

Ф и г. 8

вый фронт принадлежит сходящейся ударной волне, второй — волне давления, отраженной после фокусировки в зоне Z (см. фиг. 1). Эта волна достигает центра быстрее, чем фронт волны 2, которая генерируется в жидкости детонационной волной, бегущей по заключительному участку кольцевого заряда.

На фиг. 8 приведено распределение экспериментальных данных по давлению во фронте сходящихся ударных волн на оси кольцевых зарядов с радиусами $a_0 = 10$ см (радиусы ДШ $a_* = 0,0825$ см и $0,15$ см — точки 1, 2), 20 см и 30 см (точки 3, 4) при $a_* = 0,15$ см. Оказалось, что в диапазоне значений относительного расстояния $l = [(z/a_0)^2 + 1]^{1/2}$ от 5 до 50 эти данные удовлетворяют зависимости

$$p_{\max} = Al^{-0,65},$$

где z — расстояние вдоль оси от плоскости заряда, в см, а коэффициент

$$A \approx \frac{2}{3} a_* \left(\frac{a_*}{a_0} \right)^{1,4} 10^7$$

зависит от параметров заряда и приведен к атмосферному давлению. Заметный разброс экспериментальных данных по давлению в области центра кольца связан с неоднородностью медной облицовки специальных тонких ДШ, которые применялись для исследований в лабораторных условиях.

Поступила 27 VII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Коул Р. Подводные взрывы. М.: ИЛ, 1950.
2. Kolsky H., Lewis J. P. et al. Splashes from underwater explosion. — Proceedings of the Royal Society, ser. A, 1949, vol. 196, N 1046.
3. Заопегин В. Л., Козаченко Л. С., Костюченко В. Л. Экспериментальное исследование развития газового пузыря и султана при подводном взрыве. — ПМТФ, 1960, № 2.
4. Кедринский В. К. Поверхностные эффекты при подводном взрыве (обзор). — ПМТФ, 1978, № 4.
5. Dubesset M., Laverge M. Calcul de la cavitation due aux explosions sous-marines a faible profondeur. — Acustica, 1968, vol. 20, N 5.
6. Христофоров Б. Д. Взаимодействие ударной волны в воде со свободной поверхностью. — ПМТФ, 1961, № 1.
7. Кедринский В. К. Особенности структуры ударных волн при подводных взрывах спиральных зарядов. — ПМТФ, 1980, № 5.

УДК 539.4

ЗАТУХАНИЕ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ

В. Ф. Нестеренко, В. М. Фомин, П. А. Ческидов

(Новосибирск)

Исследование процессов распространения сильных ударных волн в слоистых средах имеет два аспекта. К первому следует отнести явление ослабления или усиления давления, массовой скорости на фронте волны в зависимости от набора слоистой системы. В работе [1] было предсказано, что для систем чередующихся плоских слоев из легкого и тяжелого материалов при увеличении толщин слоев можно получить явление неограниченной кумуляции. В дальнейшем это явление изучалось численно и экспериментально в [1—4]. В [5—6] в линейном приближении получены формулы, позволяющие определять давление и массовую скорость за фронтом головной ударной волны при ее движении по слоистому материалу. Здесь впервые показано, что увеличение или уменьшение давления и массовой скорости однозначно связано с изменением акустических импедансов слоев. В дальнейшем этот факт был подтвержден и для нелинейного взаимодействия только для сред, состоящих из двух и трех различных слоев [5—8]. Однако в [9] отмечено, что возрастание амплитуды давления голов-

ной ударной волны наблюдается не только из-за распада разрыва на границе материалов с разной акустической жесткостью, но и за счет возникновения волн сжатия, которые догоняют головную волну.

При установившемся движении в периодической слоистой системе [1] может распространяться ударная волна с периодически меняющимся давлением на фронте. При этом размер ячейки определяет только масштаб явления, время установления стационарной волновой картины и не влияет на амплитуду давления. В [10] экспериментально показано, что амплитуда головной волны на одинаковой глубине не зависит от числа ячеек в периодическом слоистом материале (СМ). Применение же подхода, развиваемого в [5], дает сильное затухание амплитуды головной волны при увеличении числа переходов границ разделов. Это связано с учетом нелинейных эффектов. В [11, 12] на основе анализа нелинейного волнового уравнения показано увеличение амплитуды слабой ударной волны по мере распространения в периодическом СМ, подтвержденное экспериментально.

Ко второму аспекту относятся исследования [10, 13, 14], устанавливающие, когда слоистыми системами можно моделировать гетерогенные среды.

Несмотря на большое количество работ по исследованию ударных волн в слоистых материалах, в настоящее время практически не изучено распространение волн конечной длительности в периодических СМ на неустановившемся участке движения с учетом нелинейных эффектов, которые могут приводить к качественно новым явлениям, не описываемым линейными моделями.

В данной работе численно и экспериментально исследуется процесс затухания сильных ударных волн в периодических СМ при импульсном нагружении на неустановившемся участке движения. Показано, что влияние волн нагрузки, догоняющих головную волну, может играть определяющую роль в изменении амплитуды головной волны. Исследовано влияние числа ячеек, амплитуды и длины волны на характер ее затухания.

