tag{1}$$

где $K_{\rm H}$ — постоянная Генри. Соответственно, зависимость начальной концентрации C_i растворенного в магме газа от z определяется соотношением $C_i(z) = C^{eq}(p_i(z))$.

В начальный момент времени ($t = 0$) диафрагма, сдерживающая расплав, разрушается, поверхность при $z = H$ становится свободной, и по магме вертикально вниз начинает распространяться волна разрежения. При этом растворенный в магме газ за фронтом волны оказывается в пересыщенном состоянии, в результате чего в объеме расплава начинают спонтанно зарождаться и расти газовые пузырьки. Схематически данный процесс изображен на рис. 1. Давление в магматической камере (на границе $z = 0$) на протяжении всего процесса поддерживается постоянным.

Для описания рассматриваемого процесса запишем одномерные уравнения динамики вязкой жидкости, содержащей пузырьки газа:

— уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial\,(\rho v)}{\partial z} = 0; \tag{2}$$

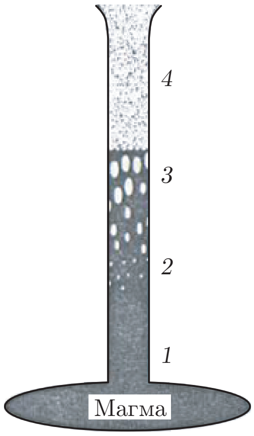

Рис. 1. Схема развития кавитации в магме при динамической разгрузке:
1 — однородный поток; *2* — пузырьковая жидкость; *3* — зона фрагментации; *4* — газовзвесь

— уравнение Навье — Стокса

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v\,\frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial p}{\partial z} - g + \frac{1}{\rho}\,\frac{\partial}{\partial z}\Big(\mu\frac{\partial v}{\partial z}\Big). \tag{3}$$

Здесь v, ρ, p, μ — средние скорость, плотность, давление и вязкость среды соответственно.

Уравнения (2), (3) следует дополнить уравнением состояния. В данной работе используем уравнение Тэта [14], в котором плотность жидкого компонента выражена из уравнения состояния двухфазной смеси через ее среднюю плотность и объемную концентрацию газовой фазы k:

$$p = p_0 + \frac{\rho\,c^2}{n}\Big\{\Big(\frac{\rho}{\rho_0(1-k)}\Big)^n - 1\Big\}, \tag{4}$$

где c — скорость звука в жидкости; n — константа уравнения Тэта.

Зависимость вязкости магматического расплава от температуры T и массовой концентрации C растворенного газа определяется соотношением [15, 16]

$$\mu = \mu^* \exp\{E_\mu(C)/(k_{\rm B}T)\}, \tag{5}$$

где $E_\mu(C) = E^*_\mu(1-k_\mu C)$ — энергия активации; E^*_μ — энергия активации для "сухого" расплава; k_μ — эмпирический коэффициент; μ^* — предэкспоненциальный множитель; $k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана. Из соотношения (5) видно, что в процессе дегазации расплава его вязкость увеличивается на несколько порядков.

Объемную концентрацию пузырьков k, образующихся за фронтом волны разрежения, определим согласно результатам работы [17], в которой показано, что задача о суммарной кинетике зарождения и роста газовых пузырьков в растворе, пересыщенном в результате декомпрессии, аналогична задаче о суммарной кинетике спонтанной кристаллизации переохлажденного расплава, рассмотренной А. Н. Колмогоровым [18]. В данной работе из условия, что зарождение новых центров возможно только в незакристаллизовавшейся области, получены зависимости доли кристаллической массы и числа образующихся центров кристаллизации от времени при заданной скорости роста кристаллов и частоте нуклеации, которая полагается однородной во всем объеме расплава, что отвечает приближению изотермического роста кристаллов. Покажем, что решение, полученное в [18], с некоторой модификацией может быть применено и к рассматриваемой задаче.

