

ПОПЕРЕЧНАЯ ДИФФУЗИЯ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ
В ЗЕРНИСТОМ СЛОЕ

С. И. Кучанов, В. Г. Левич, Л. М. Письмен

(Москва)

Исследуется процесс нестационарной поперечной диффузии пассивной примеси в зернистом слое, описываемом ячейистой моделью. Общие результаты, полученные авторами в работе [1], применены к анализу конкретных процессов переноса вещества и тепла в зернистом слое. Рассматриваются следующие четыре модели ячеек: 1) ячейки идеального смешения без застойных зон; 2) ячейки идеального смешения с застойными зонами идеального смешения; 3) ячейки идеального смешения с диффузионными застойными зонами; 4) ячейки идеального смешения с диффузионными застойными зонами при конечной скорости обмена между свободным объемом и застойной зоной. Найдены условия применимости каждой из указанных моделей. Для всех моделей определяется время установления нормального распределения в процессе поперечной диффузии. Эта величина связывается далее с физическими характеристиками процессов переноса вещества в слое непористых и пористых частиц, переноса тепла в зернистом слое и переноса вещества в слое частиц, адсорбирующих примесь.

§ 1. Общие результаты. В работе [1] исследовался процесс поперечной диффузии пассивной примеси в зернистом слое. Согласно принятой там модели, слой рассматривается как совокупность ячеек, соединенных каналами. Жидкость или газ, проходя сквозь слой, перетекает из ячеек каждого горизонтального уровня в ячейки следующего уровня вниз по течению, каждый раз случайным образом смещаясь в поперечном направлении на некоторое расстояние, определяемое структурой упаковки слоя. Каждая ячейка характеризуется некоторой дифференциальной функцией распределения времени пребывания в ячейке $f(t)$, в дальнейшем называемой микрораспределением. Вид микрораспределения, определяющийся физическими процессами внутри ячейки, в работе [1] не конкретизировался. Было найдено, что лапласовский образ вероятности смещения частицы примеси на m ячеек в направлении, нормальном к направлению движения потока, имеет вид

$$F_m(p) = \frac{g^{-1} - 1}{p\sqrt{g^2 - 1}} (g^{-1} - \sqrt{g^2 - 1})^m \quad \left(g(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \right) \quad (1.1)$$

Здесь $g(p)$ — характеристическая функция микрораспределения. Функция $F_m(t)$ далее называется макрораспределением. Основными характеристиками макрораспределения являются дисперсия $\mu_2(t)$ и коэффициент эксцесса $Ex(t)$, характеризующий отклонение распределения от нормального закона. В работе [1] были найдены следующие асимптотические формулы для этих двух величин:

$$\mu_2(t) = \frac{t}{\alpha_1} + \frac{\alpha_2}{2\alpha_1^2} \quad \left(t \gg t_1 = \frac{-1}{\text{Re } p_1} \right) \quad (1.2)$$

$$Ex(t) = \frac{\mu_4(t)}{\mu_2^2(t)} - 3 = \left(\frac{t}{\alpha_1} + \frac{\alpha_2}{2\alpha_1^2} \right)^{-2} \left[\frac{t}{\alpha_1} \left(1 + \frac{3\alpha_2}{\alpha_1^2} \right) + \frac{\alpha_2}{\alpha_1^2} + \frac{15}{4} \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^4} - \frac{2\alpha_3}{\alpha_1^3} \right]$$

Здесь α_j — коэффициенты разложения в ряд Тейлора функции

$$\Delta(p) = g^{-1} - 1 = \sum_{j=1}^{\infty} \alpha_j (-1)^{j+1} \frac{p^j}{j!} \quad (1.3)$$

Формулы (1.2) справедливы на временах $t \gg t_1$, причем p_1 ($\text{Re } p_1 < 0$) — ближайший к мнимой оси нуль функции $\Delta(p)$. Из асимптотических формул следует, что при $t \rightarrow \infty$ устанавливается нормальное распределение с дисперсией t/s , где s — среднее время пребывания в ячейке, не зависящее от формы микрораспределения. Однако о скорости установления нормального распределения нельзя ничего сказать, не уточняя вида функции $f(t)$ или $\Delta(p)$. Ниже рассмотрен ряд конкретных моделей, приводящих к функциям микрораспределения определенного вида, и установлена тем самым связь между параметрами, входящими в общие формулы (1.2), и физическими характеристиками зернистого слоя и протекающего сквозь него потока.