1. Физико-математическая постановка задачи и метод решения. Рассмотрим задачу о распространении сильных ударных волн в слоистом материале, состоящем из n одинаковых ячеек, каждая из которых содержит слой первого вещества толщиной h_1 и второго — толщиной h_2 . Толщины слоев будем считать много меньшими диаметра СМ, что позволяет решать задачу в одномерном приближении. Нагружение СМ осуществляется аналогично [15]. В некоторый момент времени на свободной поверхности заряда, находящегося в контакте с нагружаемым СМ, возбуждается детонационная волна, движущаяся со скоростью D . За время $t_0 = H/D$, где H — толщина заряда, она достигнет границы контакта с СМ и сообщит ему динамическую нагрузку.

Поведение твердого тела и продуктов детонации (ПД) будем описывать гидродинамической моделью в эйлеровых координатах (t, x) , которая в случае одномерных течений с плоской симметрией имеет вид

$$(1.1) \quad d\rho/dt + \rho du/dx = 0, \quad \rho du/dt + dp/dx = 0, \quad de/dt + p dv/dt = 0,$$

где ρ — плотность вещества; p — давление; e — удельная внутренняя энергия; u — скорость; v — удельный объем, определяемый соотношением $v = 1/\rho$; $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial x$. Систему (1.1) замыкаем уравнением состояния

$$(1.2) \quad p = p(\rho, e).$$

Пусть в момент времени $t = 0$ детонационная волна выходит на контактную поверхность заряда со слоистым материалом. Обозначим текущие координаты свободной поверхности ПД l_0 , свободной поверхности СМ l_{2n+1} , его контактных поверхностей l_i , $i = 1, \dots, 2n$. Тогда данная задача математически формулируется следующим образом: найти функции u, p, ρ, e в области $Z = \{l_0(t) < x < l_{2n+1}(t), 0 < t < \infty\}$, удовлетворяющие при $l_i(t) < x < l_{i+1}(t)$ ($i = 0, \dots, 2n$) системе дифференциальных уравнений (1.1), (1.2) со следующими начальными и граничными условиями.

Н а ч а л ь н ы е у с л о в и я. Распределение параметров ПД за фронтом детонационной волны в момент времени $t = 0$ задается из автомодельного решения, описывающего детонационную волну Ченмена — Жуге [16], а в СМ при $t = 0$ полагаем

$$p = 0, \quad u = 0, \quad \rho = \rho_i \quad \text{при} \quad l_i < x < l_{i+1}, \quad i = 1, \dots, 2n.$$

Г р а н и ч н ы е у с л о в и я. При $t \geq 0$ на свободных поверхностях $x = l_0(t)$ и $x = l_{2n+1}(t)$ давление задается равным нулю, на контакт-

Материал	$\rho_0, \text{мг/мм}^3$	γ	$A, \text{ГПа}$	$c_0, \text{мм/мкс}$	λ
Фторопласт-4	2,19	6,9	1,005	1,98	1,71
Парафин	0,9	4,1	2,394	3,3	1,31
Алюминий	2,787	4,2	19,3	5,25	1,39
Медь	8,9	4,8	29,6	3,95	1,50

ных поверхностях $x = l_i(t)$ ($i = 1, \dots, 2n$) требуется выполнение условий непрерывности нормальных напряжений и скоростей.

Поставленная задача решалась численно с помощью разностной схемы сквозного счета типа Уилкинса [17], в которой для устойчивого счета волн сжатия использовалась искусственная вязкость. В расчетах применялась линейная вязкость

$$q = \begin{cases} -q_0 h c_0 \rho_0 \partial u / \partial x & \text{при } \partial u / \partial x < 0, \\ 0 & \text{при } \partial u / \partial x \geq 0, \end{cases}$$

где h — шаг сетки; q_0 — постоянная [18].

Методические вопросы, связанные с особенностями численного решения поставленной задачи указанным конечно-разностным методом, рассмотрены в [9, 15].

В численных расчетах уравнение (1.2) для продуктов детонации выбрано в виде $p = (\gamma - 1)\rho e$, а для материалов, составляющих СМ, расчеты проводились для сравнения с двумя уравнениями:

в форме Тэта

$$(1.3) \quad p = A((\rho/\rho_0)^\gamma - 1);$$

в форме

$$(1.4) \quad p = \frac{c_0^2 \rho_0 \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho}\right)}{\left(\left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1\right)\lambda + 1\right)^2},$$

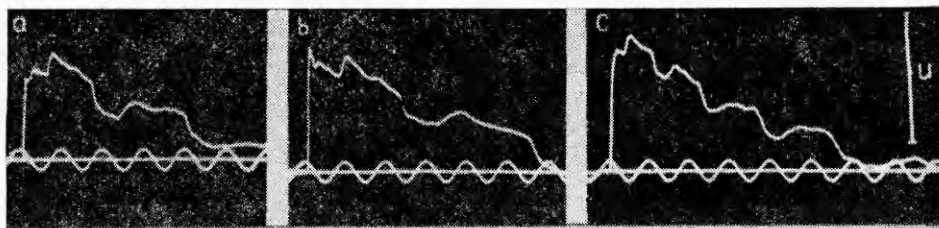
полученной из зависимости $D = c_0 + \lambda u$, где D — скорость ударной волны; u — массовая скорость; c_0, λ — постоянные. Величины параметров, входящих в формулы (1.3), (1.4), приведены в таблице.