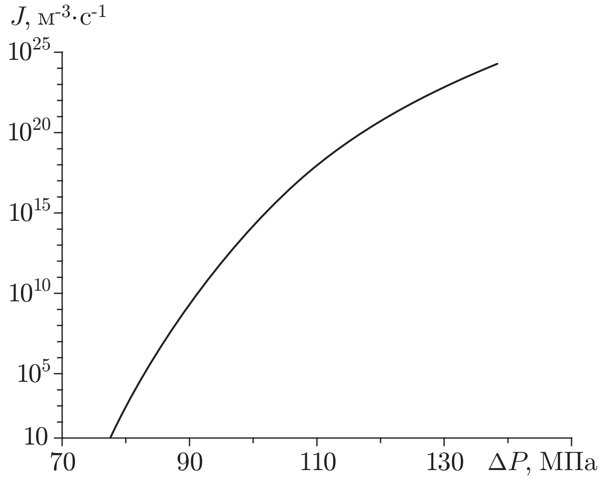

Рис. 2. Зависимость частоты нуклеации от пересыщения

Как отмечено выше, в результате декомпрессии в расплаве начинают спонтанно зарождаться газовые пузырьки. Частота их зарождения определяется выражением

$$J = J^* \exp(-W_*/(k_{\rm B}T)), \qquad (6)$$

где J — частота гомогенной нуклеации; $W_* = 16\pi\sigma^3/(3\Delta p^2)$ — работа образования критического зародыша в гомогенном процессе; $J^* = (2n_g^2 V_g D/d_g)(\sigma/k_{\rm B}T))^{1/2}$ — предэкспоненциальный множитель [8]; σ — поверхностное натяжение на границе расплав — газ; n_g — число потенциальных центров зарождения в единице объема расплава, которое полагается равным числу молекул растворенного в расплаве газа; D — коэффициент диффузии газа в расплаве; V_g — объем молекулы газа; d_g — среднее расстояние между соседними молекулами газа в расплаве; $\Delta p = p_s - p$ — разность давления насыщения $p_s(C)$ растворенного газа и текущего давления p. Величина Δp может быть выражена через пересыщение расплава $\Delta C = C - C^{eq}(p)$ с помощью закона Генри (1). Зависимость частоты нуклеации от пересыщения представлена на рис. 2.

Динамика одиночного пузырька в вязкой жидкости описывается уравнением Рэлея с вязкой добавкой [14]

$$R\ddot{R} + (3/2)\dot{R}^2 = \rho^{-1}(p_g - p) + 4\nu R^{-1}\dot{R}, \qquad (7)$$

где R — радиус пузырька; p_g — давление газа в пузырьке; p — давление окружающей среды; $\nu = \mu/\rho$ — кинематическая вязкость. Ввиду большой вязкости магматических расплавов в расчетах инерционными членами в уравнении (7) можно пренебречь.

Давление p_g определяется диффузионным потоком газа из пересыщенного расплава в пузырек, для нахождения которого используем квазистационарное решение уравнения диффузии газа в расплаве

$$C(r) = C_i - (C_i - C^{eq}(p_g))R/r, \qquad (8)$$

где r — радиальная координата; C_i — концентрация газа вдали от пузырька. Тогда имеем

$$\frac{dm_g}{dt} = 4\pi R^2 \rho D\Big(\frac{\partial C}{\partial r}\Big)_R = 4\pi R\rho D(C_i - C^{eq}(p_g)), \qquad (9)$$

где m_g — масса газа в пузырьке.

Систему (7)–(9) следует дополнить уравнением состояния газа в пузырьке (считается идеальным)

$$(4/3)p_g R^3 = (m_g/M)k_{\rm B}T, \qquad (10)$$

где M — молекулярная масса газа.

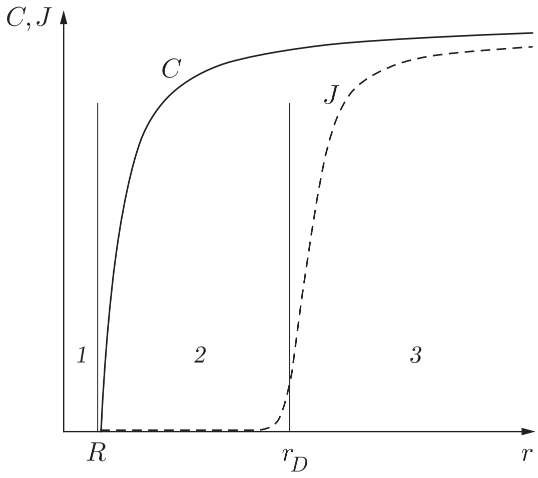

Рис. 3. Схематическое изображение зависимости концентрации газа (C) и частоты нуклеации (J) от координаты r:
1 — пузырек; *2* — диффузионный слой; *3* — область нуклеации

