

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шнейерсон Г. А. Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхспильных токов. — Л.: Энергоиздат, 1981.
2. Манзон Б. М. Ускорение макрочастиц для управляемого термоядерного синтеза // УФН. — 1981. — Т. 134, вып. 4.
3. Швецов Г. А., Титов В. М., Башкатов Ю. Л. и др. Исследование работы рельсотронного ускорителя твердых тел с питанием от взрывного МГД-генератора // ФГВ. — 1984. — № 3.
4. Дьяков Б. Б., Резников Б. И. Численная модель электромагнитного ускорителя тел // ТВТ. — 1987. — Т. 25, № 1.
5. Башкатов Ю. Л., Швецов Г. А. Общие энергетические соотношения в рельсотронных ускорителях твердых тел // ПМТФ. — 1987. — № 2.
6. Таблицы физических величин: Справ./Под ред. И. К. Кикоина. — М.: Наука, 1976.

г. Москва

Поступила 7/IV 1988 г.,  
в окончательном варианте — 8/XII 1988 г.

УДК 593.13

С. М. Бахрах, Н. П. Ковалев, В. А. Раевский,  
Ю. М. Стяжкин, Т. А. Торопова

### ОСОБЕННОСТИ ПРОЦЕССА СХОЖДЕНИЯ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

В [1], [2] отмечается, что при инерционном сжатии вязких цилиндрических оболочек внутренняя граница оболочки останавливается при достижении некоторого расстояния от оси симметрии  $r_{\min}$ , величина которого зависит от коэффициента вязкости и от геометрических и кинематических параметров оболочки. Эта зависимость может быть использована для определения коэффициента вязкости. Однако измерения затрудняются из-за малого  $r_{\min}$  при достаточно большой скорости сжатия.

В данной работе исследуется инерционное сжатие вращающейся цилиндрической оболочки с учетом сжимаемости и вязкости. В процессе сжатия такой оболочки происходит превращение и перераспределение энергии. Кинетическая энергия радиального движения преобразуется в энергию вращения и во внутреннюю энергию вещества. За счет вязкого трения вращающихся слоев оболочки энергия вращательного движения переходит в тепловую. При этом наступает момент, когда скорость радиального движения внутренней границы оболочки становится нулевой; внутренняя граница останавливается на некотором расстоянии от оси симметрии, после чего начинается разлет оболочки.

Величина  $r_{\min}$  зависит от геометрических размеров оболочки, от соотношения кинетической энергии радиального и вращательного движения в начальный момент времени и, что представляет особый интерес, от коэффициента вязкости материала оболочки. В зависимости от начальных данных  $r_{\min}$  для вязкой вращающейся оболочки может оказаться существенно больше, чем для невращающейся оболочки тех же размеров.

Система уравнений, описывающих движение вращающейся оболочки с учетом вязкости и сжимаемости, имеет следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
 (1) \quad \rho \, du/dt &= -\partial P/\partial r + \partial S_{rr}/\partial r + (S_{rr} - S_{\varphi\varphi})/r + \rho \omega^2 r, \\
 d\omega/dt &= -2u\omega/r + (\partial S_{r\varphi}/\partial r + 2S_{r\varphi}/r)/r, \\
 d\rho/dt &= -\rho(\partial u/\partial r + u/r), \quad dr/dt = u, \\
 de/dt &= -P \, d(1/\rho)/dt + (S_{rr}^2 + S_{\varphi\varphi}^2 + 2S_{r\varphi}^2)/2\rho\mu, \\
 P &= P(\rho, e), \quad S_{rr} = \mu(2\partial u/\partial r - u/r)2/3, \\
 S_{\varphi\varphi} &= (2/3)(\mu(2u/r - \partial u/\partial r)), \quad S_{r\varphi} = \mu r \, \partial\omega/\partial r,
 \end{aligned}$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения;  $\mu$  — коэффициент вязкости;  $S_{ij}$  — компоненты девиатора тензора вязких напряжений в системе координат  $x, r, \varphi$  ( $ox$  — ось вращения); остальные обозначения общеприняты.