2. Исследование моделей. 2.1°. *Ячейки идеального смешения (модель 1).* Простейшей является модель ячеек идеального смешения [2]. Для этой модели характеристическая функция микрораспределения и функция макрораспределения определяются формулами

$$g(p) = (1 + ps)^{-1}, \quad F_m(t) = I_m(t/s)e^{-t/s} \quad (2.1)$$

Здесь I_m — модифицированная функция Бесселя первого рода индекса m . Формулы для моментов макрораспределения и коэффициента эксцесса можно получить как непосредственно из (2.1), так и из выражений (1.2). Последние в рассматриваемом случае являются не асимптотическими, а точными формулами, поскольку характеристическая функция (2.1) не равна единице нигде, кроме точки $p = 0$. Находим

$$\mu_2(t) = t/s, \quad \mu_4(t) = t/s + 3t^2/s^2, \quad \text{Ex}(t) = s/t \quad (2.2)$$

Из (2.2) видно, что нормальное распределение устанавливается на временах $t \gg s$. Заметим, что за время t фронт потока успевает пройти $n = t/s$ ячеек по длине слоя. В рассматриваемом случае нормальное распределение в процессе поперечной диффузии устанавливается по прохождении $n \gg 1$ ячеек. Такая скорость приближения к нормальному закону является максимально возможной, так как на временах $t \sim s$ и длинах порядка размера ячейки вообще бессмысленно говорить о законе макрораспределения.

2.2°. *Ячейки идеального смешения с застойными зонами идеального смешения (модель 2).* Рассмотрим ячейку, состоящую из двух областей — свободного объема и застойной зоны. Поток газа или жидкости проходит только через свободный объем ячейки. При не слишком малых числах Рейнольдса ($R = ul/\nu \gg 50$, где u — линейная скорость потока, l — характерный размер ячейки или диаметр зерна, и ν — кинематическая вязкость) свободный объем ячейки можно считать идеально перемешанным. Концентрация примеси (метки) c_1 постоянна во всем свободном объеме, а ее изменение во времени определяется уравнением

$$dc_1/dt = c_1/t_0 - I\sigma \quad (2.3)$$

Здесь t_0 — среднее время пребывания в свободном объеме, равное отношению последнего к объемной скорости потока, I — поток из свободного объема в застойную зону через их границу, площадь которой, отнесенная к единице свободного объема, равна σ . В модели, рассматриваемой в данном пункте, предполагается, что концентрация метки в застойной зоне c_2 не зависит от пространственных координат, являясь лишь функцией времени.

Эта модель застойных зон была предложена ранее в связи с рассмотрением процесса продольной диффузии [3].

Уравнения и начальные условия для концентраций c_1 , c_2 имеют вид

$$\frac{dc_1}{dt} = -\frac{c_1}{t_0} - \alpha q (c_1 - c_2), \quad \frac{dc_2}{dt} = q (c_1 - c_2), \quad c_1(0) = \frac{1}{V_1}, \quad c_2(0) = 0 \quad (2.4)$$

Здесь q — константа скорости обмена между застойной зоной и свободным объемом, отнесенная к объему застойной зоны V_2 , α — отношение объема застойной зоны V_2 к свободному объему ячейки V_1 . Решая систему уравнения (2.4), можно найти функцию распределения времени пребывания частицы в ячейке $f(t)$, которая совпадает с функцией $c_1(t)$ с точностью до нормировочного множителя V_1/t_0 . Вычисляя характеристическую функцию микрораспределения для данной модели, определим $\Delta(p)$

$$\Delta(p) = pt_0(p+q)^{-1} [p+q(1+\alpha)] \quad (2.5)$$

$$\Delta(p) = 0 \quad \text{при } p_0 = 0 \text{ и } p_1 = q(1+\alpha)$$

Используя (2.5), находим

$$\alpha_1 = s = t_0(1+\alpha), \quad \alpha_2 = \frac{2\alpha}{1+\alpha} \frac{s}{q}, \quad \alpha_3 = \frac{6\alpha}{1+\alpha} \frac{s}{q^2} \quad (2.6)$$