Из соотношения (8) следует, что с приближением к растущему пузырьку концентрация газа в расплаве уменьшается, т. е. вокруг пузырька формируется диффузионный пограничный слой (рис. 3). Ввиду сильной зависимости частоты нуклеации от пересыщения (см. соотношение (6), а также рис. 2) в первом приближении можно считать, что зарождение пузырьков происходит только вне диффузионного слоя (область *3* на рис. 3), при этом частоту нуклеации в данной области можно положить равной частоте вдали от пузырька. Зарождение же новых пузырьков внутри диффузионного слоя хотя и возможно, однако существенного вклада в суммарный процесс газовыделения не даст, так как частота нуклеации в этой области значительно меньше, чем вне ее. Толщину диффузионного слоя r_D определим из условия $J(r_D)/J(r \to \infty) = 1/10$. Подставляя в данное соотношение зависимость для частоты нуклеации (6), с учетом (8) получим

$$r_D = æR,$$

где $æ = 64\pi\sigma^3/(3k_{\mathrm{B}}T\,(p_i - p)^2(1 + \sqrt{p/p_i}\,)\ln 10)$.

Вышесказанное позволяет модифицировать решение, полученное в [18], применительно к кинетике газовыделения. Проводя аналогию между объемом кристаллита и объемом диффузионной области вокруг одиночного пузырька, имеем

$$X_D(t) = 1 - \exp\Big(-\int\limits_0^t J(\tau)\,v_D(t-\tau)\,d\tau\Big), \qquad (11)$$

где X_D — суммарный объем диффузионных областей вокруг пузырьков в единице объема расплава; $v_D = (4\pi/3)(æ^3 - 1)R^3$ — объем диффузионной области вокруг одиночного пузырька.

Тогда число пузырьков N_b, образующихся в единице объема за время t, определяется выражением

$$N_b(t) = \int\limits_0^t J(\tau)\,(1 - X_D(\tau))\,d\tau. \qquad (12)$$

Из соотношений (11), (12) следует, что нуклеация пузырьков прекращается, когда диффузионные области от растущих пузырьков полностью перекрывают весь объем ($X_D \to 1$). Согласно оценкам, приведенным в [17], характерное время нуклеации существенно меньше времени всего процесса газовыделения, т. е. основная масса газа выделяется на стадии диффузионного роста образовавшихся пузырьков.

Зная зависимость от времени числа образующихся в магме пузырьков и скорость их роста, можно найти объемную долю пузырьков κ, зарождающихся в единице объема расплава:

$$\kappa = \frac{4\pi}{3} \int\limits_0^t \dot{N}_b(\tau) R^3(t-\tau)\, d\tau. \qquad (13)$$

Учитывая, что объем среды в процессе роста пузырьков увеличивается, получим соотношение $k = \kappa/(1+\kappa)$.

Перейдем к следующим безразмерным переменным (с тильдой): $\tilde{\rho} = \rho/\rho_0$; $\tilde{\mu} = \mu/\mu_0$; $\tilde{p} = p/p_0$; $\tilde{z} = z/z_0$; $\tilde{v} = v/v_0$; $\tilde{t} = t/t_0$, где $t_0 = z_0/v_0$; $\tilde{R} = R/z_0$; $\tilde{p}_g = p_g/p_0$; $\tilde{m}_g = m_g/m_0$, где $m_0 = (4\pi/3)\rho_0 z_0^3$; $\tilde{J} = J/J_0$. Здесь $\mu_0 = \mu^* \exp\{E_\mu(C_i(p_{ch}))/(k_{\rm B}T)\}$ — начальная вязкость магмы при $z = 0$; $J_0 = J^*\,{\rm e}^{-{\rm G}}$ — характерная частота нуклеации; ${\rm G} = 16\pi\sigma^3/(3p_{ch}^2 k_{\rm B}T)$ — число Гиббса. Тогда систему (2)–(13) можно будет записать в безразмерных переменных.

