УДК 533.9

О ПРИНЦИПЕ МИНИМУМА МОЩНОСТИ ДЛЯ ДУГОВОГО РАЗРЯДА

М. О. Розовский

(Москва)

Из рассмотрения связи диссипируемой в дуге мощности с производством энтропии показано, что для стационарных состояний, характеризующихся минимумом производства энтропии, диссипируемая в дуговом разряде мощность не достигает минимума вопреки [1]. Установлен класс состояний, которыми можно пользоваться при вариационном подходе к расчету режимов дуги, основанном на формальном варьировании мощности.

В теории термических дуг известен принцип минимума Штеенбека [2]: при заданной величине тока в дуге I и фиксированной температуре на стенках разрядной камеры T_k

$$\delta E = 0 \tag{1}$$

где E — напряженность электрического поля в дуге (постоянная по объему цилиндрически симметричного канала дуги постоянного тока).

В [1] была предпринята попытка показать, что вариационное условие (1) вытекает из термодинамического принципа минимума производства энтропии θ.

$$\delta\theta = 0 \tag{2}$$

Для этого была использована связь между производством энтропии θ и диссипируемой в дуге мощностью N (закон Гюи и Стодола)

$$N = T_k\theta \tag{3}$$

Варьирование соотношения (3) с учетом (2) привело к выводу о минимальной диссипации в стационарном режиме дуги

$$\delta N = 0 \tag{4}$$

Если теперь воспользоваться связью диссипации с напряженностью электрического поля в дуге

$$N = IEl \tag{5}$$

где l — фиксированная длина разряда, то из (4) и (5) следует условие (1).

Это рассуждение основано на правомерности варьирования соотношения (3). Очевидно, чтобы эта операция была законна, соотношение (3) следует интерпретировать как тождественное равенство двух функционалов, заданных на некотором определенном множестве функций.

В термодинамике необратимых процессов (см., например, [3]) производство энтропии θ рассматривается как функционал, заданный на множестве температурных распределений $T(x, y, z)$ или $T(r)$ в случае цилиндрической симметрии системы. Если на термодинамическую систему, представляющую собой цилиндр радиуса R, наложены внешние ограничения типа

$$T(R) = T_k \text{ (постоянное охлаждение стенок)} \tag{6}$$
$$dT / dr|_{r=0} = 0 \text{ (условие симметрии)}$$

то можно представить себе бесчисленное множество распределений температуры $T(r)$, удовлетворяющих (6). Принцип минимума производства энтропии утверждает, что в стационарном состоянии реально наблюдаемым будет такое температурное распределение $T_s(r)$, на котором производство энтропии θ, рассматриваемое как функционал, будет иметь экстремальное значение. Это справедливо, так как уравнением Эйлера — Лагранжа в случае вариационной задачи об отыскании экстремума является стационарное уравнение баланса энергии (для дуги — уравнение Эленбааса — Геллера). Любое другое распределение $T(r)$, удовлетворяющее (6) и близкое к $T_s(r)$, соответствует некоторому нестационарному состоянию термодинамической системы, из которого система со временем переходит в стационарное состояние $T_s(r)$.

Итак, область определения θ — любые распределения $T(r)$, как нестационарные, так и стационарное, и производство энтропии θ экстремально в стационарном состоянии. В [1] была доказана справедливость равенства (3) лишь для стационарного состояния, а поэтому соотношение (3) представляет собой пока только констатацию факта равенства двух функционалов при единственном температурном распределении $T_s(r)$, и в силу изложенных выше соображений варьирование этого соотношения не имеет смысла. Ошибочность вывода [1] была указана в [4].

Чтобы из экстремальных свойств производства энтропии можно было делать выводы о поведении в стационарном состоянии диссипируемой мощности N, следует рассмотреть тождественную связь N с θ, справедливую и для нестационарных состояний дуги. Для установления этой связи нужно воспользоваться явным выражением для производства энтропии θ. Если в цилиндрически симметричной дуге необратимыми процессами являются только теплопроводность и электропроводность, то в соответствии с [2]

$$\theta = \int \left[- \frac{(\mathbf{W} \cdot \operatorname{grad} T)}{T^2} + \frac{(\mathbf{j} \cdot \mathbf{E})}{T} \right] dV \tag{7}$$

где $\mathbf{W}$ — вектор плотности потока тепла, $\mathbf{j}$ — плотность электрического тока, и интегрирование распространяется на весь объем системы.