Зная величины α_1 , α_2 , α_3 , по формулам (1.2) можно найти асимптотические выражения для дисперсии и коэффициента эксцесса макрораспределения в данной модели зернистого слоя, справедливое на временах $t \gg t_1$

$$\mu_2(t) = \frac{t}{s} + \frac{\alpha}{(1+\alpha)qs} \quad \left(t \gg t_1 = \frac{1}{q(1+\alpha)} \right) \quad (2.7)$$

$$Ex(t) = \left(\frac{t}{s} + \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{qs} \right)^2 \left[\frac{t}{s} \left(1 + \frac{6\alpha}{1+\alpha} \frac{1}{qs} \right) + \frac{2\alpha}{(1+\alpha)qs} + \frac{15\alpha^2}{(1+\alpha)^2(qs)^2} - \frac{12\alpha}{(1+\alpha)(qs)^2} \right]$$

Исследование выражений (2.7) показывает, что коэффициент эксцесса Ex , характеризующий отклонение распределения от нормального закона, станет малым по сравнению с единицей по истечении времени $t \gg t_s = \max[s, q^{-1}]$. Нетрудно заметить, что при выполнении условия $Ex(t) \ll \ll 1$ в формуле для $\mu_2(t)$ нужно оставить только первый член. Для того чтобы уяснить смысл полученных выше результатов, выпишем точную формулу для дисперсии макрораспределения данной модели и проследим ее изменение во времени

$$[\mu_2(t)] = \frac{t^2}{s} + \frac{\alpha}{(1+\alpha)qs} [1 - e^{-\alpha(1+\alpha)t}] \quad (2.8)$$

Вначале при $t \ll [q(1+\alpha)]^{-1}$ дисперсия растет со временем как t/t_0 . Физически этому периоду соответствует время, когда примесь еще не успела проникнуть в застойную зону. Затем рост дисперсии замедляется; при $t \gg [q(1+\alpha)]^{-1}$ экспонента в (2.8) пропадает и начинает выполняться асимптотическая формула (2.7). Характер дальнейшего изменения дисперсии во времени существенно зависит от величины параметра α . Если $\alpha \leq 1$, то $\mu_2(t) = t/s \sim t/t_0$, т. е. закон изменения дисперсии практически такой же, как и на малых временах. Иная картина наблюдается при $\alpha \gg 1$. В этом случае в течение промежутка времени $[q(1+\alpha)]^{-1} \ll t \ll q^{-1}$ дисперсия остается постоянной и равной $(qs)^{-1}$, после чего при $t \gg q^{-1}$ начинается очень медленное, по сравнению с первоначальным,

чальным, возрастание дисперсии по закону t/s . Изложенные выше результаты иллюстрируются графически фигурой, на которой приведена дисперсия макрораспределения в зависимости от времени.

При $\alpha \gg 1$ в течение периода $t_s \gg t \gg t_1$, соответствующего постоянной дисперсии, примесь, попав в застойные зоны очень большой емкости, практически не перемещается в поперечном направлении. По прошествии времени t_s между ячейками и застойными зонами устанавливается динамическое равновесие и они вместе работают как единая ячейка очень большой емкости.

2.3°. Ячейки идеального смешения с диффузионными застойными зонами (модель 3). Рассмотрим теперь застойные зоны, в которых скорость переноса примеси уже нельзя считать бесконечной. В этом случае концентрация метки внутри застойной зоны будет зависеть не только от времени, но и от пространственных координат и удовлетворять уравнению молекулярной диффузии. Застойную зону будем считать плоской с толщиной δ , и направим ось x так, что $x = 0$ на границе застойной зоны со свободным объемом и $x = \delta$ на «запечатанной» границе. Тогда уравнение для c_2 и граничные и начальные условия к нему принимают вид

$$D \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} = \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad D \frac{\partial c_2}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = 0, \quad \begin{aligned} c_2(0, t) &= c_1(0, t) \\ c_2(x, 0) &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Решая уравнение (2.9) совместно с (2.3), найдем $g(p)$ и $\Delta(p)$, соответствующие данной модели

$$\Delta(p) = pt_0 + \varepsilon st_0 \sqrt{Dp} \operatorname{th} \sqrt{\frac{p}{D}} \delta = pt_0 \left(1 + \alpha \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\lambda} \right) \quad (2.10)$$

$$\left(\alpha = \varepsilon s \delta, \quad \lambda = \delta \sqrt{\frac{p}{D}} \right)$$