Уравнения динамики жидкости:

$$\frac{\partial\tilde{\rho}}{\partial\tilde{t}} + \frac{\partial(\tilde{\rho}\tilde{v})}{\partial\tilde{z}} = 0,$$

$$\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{t}} + \tilde{v}\,\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{z}} = -\frac{\rm Eu}{\tilde{\rho}}\,\frac{\partial\tilde{p}}{\partial\tilde{z}} - \frac{1}{\rm Fr} + \frac{1}{\rm Re}\,\frac{1}{\tilde{\rho}}\,\frac{\partial}{\partial\tilde{z}}\Big(\tilde{\mu}\,\frac{\partial\tilde{v}}{\partial\tilde{z}}\Big),$$

$$\tilde{\mu} = \exp\frac{E_\mu^* k_\mu(C_i(p_{ch}) - C)}{k_{\rm B}T}, \qquad \tilde{p} = 1 + \frac{\tilde{c}^2}{n}\Big\{\Big(\frac{\tilde{\rho}}{1-k}\Big)^n - 1\Big\},$$

где ${\rm Eu} = p_0/(\rho_0 v_0^2)$ — число Эйлера; ${\rm Fr} = v_0/(gt_0)$ — число Фруда; ${\rm Re} = z_0v_0/\nu_0$ — число Рейнольдса; $\nu_0 = \mu_0/\rho_0$. Если положить $v_0 = (p_0/\rho_0)^{1/2}$, $z_0 = p_0/(\rho_0 g)$, $t_0 = (1/g)(p_0/\rho_0)^{1/2}$, то числа Эйлера и Фруда будут равны единице, а число Рейнольдса примет вид ${\rm Re} = (p_0/\rho_0)^{3/2}/(\nu_0 g)$.

Уравнения кинетики зарождения и роста пузырьков:

$$k = \kappa/(1+\kappa),$$

$$\kappa = \frac{4\pi}{3}\,J_0 z_0^3 t_0 \int\limits_0^{\tilde{t}} \tilde{J}(\tilde{\tau})\tilde{R}^3(\tilde{t}-\tilde{\tau}) \exp\Big\{-\frac{4\pi}{3}\,J_0 z_0^3 t_0(\text{æ}^3 - 1) \int\limits_0^{\tilde{\tau}} \tilde{J}(\tilde{\tau}')\tilde{R}^3(\tilde{\tau}-\tilde{\tau}')\,d\tilde{\tau}'\Big\}\,d\tilde{\tau},$$

$$\tilde{J} = \exp\{-{\rm G}[(\tilde{p}_{ch}/\Delta\tilde{p})^2 - 1]\},$$

$$\tilde{R}\ddot{\tilde{R}} + \frac{3}{2}\,\dot{\tilde{R}}^2 = \frac{\rm Eu}{\tilde{\rho}}\,(\tilde{p}_g - \tilde{p}) + \frac{4\tilde{\nu}}{\rm Re}\,\frac{\dot{\tilde{R}}}{\tilde{R}},$$

$$\frac{1}{3}\,{\rm Re}\,{\rm Pr}_D\,\frac{d\tilde{m}_g}{dt} = \tilde{R}(C_i - C^{eq}(\tilde{p}_g)),$$

$$\tilde{p}_g\tilde{R}^3 = (\rho_0/p_0)(\tilde{m}_g/M)k_{\rm B}T.$$

Здесь ${\rm Pr}_D \equiv {\rm Sh} = \nu_0/D$ — число Прандтля (Шервуда) и, как и в уравнении импульса, в уравнении Рэлея число ${\rm Eu} = 1$.

Построенная система уравнений полностью определяет динамику прохождения волны разрежения по столбу магматического расплава, находящегося в поле тяжести, и позволяет найти зависимость числа ядер кавитации, образующихся в процессе фазовых превращений за фронтом волны разрежения, а также распределение кавитационных пузырьков по размерам по всей длине столба магматического расплава.