2. Методика проведения экспериментов. Ударные волны во всех исследуемых материалах создавались с помощью генератора плоской ударной волны [15].

Измерение массовой скорости в СМ фторопласт — парафин, который остается диэлектриком при исследуемых давлениях, проводилось по электромагнитной методике [19]. Значения скоростей находились из формулы $u = \varphi 10^8 / (H_1 d)$, где $H_1 = 396 \text{ Э}$ — величина напряженности постоянного магнитного поля, используемого в эксперименте; d — ширина перекладины датчика, равная 7,6 мм; φ — напряжение на датчике в процессе его движения.

Слоистый материал фторопласт — парафин набирался из отдельных пластинок парафина и фторопласта, склеенных между собой клеем № 88. Образец представлял собой цилиндр $\varnothing 40$ мм. Нагружение осуществлялось вдоль оси цилиндра, так что плоскость ударной волны была параллельна плоскости пластин, составляющих СМ. В опытах контролировалась средняя плотность образцов. Измерительный датчик размещался на одной из контактных поверхностей. Типичные осциллограммы массовой скорости, измеренной для СМ с размером ячейки $\delta = 5$ мм между 2, 3 (кривая *a*) и 5, 6 (кривая *b*) ячейками и для СМ с $\delta = 2,5$ мм между 10, 11 (кривая *c*) ячейками, приведены на фиг. 1. Частота меток времени 1 мГц. Масштаб по амплитуде $u = 1$ мм/мкс относится к кривым *b, c*; для кривой *a* он в два раза больше.

Нагружение слоистого материала Al — Cu проводилось по аналогичной методике. Диаметр образцов, составленных из пластин Al и Cu, равен 50 мм. Измерение скорости свободной поверхности СМ Al — Cu проводилось по бесконтактной методике [15]. Данная методика основана на

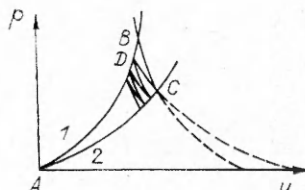


Ф и г. 1

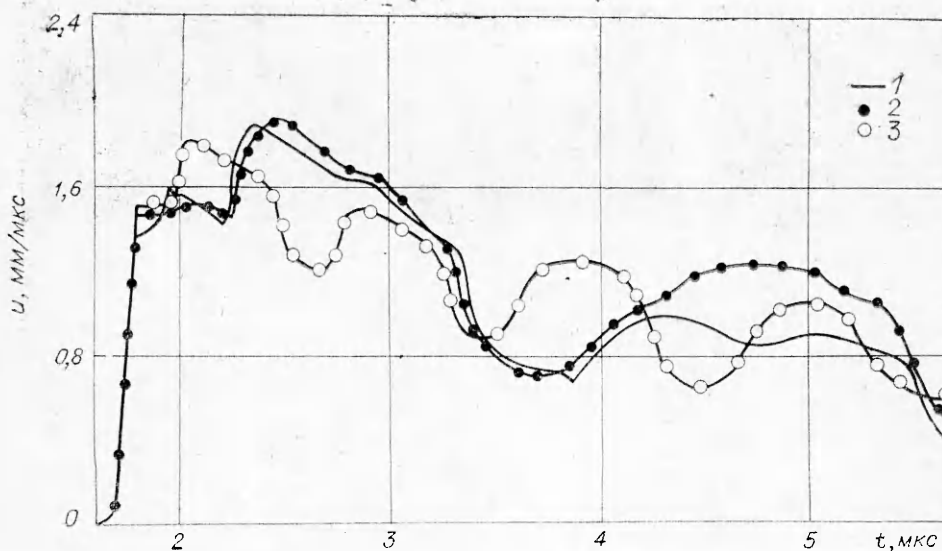
регистрации электромагнитных возмущений, возникающих при движении свободной металлической поверхности в электромагнитном поле. Ось цилиндрического образца в этом случае размещается перпендикулярно вектору H_1 . Ударная волна распространялась также вдоль оси образца. Измерительным элементом в этом случае служит контур из нескольких витков (1—10) медной проволоки диаметром 0,1 мм, намотанных на держатель из оргстекла размером 1,25 × 6 мм. Величина сигнала в этой схеме измерения зависит от геометрии образцов и условий нагружения. Специальными опытами с медными образцами в аналогичной геометрии найдена линейная зависимость измеряемой ЭДС в контуре от скорости полета центральной части ($\varnothing 20$ мм) свободной поверхности с коэффициентом $60 \pm \pm 4$ мВ/(мм/мкс). В нашей геометрии постоянной скорости полета соответствует постоянная величина ЭДС в течение ~ 5 мкс. Схема обеспечивает хорошее временное разрешение, помехоустойчива. Во всех опытах с этой методикой контролировалась также средняя скорость свободной поверхности на базе 3—4,5 мм по моментам начала движения свободной поверхности и началу торможения ее о стеклянный блок, размещенный перед измерительным элементом. Данный контроль служит для подтверждения выводов, полученных на основе непрерывного измерения скорости.