Здесь ε — отношение удельных емкостей застойной зоны и свободного объема. Характерное время t_1 , по истечении которого можно пользоваться асимптотическими формулами (1.2), определяется из решения трансцендентного уравнения

$$\alpha \operatorname{tg} \lambda + \lambda = 0, \quad t_1 = \frac{1}{\lambda_1^2} \frac{\delta^2}{D} = \frac{t_d}{\lambda_1^2} \quad (1/2\pi < \lambda_1 < \pi) \quad (2.11)$$

Для $\Delta(p)$, определяемой по формуле (2.10), находим

$$\alpha_1 = s = t_0(1 + \alpha), \quad \alpha_2 = \frac{2}{3} \frac{\alpha}{1 + \alpha} st_d, \quad \alpha_3 = \frac{4}{5} \frac{\alpha}{1 + \alpha} st_d^2 \quad (2.12)$$

Из вида формул (2.12), следует, что с точностью до численных коэффициентов они формально совпадают с формулами (2.6), если считать t_d равным q^{-1} . Вследствие этого можно сразу заключить, что $t_s = \max [s, t_d]$, а также, что при выполнении условия $t \gg t_s$ дисперсия равна t/s . Следует подчеркнуть, что, несмотря на формальное совпадение формул (2.6) и (2.12), модели, приводящие к этим формулам, существенно различны. Это различие особенно сильно проявляется при $\alpha \gg 1$. В последнем случае модель 3 не может приводить к такой зависимости от времени, при которой существует промежуток времени с постоянной дисперсией.

2.4. Ячейки идеального смешения с диффузионными застойными зонами при конечной скорости обмена между свободным объемом и застойной зоной (модель 4). При конечной скорости обмена между свободным объемом ячейки и застойной зоной нужно изменить граничное условие на следующее

$$\frac{I}{\varepsilon} = D \frac{\partial c_2}{\partial x} = k(c_2 - c_1) \quad \text{при } x = 0 \quad (2.13)$$

Здесь k — коэффициент обмена. С учетом (2.13) находим

$$\Delta(p) = pt_0 + \alpha B \frac{t_0}{t_d} \left(B \frac{\operatorname{cth} \sqrt{pt_d}}{\sqrt{pt_d}} + 1 \right)^{-1} \quad \left(B = \frac{k\delta}{D} \right) \quad (2.14)$$

(B — число Био)

Нетрудно убедиться, что (2.14) содержит в себе, как предельные случаи, формулы (2.5) и (2.10). Для того чтобы получить (2.10), нужно перейти в (2.14) к пределу $k \rightarrow \infty$. Формула (2.5), соответствующая застойным зонам идеального перемешивания, получается из общей формулы в пределе при $D \rightarrow \infty$, причем в этом случае параметр q модели 2 оказывается равным k/δ .

Нули функции $\Delta(p)$ находятся из решения трансцендентного уравнения

$$\lambda^2 - B\lambda \operatorname{ctg} \lambda - \alpha B = 0 \quad (2.15)$$

служащего обобщением уравнения (2.11) модели 3. Характерное время t_1 связано с наименьшим по абсолютной величине корнем λ_1 уравнения (2.15) соотношением $t_1 = t_d / \lambda_1^2$, аналогичным тому, которое получено для модели 3. Однако, в отличие от последнего, λ_1 теперь зависит от значения параметра B и вывода о том, что $\lambda_1 \sim 1$ при всех значениях B , сделать в данном случае нельзя.