В этой постановке не учитываются эффекты теплопроводности и второй вязкости. Для рассматриваемого случая конденсированных сред та-

кое приближение оправдано. Эффекты теплопроводности исключаются, так как время тепловой релаксации  $\tau = l^2/\chi$  ( $l$  — характерный размер,  $\chi$  — коэффициент температуропроводности) существенно больше характерных времен процесса [3, 4]. Вклад второй вязкости в шаровую часть тензора напряжений мал по сравнению с давлением [5].

Система (1) решалась численно конечно-разностным методом с использованием метода расщепления по физическим процессам [6, 7]. На каждом шаге интегрирования по времени решение системы (1) разбивается на два этапа. Первый этап вычислений — решение подсистемы, описывающей движение невращающейся оболочки (уравнения этого этапа получаются из системы (1) отбрасыванием всех членов, содержащих угловую скорость). На втором этапе производится расчет отброшенных на первом этапе членов. Используются явные разностные схемы, полученные интегро-интерполяционным методом. Разностные схемы реализованы в программном комплексе [7].

Метод счета и программа тестировались на ряде задач, имеющих аналитическое решение. В частности, проводились расчеты схождения вращающейся цилиндрической оболочки из идеальной жидкости и схождения вязкой оболочки без вращения [2]. Получено хорошее согласие расчетных данных с аналитическими. Например, расхождение между расчетными и аналитическими результатами в радиусе остановки оболочки составляет менее 1 %.

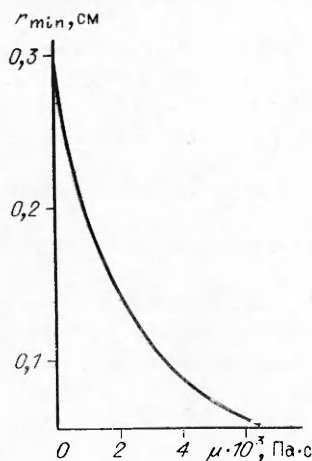
Численное исследование процесса инерционного схождения проводилось на примере цилиндрической оболочки с внутренним радиусом  $R_0 = 10$  см и толщиной  $\Delta R_0 = 0,3537$  см. Использовалось уравнение состояния в форме Ми — Грюнайзена [5]:

$$P = \rho_0 c_0^2 (\delta^n - 1)/n + \Gamma \rho (e - e_x),$$

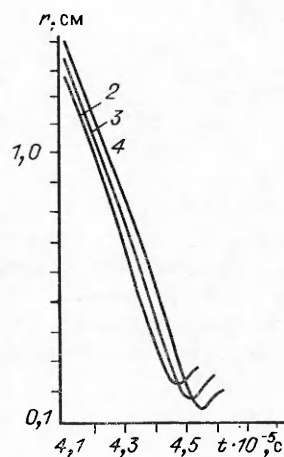
$$e_x = c_0^2 [(\delta^n - n\delta)/(n - 1) + 1]/\delta n, \quad \delta = \rho/\rho_0$$

с параметрами  $\rho_0 = 7,85$  г/см<sup>3</sup>;  $c_0 = 4,6$  км/с;  $n = 3$ ;  $\Gamma = 0,67$ . В начальный момент времени в оболочке задавалась скорость схождения к оси симметрии  $u_0 = 2$  км/с и угловая скорость вращения  $\omega_0 = 2 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup>, которая соответствует линейной скорости  $u_{вр} = \omega_0 R_0 = 0,2$  км/с.

На внешней и внутренней поверхностях оболочки в качестве граничного условия задавалось  $\sigma_{rr} = \sigma_{r\varphi} = 0$ . В таблице приведены значения  $r_{min}$ , определенные в расчетах с различным числом счетных точек в области (20, 40, 60) и разными  $\mu$ . В последнем столбце таблицы и на рис. 1 даны значения  $r_{min}$ , полученные линейной экстраполяцией на бесконечное число счетных точек. Зависимость радиуса поворота оболочки от времени показана на рис. 2 (номера кривых отвечают номерам расчетов из таблицы).