3. Анализ результатов расчетов и экспериментов. При нагружении СМ продуктами детонации по нему распространяется головная ударная волна, за которой вследствие взаимодействия волн сжатия и разрежения между собой и с контактными границами образуется сложная волновая картина, переменная с течением времени. Головная волна также изменяется со временем. Во-первых, из-за распада разрывов на контактных границах разделов различных материалов в СМ, в результате чего происходит образование волн, движущихся как в прямом, так и в обратном направлении. Во-вторых, из-за взаимодействия с волнами, которые догоняют головную волну, двигаясь с более высокой скоростью по предварительно нагруженному материалу. Представляет интерес изучить влияние как первого, так и второго фактора на характер изменения амплитуды головной волны.

Влияние первого фактора без учета эффектов догонов удобно продемонстрировать на $p - u$ -диаграмме (фиг. 2). Пусть кривая 1 представляет собой ударную волну первого вещества, кривая 2 — второго вещества. Точка А соответствует состояниям перед фронтом головной волны, где материал не нагружен. Пусть ударная волна движется по слою первого вещества, а точка В соответствует состоянию за фронтом волны. Через некоторое время ударная волна дойдет до границы контакта первого вещества со вторым. В результате взаимодействия ударной волны с контактной границей образуется преломленная ударная волна, состояние за фронтом которой отмечено буквой С, и отраженная ударная волна или волна разрежения в зависимости от взаимного расположения кривых 1, 2. После взаимодействия головной волны со следующей контактной границей (теперь уже второго вещества с первым) за фронтом волны образуется состояние, отмеченное точкой D, которая лежит ни-



Ф и г. 2



Ф и г. 3

же точки *B*. Указанный эффект возникает из-за расхождения значений акустических импедансов веществ, из которых состоят слои. Чем сильнее будут отличаться акустические импедансы слоев, тем ниже на ударной поляре будет лежать точка *B* относительно *D*, а значит, тем сильнее упадет амплитуда давления и массовой скорости в головной волне. Дальнейшая картина изменения амплитуды головной волны видна на фиг. 2. На этом свойстве основаны различные слоистые виброзащиты, противометеоритные защиты [20].

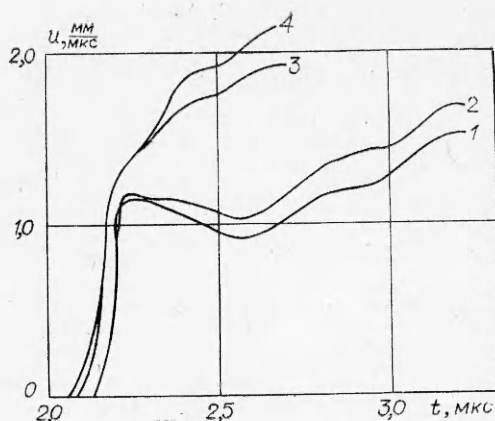
Ко второму фактору следует отнести взаимодействие головной волны с волной разгрузки, возникающей в результате истечения продуктов детонации в вакуум, что приводит к постоянному затуханию головной волны, и с отраженными волнами нагрузки, догоняющими головную волну.

Оценка влияния обоих факторов на характер изменения амплитуды головной волны проводилась на примере СМ фторопласт-4 — парафин (Ф — П) и алюминий — медь (Al — Cu). Отношение акустических импедансов в первом случае составляет 1,46, во втором — 2,38. Толщина заряда в расчетах составляла 16,8 мм, что учитывало влияние плосковолновой линзы. Параметры материалов и численные значения констант моделей приведены в таблице. Данные получены на основе работ [21, 22]. Результаты расчетов, проведенных с уравнением состояния в форме (1.3), (1.4), практически совпадают.

Необходимо отметить, что повторные ударно-волновые нагружения в слоистых материалах, строго говоря, должны описываться ударными адиабатами многократного сжатия. В наших расчетах ударная адиабата многократного сжатия считалась совпадающей с адиабатой однократного сжатия, что, по-видимому, оправдано для нахождения механических параметров ударных волн интенсивностью в десятки гигапаскалей из-за малого вклада теплового давления по сравнению с давлением холодного сжатия. Косвенным подтверждением правильности такого подхода может являться хорошее совпадение численных расчетов с экспериментом, наблюдавшееся даже в таких сильно сжимаемых материалах, как парафин и фторопласт.

Для выяснения влияния различных факторов на характер изменения амплитуды головной волны экспериментальные исследования и численные расчеты проводились на композитах одинаковой общей длины, но с различной величиной ячейки, тем самым варьировалось количество контактных границ в СМ.