Результаты расчетов. Расчеты проводились при следующих параметрах задачи, характерных для взрывных вулканических извержений: высота магматического столба $H = 1$ км, давление в очаге вулкана, соответствующее глубине его залегания приблизительно 5–7 км, $p_{ch} = 1700$ атм, а температура $T = 1150$ К, что соответствует температуре плавления магмы при давлении $p = p_{ch}$ [12]. В расчетах используются следующие значения свойств магмы: $\rho_0 = 2300$ кг/м^3; $K_{\rm H} = 4{,}33 \cdot 10^{-6}$ Па$^{-1/2}$; $D = 2 \cdot 10^{-11}$ м^2/с; $\sigma = 0{,}076$ Дж/м^2; $E^*_\mu = 5{,}1 \cdot 10^{-19}$ Дж; $k_\mu = 11$; $\mu^* = 10^{-2{,}5}$ Па$\cdot$с. Соответственно, числа подобия задачи имеют следующий порядок: $\mathrm{Re} \approx 1$; $\mathrm{Pr}_D \approx 10^{11}$; $\mathrm{G} = 16$. Все результаты расчетов для простоты понимания представлены в размерных переменных.

На рис. 4 показано распределение полей давления и скорости жидкости по высоте столба для трех различных моментов времени. Из графика на рис. 4,*б* видно, что под действием давления за фронтом волны разрежения жидкость разгоняется до скорости $v \approx 35$ м/с, что согласуется с оценкой, которая может быть получена из простых соображений: $p_{ch}/(\rho_0 c) \approx 30$ м/с. В момент времени, которому соответствует кривая *3*, волна разрежения доходит до низа столба (координата $z = 0$), отражается и сменяется волной сжатия. При многократном прохождении волны по столбу скорость жидкости будет увеличиваться.

На рис. 5 представлена зависимость числа образующихся в процессе центров нуклеации от z. Ступенчатый вид функции распределения обусловлен тем, что характерное время нуклеации много меньше характерного времени всего процесса [17]. Это видно из рис. 6, где показана зависимость скорости зарождения пузырьков от времени, построенная в узком диапазоне времени для $z = 0$. Отметим, что полученные в настоящей работе количества пузырьков, образующихся в процессе, несколько меньше, чем определено в работе [17]. Это связано с тем, что в [17] декомпрессия считалась мгновенной, в то время как в рассматриваемой задаче волна давления имеет пологий фронт (см. рис. 4,*а*), поэтому нуклеация

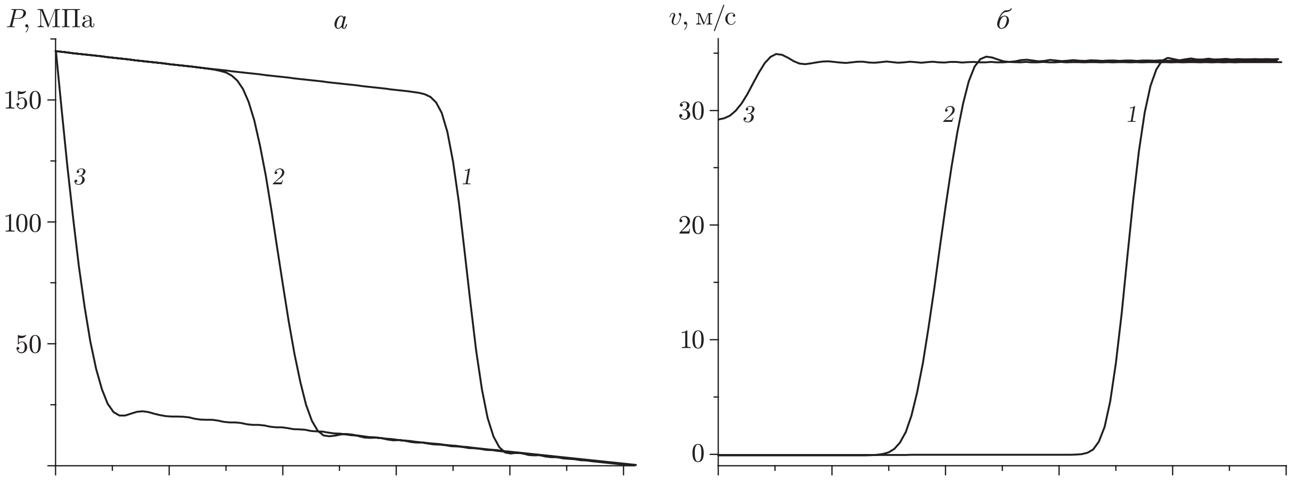

Рис. 4. Зависимость давления (*а*) и скорости магмы (*б*) от z для различных моментов времени:
1 — $t = 0{,}21$ с; *2* — $t = 0{,}42$ с; *3* — $t = 0{,}67$ с