Для этого случая нестационарное уравнение баланса энергии имеет вид

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \operatorname{div} \mathbf{W} + (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) \tag{8}$$

где ρ — плотность, а c — удельная теплоемкость рабочего газа. С помощью (8) вместо (7) запишем

$$\theta = \int \left[- \frac{\mathbf{W} \operatorname{grad} T}{T^2} + \frac{\operatorname{div} \mathbf{W}}{T} \right] dV + \int \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \frac{1}{T} \right) dV \tag{9}$$

Так как подынтегральное выражение в первом интеграле в (9) представляет собой $\operatorname{div} (\mathbf{W}/T)$, то, используя теорему Гаусса и условие постоянства температуры на границе дуги, получим

$$\theta = \frac{1}{T_k} \int (\operatorname{div} \mathbf{W})\, dV + \int \left(\rho c \frac{\partial T}{\partial t} \frac{1}{T} \right) dV \tag{10}$$

После исключения $\operatorname{div} \mathbf{W}$ из (10) с помощью уравнения (8) и учета того, что

$$N = \int (\mathbf{j} \cdot \mathbf{E})\, dV \tag{11}$$

окончательно получаем

$$N = T_k \theta + \int \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \left(1 - \frac{T_k}{T} \right) dV \tag{12}$$

Соотношение (12) представляет собой обобщение соотношения (3) на случай произвольных нестационарных состояний. Ясно, что в случае стационарного состояния

$$(\partial T / \partial t)_s \equiv 0 \tag{13}$$

во всем объеме системы, и (12) переходит в (3).

Необходимо отметить следующее обстоятельство. Хотя производство энтропии θ рассматривается как функционал, заданный на множестве всевозможных температурных распределений (в том числе и нестационарных), θ явно определяется только характеристиками самих состояний, а не скоростью изменения этих состояний во времени. Из равенства (12) же следует, что диссипация N определяется как самими распределениями $T(r)$, так и пространственными распределениями производных $\partial T/\partial t\,(r)$, которые могут быть совершенно произвольными (они должны удовлетворять (8), но это уже было учтено при выводе (12)).

Варьирование условия (12) с учетом соотношений (2) и (13) дает

$$(\delta N)_s = \int \rho_s c_s \left(1 - \frac{T_k}{T} \right) \frac{\partial T}{\partial t} dV \tag{14}$$

Поскольку всегда можно себе представить состояние системы, близкое к стационарному, для которого производная $\partial T/\partial t\,(r)$ сохраняет знак при всех r, то, в частности, для соответствующей вариации $\delta\,(\partial T/\partial t)$

$$(\delta N)_s \neq 0 \tag{15}$$

т. е. стационарное неравновесное распределение температуры не обеспечивает экстремума диссипируемой мощности N в стационарном состоянии, хотя производство энтропии θ в этом же состоянии экстремально.

Тем не менее соотношение (12) позволяет неявным образом указать класс состояний, для которых равенство (3) справедливо тождественно. Из соотношения (12) следует, что соответствующие температурные распределения должны удовлетворять условию

$$\int \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \left(1 - \frac{T_k}{T}\right) dV = 0 \tag{16}$$

которое с учетом (8) может быть переписано как

$$\int [(\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}) - \operatorname{div} W] \left(1 - \frac{T_k}{T}\right) dV = 0 \tag{17}$$

Таким образом, показано, что, даже когда справедлив принцип минимума производства энтропии, мощность, диссипируемая в стационарном состоянии дуги, не минимальна по сравнению с мощностью, диссипируемой в нестационарных состояниях, которые близки к стационарному, вопреки выводу, сделанному в [1]. В то же время, поскольку соотношение (2) при определенных ограничениях эквивалентно уравнению Эленбааса — Геллера, возможен вариационный подход к расчету стационарных режимов дугового разряда, основанный на принципе минимума производства энтропии. Экстремальность диссипируемой мощности также может быть использована в виде (4), но не для произвольных температурных распределений, а лишь для тех, которые удовлетворяют условию (17). В частности, легко показать, что условию (17) удовлетворяют температурные распределения, соответствующие приближению «каналовой» модели столба дуги, описанной, например, в [2].

Поступила 5 VI 1972

ЛИТЕРАТУРА

1. Peters T., Über den Zusammengang des Steenbeckschen Minimumprinzips mit dem thermodynamischen Prinzip der minimalen Entropieerzeugung. Z. Phys., 1956, Bd 144, № 5
2. Финкельбург В., Меккер Г. Электрические дуги и термическая плазма. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
3. Гроот С. Р. де, Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
4. Аронзон Н. З. О теоретическом обосновании принципа минимума напряжения дуги. Электричество, 1958, № 3, стр. 56.

УДК 532.516 : 535.36

ОБ ИЗМЕНЕНИЯХ СО ВРЕМЕНЕМ ХАРАКТЕРИСТИК РАССЕЯНИЯ СВЕТА ВОДНОЙ СРЕДОЙ ПРИ ЕЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗМУЩЕНИИ

В. М. Сысак, А. М. Трохан

(Москва)

В работе приводятся результаты экспериментального исследования зависимости характеристик рассеяния лазерного излучения дистиллированной водой при внесении в нее гидродинамических возмущений. Обнаружено, что после внесения возмущения световой поток, рассеиваемый жидкостью, возрастает. Эффект возникает только в устоявшейся воде. Рассмотрено влияние магнитного поля.

В работе [1] исследованы флуктуации лазерного излучения, рассеиваемого неподвижной жидкостью, в которую вводится разовое возмущение с помощью падающего тела. В данной работе рассмотрены эффекты рассеяния водой, заключенной между двумя соосными дисками, при этом учитывалась предыстория рассеивающей среды, а гидродинамическое возмущение создавалось вращением одного из дисков.