На фиг. 3 изображены экспериментальная и расчетные зависимости массовой скорости от времени в материале Ф — П. Общая длина СМ составляла 50 мм. Первой к заряду располагалась пластина фторопласта. В численных расчетах величина ячейки δ составляла 5 и 2,5 мм. Отношение толщин слоев $h_1/h_2 = 3/7$. Зависимости снимались на границе между 2 и 3 ячейками в СМ с $\delta = 5$ мм и между 4 и 5 ячейками в СМ с $\delta = 2,5$ мм, что соответствовало $L = 10$ мм от границы контакта с ПД. Сравнение зависимостей,



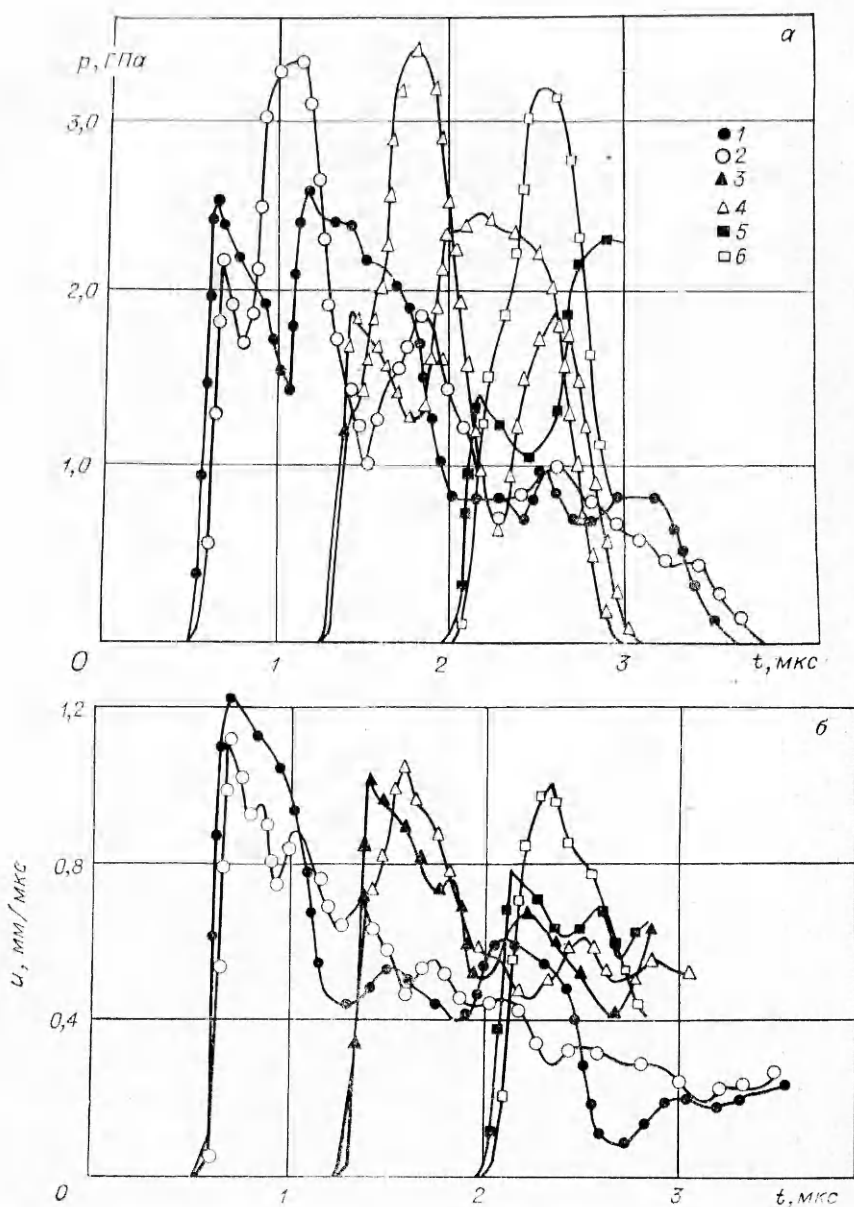
Ф и г. 4

полученных численно и экспериментально (соответственно кривые 2, 1, фиг. 3) при $\delta = 5$ мм, показывает их хорошее количественное и качественное совпадение в деталях сложных волновых процессов. Некоторое отклонение расчетной зависимости от экспериментальной при временах, больших 4,5 мкс, связано, видимо, с влиянием боковой разгрузки, т. е. физический процесс становится в этом случае существенно неоднородным. На фиг. 3 видно, что амплитуды массовой скорости головной волны в СМ с $\delta = 5$ и 2,5 мм (кривая 3 на фиг. 3) в пределах точности расчетов совпадают, хотя во втором случае головная волна встретила на своем пути вдвое больше контактных поверхностей. Такой же результат получен в экспериментах при снятии зависимостей массовой скорости от времени на глубине $L = 25$ мм в СМ с $\delta = 2,5$ и 5 мм и в численных расчетах на глубине $L = 25$ мм с $\delta = 2,5$; 5 и 25 мм, а также на глубине $L = 40$ мм в СМ с $\delta = 2,5$ и 5 мм. Это явление противоречит существующему подходу к рассмотрению ударно-волновых процессов в слоистых материалах, основанному только на взаимодействии головной волны с поверхностями разделов, который дает сильное затухание амплитуды головной волны с увеличением числа переходов границ разделов.