Исследование уравнения (2.15) показывает, что корень λ_1 может быть малым по сравнению с единицей только при одновременном выполнении условий

$$B \ll 1, \quad \alpha B \ll 1 \quad (2.16)$$

Если условия (2.16) выполнены, то время t_1 (много большее t_d) определяется тем же выражением, которое было получено для модели 2. Таким образом, выполнение неравенств (2.16) является необходимым условием применимости модели застойных зон идеального смешения. В случае, если хотя бы одно из неравенств (2.16) не выполняется, корень λ_1 будет порядка единицы, а время $t_1 \sim t_d$. Используя формулу (2.14), найдем

$$\alpha_1 = s = t_0(1 + \alpha), \quad \alpha_2 = \frac{\alpha}{1 + \alpha} st_d \frac{2(B+3)}{3B}, \quad \alpha_3 = \frac{6\alpha}{1 + \alpha} st_d^2 \left[\frac{1}{45} + \left(\frac{B+3}{3B} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

Нетрудно убедиться, что при $B \gg 1$ выражения (2.17) переходят в (2.12), а при $B \ll 1$ — в (2.6). Отсюда, в частности, следует, что условия (2.16) являются не только необходимыми для возможности использования модели застойных зон идеального смешения, но также и достаточными. Для модели 3 условием применимости служит неравенство $B \gg 1$. Если же $B \sim 1$, то необходимо пользоваться общими формулами (2.17). Как нетрудно заметить, $B = qt_d$, и поэтому в общем случае произвольных B время установления нормального распределения определяется наибольшей из величин s , t_d , q^{-1} .

3. Физическая интерпретация результатов. Приведенная схема является весьма общей и применима к анализу процессов переноса как вещества, так и тепла. Далее будет рассмотрен ряд конкретных процессов.

1.3°. Перенос вещества в слое непористых частиц. Здесь застойными зонами являются области близ поверхности твердых частиц, в которых турбулентные пульсации затухают и перенос вещества осуществляется только путем молекулярной диффузии. Такой застойной зоной является плоский (с толщиной δ , много меньшей диаметра зерна l) диффузионный

пограничный слой у твердой поверхности [4]. Для диффузионного слоя величина σ совпадает с удельной поверхностью твердых частиц и по порядку величины равна l^{-1} . Величина $\varepsilon = 1$, так что $\alpha \sim \delta / l \ll 1$. Соппротивление на границе свободного объема и застойной зоны отсутствует; поэтому $k = \infty$ и $B = \infty$. Отсюда непосредственно следует, что данный процесс описывается моделью 3. Согласно результатам п. 2.3°, время установления нормального распределения определяется наибольшей из величин s и t_d . Сравним эти величины

$$t_d/s = \delta^2/Dt_0 \sim RP/N^2 \sim R^{-0.2}P^{1/3} \quad (3.1)$$

где $N = \delta / l$ — диффузионное число Нуссельта и $P = \nu / D$ — диффузионное число Прандтля. В последней оценке использована эмпирическая зависимость $N(R, P)$ для зернистого слоя [5]; будем пользоваться этой зависимостью и при последующих оценках. Из (3.1) следует, что отношение $t_d/s \sim 1$ — для газовых потоков и $t_d/s \sim 10$ — для жидкостей; зависимость от числа Рейнольдса практически не проявляется. Очевидно, отношение t_d/s определяет число ячеек n_s , которое проходит фронт потока до установления нормального распределения в процессе поперечной диффузии. Нетрудно заметить, что в газах нормальное распределение устанавливается так же быстро, как и в отсутствие застойных зон (модель 1), а в жидкостях — несколько медленней.

Другой застойной зоной в слое непористых частиц является область близ точки соприкосновения зерен [6]; эта область — существенно неплоской формы. В слое сферических зерен ее граница со свободным объемом ячейки представляет собой боковую поверхность цилиндра высотой δ_0 , равной толщине вязкого подслоя, и радиусом $\sqrt{\delta_0 l}$, так что $\sigma \sim \delta_0^{5/2} l^{-5/2}$. Число застойных зон такого рода, приходящихся на одну ячейку, определяется структурой упаковки слоя. Диффузия в глубь такой застойной зоны сильно затруднена, и как было показано в работе [6], посвященной продольному перемешиванию в зернистом слое, их влияние на размывание метки нейтральной примеси намного сильнее, чем у застойных зон вблизи поверхности частиц. Характеристическая функция для ячеек с застойными зонами близ точек соприкосновения зерна была получена в работе [6]

$$g(p) = \left\{ 1 + pt_0 + \varepsilon \delta t_0 \sqrt{Dp} \left[\frac{I_0(\sqrt{pt_d})}{I_1(\sqrt{pt_d})} - \frac{2}{\sqrt{pt_d}} \right] \right\}^{-1} \quad (3.2)$$