Р и с. 1



Р и с. 2

№ расче- та	$\mu \cdot 10^3$ Па·с	Число точек			
		20	40	60	$\infty$
1	0	0,348	0,326	0,318	0,304
2	2	0,22	0,182	0,17	0,144
3	4	0,171	0,13	0,119	0,089
4	6	0,14	0,1	0,086	0,06

В расчете с нулевой вязкостью в момент остановки ( $r_{\min} \approx 0,3$  см) достигается максимальная  $u_{\text{вр}} = 6,6$  км/с. Скорость, вычисленная на основании закона сохранения момента количества движения,  $u_{\text{вр}} = 0,2 \frac{10}{0,3} \approx 6,67$  км/с. В момент разворота вещество оболочки находится в сжатом состоянии; максимальное сжатие  $\delta_{\max} = \rho/\rho_0 = 1,5$ . Поэтому  $r_{\min} = 0,3$  см из расчетов заметно больше  $r_{\min}$  для несжимаемой оболочки с теми же начальными параметрами ( $r_{\min} = 0,08$  см), вычисленного по определенной нами формуле

$$r_{\min} = \sqrt{2R\Delta R} \sqrt{\exp(2u_0^2 \Delta R_0 / \omega_0^2 R_0^3) - 1}.$$

Как видно,  $r_{\min}$  уменьшается с увеличением коэффициента вязкости (см. рис. 1, 2). Это объясняется тем, что вязкое трение слоев оболочки приводит к уменьшению скорости вращения внутренних слоев и центробежной силы, действующей на слой оболочки и обеспечивающей ее разворот. В результате диссипации энергии вращения растет тепловое давление, что приводит к расширению внутренних слоев и дополнительному уменьшению радиуса поворота оболочки. Максимальная величина давления при  $\mu = 6 \cdot 10^3$  Па·с достигает  $\sim 140$  ГПа. Эти параметры реализуются вблизи момента поворота внутренней границы оболочки. Максимальная скорость вращения внутренней поверхности такой оболочки  $\sim 3,5$  км/с. Отметим, что в соответствии с законом сохранения момента количества движения при отсутствии вязкости скорость вращения составила бы  $\sim 30$  км/с. При отсутствии вращения  $r_{\min}$  для заданной оболочки, определенной по формуле из [2], был бы равен  $\approx 10^{-14}$  см, т. е. недоступен для регистрации. Обнаруженная в расчетах зависимость радиуса поворота вращающейся оболочки от  $\mu$  проиллюстрирована в таблице и на рис. 1 и 2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кинеловский С. А., Матюшкин Н. И., Тришин Ю. А. Движение цилиндрического поршня, окруженного слоем расширяющегося газа // Динамика сплошной среды. — Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1971. — Вып. 7.
2. Матюшкин Н. И., Тришин Ю. А. О некоторых эффектах, возникающих при взрывном обжатии вязкой цилиндрической оболочки // ПМТФ. — 1978. — № 3.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1954.
4. Таблица физических величин: Справ./Под ред. И. К. Кикоина. — М.: Атомиздат, 1976.
5. Я. Б. Зельдович, Ю. П. Райзер. Физика ударных волн и высокотемпературных явлений. — М.: Наука, 1966.
6. Яненко Н. И. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. — Новосибирск: Наука, 1967.
7. Баталов М. В., Бахрах С. М., Винокуров О. А. и др. Комплекс СИГМА для расчета задач двумерной газодинамики // Тр. II Всесоюз. семинара по численным методам механики вязкой жидкости, Канев, 1968. — Новосибирск: Наука, 1969.

г. Москва

Поступила 3/III 1988 г.,  
в окончательном варианте — 14/XII 1988 г.