Аналогичный результат получен численно в задаче о нагружении материала Ф — П с ячейкой $\delta = 25$ и 2,5 мм плоским ударником, создающим волну с параметрами, близкими к нагружению ПД. Толщина ударника выбиралась достаточной для исключения влияния волны разрежения с его свободной поверхности на движение контактной границы l_1 , а значит, и волновую картину в СМ. Таким образом, независимость амплитуды головной волны от числа переходов границ разделов на данной глубине связана не с влиянием волны разрежения, а с нелинейными эффектами догонов.

Аналогичные исследования проведены на СМ Al — Cu с величиной ячейки $\delta = 4$ и 2 мм. Каждая ячейка содержала пластину алюминия и пластину меди одинаковой толщины. Первым к заряду располагался слой алюминия. Общая длина СМ составляла в экспериментах 12 мм, в численных расчетах 12 и 16 мм.

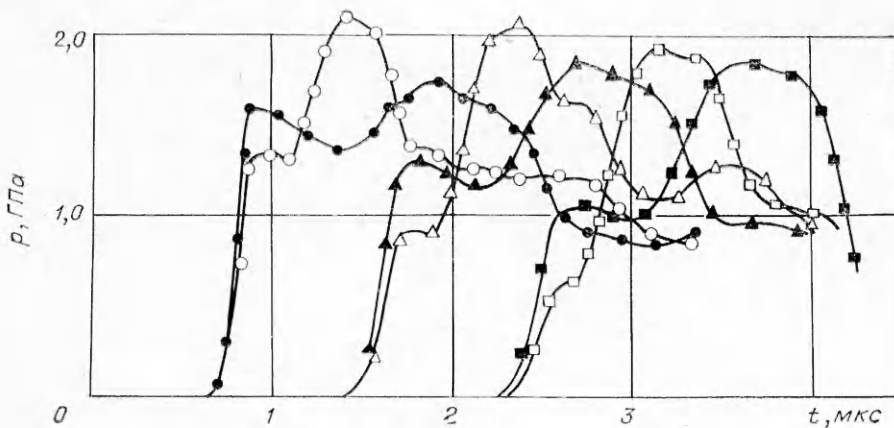
На фиг. 4 приведены профили скорости свободной поверхности в СМ Al — Cu от времени, где кривая 1 — расчет, 2 — эксперимент при $\delta = 4$ мм, 3 — расчет, 4 — эксперимент при $\delta = 2$ мм. Расчетные и экспериментальные зависимости достаточно близки друг к другу, и имеет место количественное и качественное совпадение по волновым картинам явлений. Профиль скорости свободной поверхности как при $\delta = 4$ мм, так и при $\delta = 2$ мм имеет трехволновую конфигурацию. Амплитуда второй и третьей волны в расчетах несколько ниже, чем в экспериментах. Это объясняется, видимо, возможностью отскока в экспериментах пластин друг от друга и их последующего схлопывания. Является неожиданным, что амплитуда головной волны в СМ с более мелкой ячейкой выше, чем в СМ



Ф и г. 5

с крупной ячейкой. Анализ же $p - u$ -диаграмм без учета влияния на головную волну догоняющих волн нагрузки показывает, что амплитуда массовой скорости головной волны в СМ Al — Cu с $\delta = 2$ мм должна быть почти в 2 раза меньше, чем в СМ с $\delta = 4$ мм. Особенно интересно, что данное явление получено при нагружении треугольным импульсом давления. Этот результат говорит об определяющей роли эффектов догонов, связанных с нелинейностью поведения материалов, в формировании головной волны.

На фиг. 5, а, б изображены расчетные зависимости давления и массовой скорости от времени на различных глубинах в СМ Al — Cu (кривая 1 — $L = 4$ мм, $\delta = 4$ мм; 2 — $L = 4$ мм, $\delta = 2$ мм; 3 — $L = 8$ мм, $\delta = 4$ мм; 4 — $L = 8$ мм, $\delta = 2$ мм; 5 — $L = 12$ мм, $\delta = 4$ мм; 6 — $L = 12$ мм, $\delta = 2$ мм). На этих графиках четко видна динамика волнообразования и влияние различных факторов на характер изменения амплитуды головной волны. Так, на глубинах $L = 4$ и 8 мм, где еще не сказывается влияние эффектов догонов, видим значительное уменьшение ампли-