Нетрудно показать, что с точностью до численных коэффициентов результаты для этой модели могут быть получены при помощи функции (2.14), соответствующей модели 3, если положить

$$\delta = \sqrt{\delta_0 l}, \quad \alpha = (\delta_0 / l)^2$$

При этом

$$n_s = t_d/s \sim l\delta_0/Dt_0 \sim RP^{4/3}/N \sim R^{0.4}P \quad (3.3)$$

Здесь различие между жидкостью и газом проявляется гораздо сильнее, чем в (3.1). Из (3.3) следует, что если в газах застойные зоны близ точек контакта не играют заметной роли, то для жидких потоков приближение к нормальному распределению сильно замедляется и оно устанавливается только по прохождении фронтом потока большого числа ячеек $n \gg n_s \gg 1$. В этом случае, если число ячеек по длине слоя не слишком велико ($n \leq n_s$), нормальное распределение может вовсе не успеть установиться за время прохождения последнего фронтом потока.

3.2°. *Перенос вещества в слое пористых частиц.* Здесь застойной зоной является само пористое зерно; эффект застойных зон, рассмотренных ранее, по сравнению с рассматриваемым здесь, пренебрежимо мал. Поскольку диффузия в пористом зерне протекает сравнительно медленно, вещество не успевает проникнуть в зерно глубоко, и геометрию застойной зоны можно по-прежнему считать плоской. Под D теперь надо подразумевать эффективный коэффициент диффузии в пористой частице, а δ можно считать равным ее гидравлическому радиусу. Коэффициент обмена k равен коэффициенту массопередачи на внешнюю поверхность зерна. Простые оценки показывают [7], что в этом случае $B \gg 1$, так что рассматриваемая система описывается моделью 3. Отношение удельных емкостей застойной зоны и свободного объема пористой частицы порядка единицы; из определения параметра α следует, что для данного процесса $\alpha \sim 1$. Оценка числа n_s показывает, что

$$n_s = t_d / s = \delta^2 / Ds \sim ul / D \sim RP \quad (3.4)$$

Из (3.4) видно, что эффект застойных зон значителен даже для газовых потоков.

3.3°. *Перенос тепла в зернистом слое.* При исследовании переноса тепла застойными зонами также служат твердые частицы. Как и в предыдущей модели, под δ следует понимать гидравлический радиус зерна; D имеет смысл коэффициента температуропроводности твердой частицы. Коэффициент ϵ равен в данном случае отношению теплоемкостей единицы объема твердой частицы и потока γ_p / γ_s . Для газовых потоков $\epsilon \gg 1$ и соответственно $\alpha \gg 1$; в жидкостях обычно $\epsilon \sim 1$ и $\alpha \sim 1$. Коэффициент обмена равен $k = k_t / \gamma_p$, где k_t — коэффициент теплопередачи на внешнюю поверхность зерна. Параметр B в данном случае равен

$$B = k_t \delta / \chi_p \sim N \chi_s / \chi_p \sim R^{0.6} P^{1/3} \chi_s / \chi_p \quad (3.5)$$

Здесь N — тепловое число Нуссельта, P — тепловое число Прандтля, а χ_p , χ_s — теплопроводности соответственно твердых частиц и потока. Из (3.5) следует, что B может принимать самые различные значения, однако малые B более характерны для газовых потоков, а большие B — для жидкостных. В зависимости от величины параметра B , система описывается одной из трех моделей (2—4).