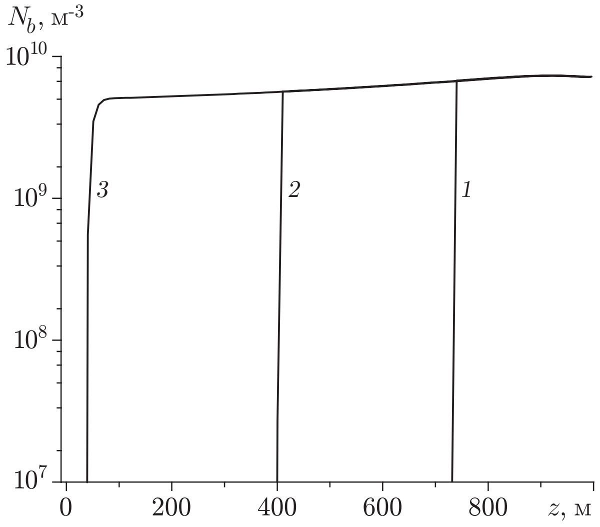

Рис. 5

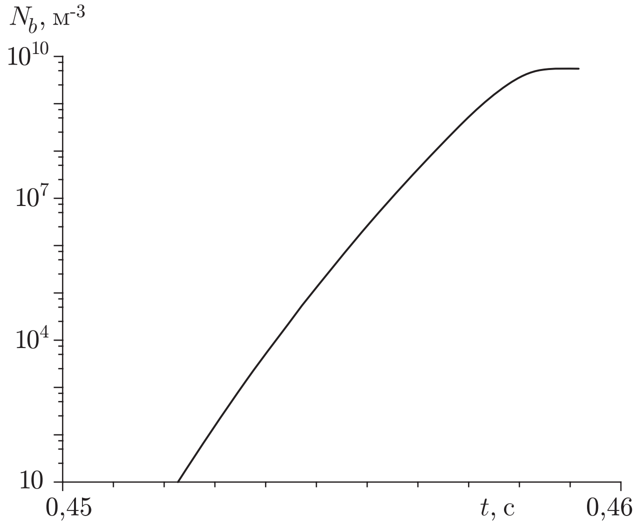

Рис. 6

Рис. 5. Зависимость числа пузырьков от z для различных моментов времени:
1 — $t = 0{,}21$ с; *2* — $t = 0{,}42$ с; *3* — $t = 0{,}67$ с

Рис. 6. Зависимость числа пузырьков от времени при $z = 0$

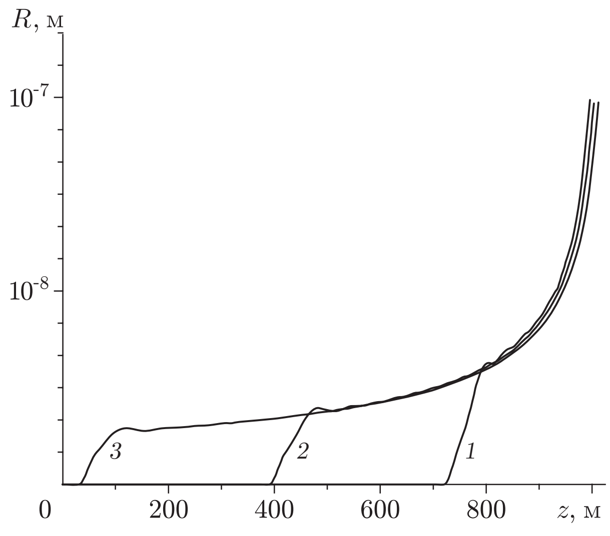

Рис. 7. Функция распределения пузырьков по размерам вдоль столба для различных моментов времени:
1 — $t = 0{,}21$ с; *2* — $t = 0{,}42$ с; *3* — $t = 0{,}67$ с

пузырьков происходит при меньших пересыщениях, а следовательно, и при меньших частотах. Кроме того, в механизме роста пузырька в [17] не учитывалось влияние вязкости, проявляющее себя на начальной стадии роста и сдерживающее его, что учтено в настоящей работе.