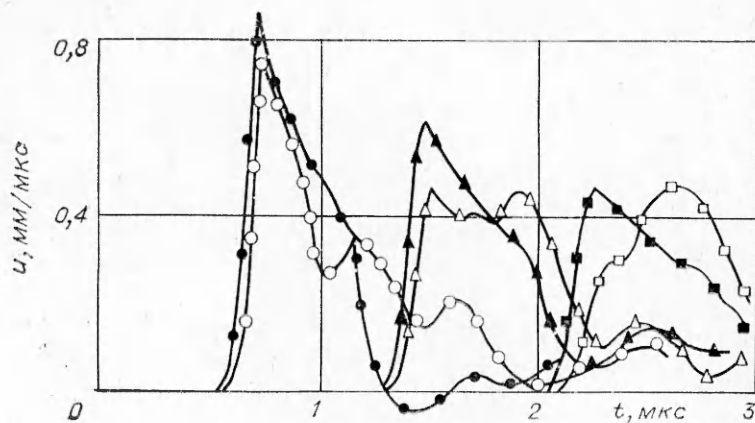


Ф и г. 6

туды головной волны с увеличением числа переходов границ разделов. В этой области расстояний, проходимых ударной волной данной амплитуды и длительности, можно определить давление и скорость за ее фронтом на основе простого расчета по $p-u$ -диаграмме, если эффекты затухания за счет волны разрежения незначительны. Поэтому при небольшом числе слоев возможен расчет эффектов кумуляции в неоднородных слоистых материалах, основанный на рассмотрении $p-u$ -диаграмм [5]. В то же время распространение этого анализа на большое число слоев вызывает сомнение. Действительно, уже на глубине 8 мм в СМ с $\delta = 2$ мм четко видно, что вслед за головной волной движется вторая волна нагрузки, которая догоняет первую и существенно увеличивает массовую скорость и давление за ней. На глубине 12 мм амплитуда головной волны в СМ с $\delta = 2$ мм уже значительно больше, чем в СМ с $\delta = 4$ мм. Кроме того, сравнение максимальных значений давлений показывает, что в СМ А1 — Сu с $\delta = 2$ мм оно на 40% выше, чем в СМ с $\delta = 4$ мм.

Представляет интерес изучить влияние амплитуды волны на характер ее затухания, так как для слабых ударных волн роль эффектов догонов на тех же расстояниях должна в значительной степени снизиться из-за уменьшения нелинейности поведения материалов. На фиг. 6 приведены зависимости давления от времени в СМ А1 — Сu при нагружении его более слабым треугольным импульсом (обозначения те же, что и на фиг. 5). При этом можно отметить, во-первых, сильное затухание амплитуды головной волны с увеличением числа переходов границ разделов, во-вторых, отсутствие anomalно высоких значений давлений в СМ с более мелкой ячейкой.

Таким образом, для сильных волн конечной длительности с пространственным масштабом 6—7 ячеек более существенно проявляются нелинейные эффекты догонов, приводящие к качественным особенностям, отличным от линейного рассмотрения. Можно ожидать, что по мере уменьшения длительности волны нагружения даже при ее большой амплитуде рассмотренные эффекты будут проявляться слабее. В частности, если пространственный размер импульса сжатия меньше размера одной пластины в СМ, то эффекты догонов могут вообще не проявляться и затухание даже сильной ударной волны может быть оценено на основе рассмотрения взаимодействия только головной волны с контактными поверхностями и влияния на нее волны разрежения. Нами проведены расчеты для ударной волны, создаваемой в СМ А1 — Сu детонацией слоя того же заряда, но имеющего толщину 4,2 мм (фиг. 7, обозначения см. к фиг. 5). Из сравнения результатов, приведенных на фиг. 5 и 7, видно, что указанный эффект действительно имеет место. В частности, при $L = 12$ мм на фиг. 7 четко выделена головная волна как в СМ с $\delta = 2$ мм, так и в СМ с $\delta = 4$ мм, причем амплитуда ее в СМ с более мелкой ячейкой значительно ниже, чем в СМ с крупной ячейкой.



Ф и г. 7

Численные расчеты в CM Al — Si проводились также с использованием упругопластической модели. Качественные результаты, изложенные выше, при расчетах по гидродинамической и упругопластической моделям совпадают.

Поступила 16 VI 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Заббахин Е. П. Явления неограниченной кумуляции. — В кн.: Механика в СССР за 50 лет. Т. 2. М.: Наука, 1970.
2. Козырев А. С., Костылева В. Е., Рязанов В. Т. Кумуляция ударных волн в слоистых средах. — ЖЭТФ, 1969, т. 56, вып. 2.
3. Огарков В. А., Пурыгин П. П., Самысов С. В. Простая модель сложных систем для получения больших скоростей тел. — В кн.: Детонация. Черноголовка: изд. Ин-та хим. физики, 1978.
4. Fowles G. R. a. o. Acceleration of flat plates by multiple staging. — In: High-Pressure Science and Technology: Sixth AIRAPT Conference. Vol. 2, 1979.
5. Лаптев В. П., Тришин Ю. А. Увеличение начальной скорости и давления при ударе по неоднородной преграде. — ПМТФ, 1974, № 6.
6. Качан М. С., Киселев Ю. В., Тришин Ю. А. Взаимодействие ударных волн с контактной границей соударяющихся тел. — ФГВ, 1975, № 5.
7. Балчан и Коуэн. Метод разгона плоских пластин до большой скорости. — Приборы для научных исследований, 1964, № 8.
8. Крошко Е. А., Чубарова Э. В. Численное моделирование высокоскоростного удара по многослойным пластинам. — В кн.: Материалы VI Всесоюз. конф. по числ. методам решения задач теории упругости и пластичности. Ч. 1. Новосибирск: изд. ИТПМ СО АН СССР, 1980.
9. Сапожников Г. А., Фомин В. М. К численному моделированию явления неограниченной кумуляции в слоистых средах. Там же.
10. Нестеренко В. Ф. Ударное сжатие многокомпонентных материалов. — В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 29. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1977.
11. Lundergan C. D., Drumheller D. S. Dispersion of shock waves in composite materials. — In: Shock Waves and the Mechanical Properties of Solids. N. Y.: Syracuse University Press, 1971.
12. Peck I. C. Pulse attenuation in composites. — In: Shock Waves and the Mechanical Properties of Solids. N. Y.: Syracuse University Press, 1971.
13. Hofman R., Andrews D. I., Maxwell D. E. Computed shock response of porous aluminum. — J. Appl. Phys., 1968, vol. 39, N 10.
14. Нигматуллин Р. И., Вайнштейн П. Б. и др. Численное моделирование физико-химических процессов и распространение ударных волн в твердых телах и композиционных материалах. — ЧММСС, 1976, т. 7, № 2.
15. Дерibas А. А., Нестеренко В. Ф. и др. Исследование процесса затухания ударных волн в металлах при нагружении контактным взрывом. — ФГВ, 1979, № 2.
16. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П. и др. Физика взрыва. М.: Наука, 1975.
17. Уилкине М. Л. Расчет упруго-пластических течений. — В кн.: Вычислительные методы в газодинамике. М.: Мир, 1967.
18. Самарский А. А., Арсенин В. Я. О численном решении уравнений газодинамики с различными типами вязкости. — ЖВММФ, 1961, т. 1, вып. 2.