Следует отметить, что даже при сравнительно большой теплопроводности твердых частиц последние по-прежнему работают, как застойные зоны. Это происходит вследствие того, что теплопроводность по твердой фазе через точки контакта между частицами чрезвычайно затруднена [8]. Теплопроводность от ячейки к ячейке через твердую частицу также не играет заметной роли, поскольку

$$\epsilon k / u \sim N / RP \sim R^{-0.4} P^{-2/3} \ll 1 \quad (3.6)$$

Согласно общим результатам, полученным для модели 4, время установления нормального распределения определяется наибольшей из величин: s , t_d , q^{-1} . Соответственно n_s определяется наибольшей из величин

$$1, \frac{t_d}{s} \sim \frac{RP}{1 + \alpha}, \quad \frac{1}{qs} \sim \frac{R^{0.4} P^{2/3} \chi_p}{1 + \alpha} \sim \frac{t_d}{Bs}$$

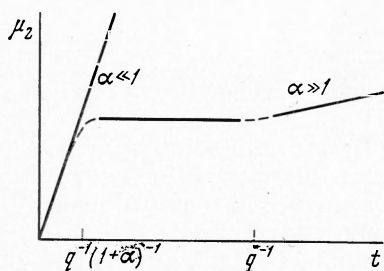
В газовых потоках при умеренных числах Рейнольдса ($R \sim 10^2 - 10^3$) имеем $t_d / s \leq 1$, и n_s может значительно превышать 1 только при достаточно малом B , т. е. в слое частиц большой теплопроводности. В послед-

нем случае кривая, выражающая зависимость дисперсии макрораспределения от времени, может иметь горизонтальный участок (фигура). В жидкостях $t_d/s \gg 1$, и потому всегда $n_s \gg 1$. Как уже отмечалось, для жидкостей малые значения числа Био нехарактерны, так что величина t_d/s обычно превосходит все остальные, и $n_s = t_d/s$.

3.4°. *Перенос вещества в слое непористых частиц, адсорбирующих примесь.* В данном пункте «застойной зоной» является поверхность зерен, адсорбирующих примесь. Если связь между концентрацией вещества у поверхности и поверхностной концентрацией адсорбированного вещества определяется законом Генри с константой a (имеющей размерность длины), то рассматриваемый процесс описывается моделью 2, причем в соответствующих формулах надо положить $q = k/a$, $\alpha = \sigma a$.

Под k надо здесь понимать коэффициент массопередачи на внешнюю поверхность зерна. Согласно результатам п. 2.2°, время установления нормального распределения определяется большей из величин s и a/k . Число ячеек n_s в данном случае равно

$$n_s = \frac{a}{ks} \sim \frac{u}{k} \frac{a}{a+l} \sim \frac{a}{a+l} R^{0.4} P^{2/3} \quad (3.7)$$



Из формулы (3.7) следует, что максимально возможное значение $n_s = u/k$ получается при $a \gg l$. Однако не следует забывать, что, наряду с адсорбционным механизмом задержки вещества в ячейке, существует задержка вещества в диффузионном слое (см. п. 3.1°), которая приводит к значению $n_s \sim u\delta/kl$. Сравнивая эту величину с (3.7), видим, что адсорбционный механизм задержки эффективнее диффузионного при $a > \delta$. В случае достаточно сильной адсорбции ($a \gg l$) зависимость дисперсии макрораспределения будет иметь плато (фигура) на временах $l/k \ll t \ll a/k$.

[Поступила 12 X 1966]

ЛИТЕРАТУРА

1. Письмен Л. М., Кучанов С. И., Левич В. Г. Поперечная диффузия в зернистом слое. Докл. АН СССР, 1967, т. 174, № 3.
2. Kramer H., Abberda G., Frequency response analysis of continuous flow systems, Chem. Engng Sci., 1953, vol. 2, p. 173
3. Левич В. Г., Маркин В. С., Чизмаджев Ю. А. О гидродинамическом перемешивании в модели пористой среды с застойными зонами. Докл. АН СССР, 1966, т. 166, № 6.
4. Gottschlich H. Axial dispersion in packed beds. Amer. Inst. Chem. Engng. J., 1963, vol. 9, p. 88
5. Aris R. Introduction to the analysis of chemical reactors. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1965
6. Левич В. Г., Письмен Л. М., Кучанов С. И. Гидродинамическое перемешивание в зернистом слое. Физическая модель застойных зон. Докл. АН СССР, 1966, т. 168, № 2.
7. Левич В. Г., Харкац Ю. И., Письмен Л. М. Влияние внешнел диффузионного торможения на процесс в пористом катализаторе. Докл. АН СССР, 1966, т. 171, № 2.
8. Masamune S., Smith J. M. Thermal conductivity of beds of spherical particles. Industr. Engng Chem. Fund., 1963, vol. 2, p. 136.