Представленная модель позволяет рассчитать распределение пузырьков по размерам вдоль столба. Приведенная на рис. 7 функция распределения построена для трех различных моментов времени. Можно выделить две стадии роста пузырька — начальную, когда рост его сдерживается силами вязкого напряжения, и диффузионную, когда динамика роста определяется только диффузионным потоком газа из пересыщенного расплава в пузырек, описываемую корневой зависимостью размера пузырька от времени [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Hill D. P., Pollitz F., Newhall Ch.** Earthquake-volcano interactions // J. Physics Today. 2002. V. 55. P. 41–47.
2. **Wilson L.** Relationships between pressure, volatile content, and eject in three types of volcanic explosion // J. Volcanol. Geotherm. Res. 1980. V. 8. P. 297–313.
3. **Слезин Ю. Б.** Механизм вулканических извержений (стационарная модель). М.: Научный мир, 1998.
4. **Dobran F.** Non-equilibrium flow in volcanic conduits and application of the eruption of Mt. St. Helens on May 18 1980 and Vesuvius in Ad. 79 // J. Volcanol. Geotherm. Res. 1992. V. 49. P. 285–311.
5. **Papale P., Neri A., Macedorio G.** The role of magma composition and water content in explosive eruptions. 1. Conduit ascent dynamics // J. Volcanol. Geotherm. Res. 1998. V. 87. P. 75–93.
6. **Бармин А. А., Мельник О. Э.** Гидродинамика вулканических извержений // Успехи механики. 2002. № 1. С. 32–60.
7. **Lyakhovsky V., Hurwitz S., Navon O.** Bubble growth in rhyolitic melts: experimental and numerical investigation // Bull. Volcanol. 1996. V. 58, N 1. P. 19–32.
8. **Navon O., Chekhmir A., Lyakhovsky V.** Bubble growth in highly viscous melts: theory, experiments, and autoexplosivity of dome lavas // Earth Planet. Sci. Lett. 1998. V. 160. P. 763–776.
9. **Proussevitch A. A., Sahagian D. L.** Dynamics of coupled diffusive and decompressive bubble growth in magmatic systems // J. Geophys. Res. 1996. V. 101, N 8. P. 17 447–17 456.
10. **Proussevitch A. A., Sahagian D. L.** Dynamics and energetics of bubble growth in magmas: analytical formulation and numerical modeling // J. Geophys. Res. 1998. V. 103, N B8. P. 18 223–18 251.
11. **Hort M.** Abrupt change in magma liquidus temperature because of volatile loss or magma mixing: effects on nucleation, crystal growth and thermal history of the magma // J. Petrology. 1998. V. 39, N 5. P. 1063–1076.
12. **Чернов А. А.** Об одной модели затвердевания магмы в процессе эксплозивного вулканического извержения // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 5. С. 80–90.
13. **Stolper E.** Water in silicate glasses: an infrared spectroscopic study // Contrib. Mineral. Petrol. 1982. V. 81. P. 1–17.
14. **Кединский В. К.** Гидродинамика взрыва. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.

15. **Persikov E. S., Zharikov V. A., Bukhtiyarov P. G., Pol'skoy S. F.** The effect of volatiles on the properties of magmatic melts // Europ. J. Mineral. 1990. V. 2. P. 621–642.
16. **Persikov E. S.** The viscosity of magmatic liquids: experiment, generalized patterns. A model for calculation and prediction. Applications // Physical chemistry of magmas. V. 9: Advances in physical geochemistry. N. Y. etc.: Springer-Verlag, 1991. P. 1–40.
17. **Чернов А. А., Кедринский В. К., Давыдов М. Н.** Спонтанное зарождение пузырьков в газонасыщенном расплаве при его мгновенной декомпрессии // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 2. С. 162–168.
18. **Колмогоров А. Н.** К статистической теории кристаллизации металлов // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1937. Т. 3. С. 355–359.

Поступила в редакцию 31/V 2004 г.