19. Дремин А. Н., Шведов К. К. Определение давления Чепмена — Жуге и времени реакции в детонационной волне мощных ВВ.— ПМТФ, 1964, № 2.
20. Рини Т. Численное моделирование явлений при высокоскоростном ударе.— В кн.: Высокоскоростные ударные явления. М.: Мир, 1973.
21. Павловский М. Н. Измерения скорости звука в ударно-сжатых кварците, ангидриде, хлористом натрии, парафине, плексигласе, полиэтилене и фторопласте-4.— ПМТФ, 1976, № 5.
22. Чельшев В. П., Шехтер В. И., Шушко Л. А. Уравнения состояния для металлов при высоких давлениях.— ФГВ, 1970, т. 6, № 2.

УДК 534 + 539.2

К ВОПРОСУ ОБ ОТКЛИКЕ АНГАРМОНИЧЕСКОГО КРИСТАЛЛА НА СОСРЕДОТОЧЕННЫЙ НАЧАЛЬНЫЙ ТОЛЧОК

А. С. Долгов

(Харьков)

Интерес к задаче об отыскании временных зависимостей для смещений атомов кристалла после начального толчка определяется потребностями анализа взаимодействия потоков атомных частиц с твердыми поверхностями, разрушения бомбардируемых поверхностей, развития процесса нестационарной деформации после сосредоточенного воздействия ударного типа. Имеется ряд публикаций, содержанием которых является определение отклика кристалла на внешний толчок или обсуждение физических эффектов, связанных с особенностями функций отклика (например, [1—4]). В подавляющем числе теоретических работ этого направления используется гармоническое приближение. Роль слабого ангармонизма рассматривалась в [5].

Однако преобладающая часть физических процессов, выяснению закономерностей которых должно служить решение задач указанного типа, все же предполагает такой уровень первоначального возбуждения, что допущение о малости и тем более несущественности эффектов ангармонизма не является удовлетворительным. Поэтому последовательный учет нелинейности взаимодействия между атомами представляет принципиальный интерес. Выполненные численные расчеты при всей их полезности имеют частный характер и не могут полностью заменить аналитическое рассмотрение, ориентированное на выяснение общих свойств процесса. Ниже приводится некоторый класс решений задачи о развитии процесса смещений в сугубо нелинейной структуре.

Для анализа выбрана структура со степенной формой зависимости потенциальной энергии от относительных смещений, которая в некоторых указанных ниже условиях допускает определение основных точных свойств развития процесса. Уравнения динамики одномерной атомной цепи со взаимодействием ближайших соседей записываются в виде

$$(1) \quad d^2x_n/dt^2 = \alpha \{ (x_{n-1} - x_n)^{2p+1} - (x_n - x_{n+1})^{2p+1} \},$$

где x_n — смещение атома, которому приписан индекс n , относительно его положения равновесия; p — целое число, не равное нулю (при некоторых оговорках проводимые ниже построения могут быть распространены на случай произвольных неотрицательных значений p). Уравнения (1) не содержат линейной составляющей. Такая особенность силового взаимодействия реализуется, например, для поперечной составляющей колебаний прямолинейной атомной цепи, где наименьший порядок зависимости сил от смещений соответствует третьей степени. Кроме того, и в иных структурах роль линейной составляющей для колебаний с большим размахом может оказаться второстепенной. Разумеется, учет линейных по смещениям составляющих расширил бы область реальных объектов, которым качественно соответствуют уравнения (1), но для такого случая законченных прозрачных формул записать не удастся. Решения же в форме длинноволновых солитонов, которые могли бы быть найдены, представляют иной физический интерес, отличный от указанных выше целей данной работы. Поэтому в качестве отправной точки приняты уравнения (1).

Континуальная аппроксимация для уравнений (1) дает

$$(2) \quad \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = \alpha \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\partial x}{\partial n} \right)^{2p+1}.$$