

УДК 533.5:533.6.011

ОПТИМИЗАЦИЯ ПО ИНТЕГРАЛЬНОМУ ТЕПЛОВОМУ ПОТОКУ ТРАЕКТОРИИ ВХОДА В АТМОСФЕРУ ЗЕМЛИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА

В. Ю. Казаков, С. В. Пейгин, С. В. Тимченко

Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики
Томского государственного университета, 634050 Томск

Рассматривается задача оптимизации параметров траектории входа в атмосферу Земли по величине суммарного конвективного теплового потока в точке торможения затупленного тела. В качестве исходной математической модели для расчета теплового потока используются уравнения тонкого (гиперзвукового) вязкого ударного слоя с учетом неравновесного характера протекания химических реакций и многокомпонентной диффузии. Оптимальное решение находится с помощью эффективного робастного метода с использованием базовых идей генетических алгоритмов.

Введение. Как известно, при входе тела в плотные слои атмосферы Земли тепловые потоки к его поверхности очень велики, поэтому при создании космических аппаратов (КА) многоразового использования возникает сложная комплексная задача их тепловой защиты. При этом решение задачи о снижении уровня тепловой нагрузки на КА подразумевает определение параметров траектории входа и выбор конструктивного решения КА (аэродинамические характеристики, тип системы теплозащиты и т. д.).

Решение полной задачи оптимизации траектории по тепловой нагрузке на поверхность КА в общем виде включает совместное решение механической и газодинамической задач. Механическая задача представляет собой задачу оптимального управления для системы обыкновенных дифференциальных уравнений движения материальной точки в атмосфере [1–4], в которую входят аэродинамические коэффициенты. Газодинамическая задача включает расчет пространственного обтекания всей поверхности КА с учетом физико-химических процессов (термодинамической и химической неравновесности, излучения и т. д.), причем аэродинамические коэффициенты первой задачи вычисляются при решении второй.

В связи с чрезвычайной сложностью решения данной задачи в полной совместной постановке широкое распространение получили различные приближенные подходы, в которых механическая и газодинамическая части задачи отделяются друг от друга, а для аэродинамических коэффициентов используются различные аппроксимации [2] либо эти коэффициенты рассматриваются как параметры механической задачи, позволяющие исследовать так называемые опорные траектории. В задаче оптимизации в зависимости от постановки в качестве подынтегрального выражения для целевой функции используются аппроксимации вдоль траектории теплового потока ко всей поверхности тела или в некоторых точках на поверхности тела (чаще всего в точке торможения) [2, 5].

В настоящей работе приведены результаты решения задачи по определению: 1) траектории входа затупленного тела заданной формы в атмосферу Земли, вдоль которой сум-

марный тепловой поток в критическую точку тела имеет минимум, а равновесная температура поверхности тела не превышает заранее заданной величины; 2) траектории, вдоль которой максимальная равновесная температура поверхности тела в критической точке минимальна. В качестве исходной газодинамической модели для определения теплового потока к поверхности тела используются уравнения тонкого (гиперзвукового) вязкого ударного слоя (ТВУС) с учетом химической неравновесности и многокомпонентного характера диффузии. Эта модель обладает большой точностью в диапазоне высот $100 \div 50$ км и скоростей $8 \div 2,5$ км/с [6]. Для решения уравнений ТВУС использован высокоэффективный вычислительный алгоритм [7], основанный на разностной схеме четвертого порядка точности [8]. Вариационная задача, возникающая при определении оптимальной траектории, решена на основе эффективного робастного метода с использованием базовых идей генетических алгоритмов (ГА) [9, 10]. Данный метод основан на применении принципов эволюции и наследственности и исследует “популяцию” возможных решений задачи, которая подвергается воздействию трех основных “генетических” операторов — селекции, скрещивания и мутации.

Постановка задачи. Рассмотрим движение КА по траектории входа в атмосферу Земли, сделав обычные предположения для такого рода задач [2]: Земля — сфера, поле тяготения центрально, вращение Земли отсутствует, атмосфера неподвижна. Траектория лежит в плоскости большого круга, содержащего начальный вектор (вектор скорости входа в плотные слои атмосферы). Изменение высоты не приводит к заметным изменениям силы тяжести и центробежной силы. Атмосфера изотермическая, а распределение плотности по высоте определяется соотношением $\rho = \rho_0 \exp(-H/H_m)$, $H_m = 7,11$ км. Вход осуществляется с орбиты искусственного спутника Земли ($V_0 = 7,8$ км/с), тяга отсутствует, масса аппарата M постоянна. С учетом этого уравнения движения КА при спуске в атмосфере в движущейся системе координат представляют собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка по времени (уравнения динамики полета) относительно высоты H , скорости V , продольной дальности L и угла наклона вектора скорости к плоскости местного горизонта α при заданных начальных условиях H_0, V_0, L_0, α_0 в момент времени t_0 и при управлениях — баллистическом коэффициенте $\sigma(t)$ и аэродинамическом качестве $K(t)$ [2].

Задача оптимизации формулируется следующим образом: найти функции управления $\sigma(t), K(t)$ такие, чтобы достигался минимум функционала

$$Q(K, \sigma, t_1) = \min \int_0^{t_1} q(H(t), V(t), R^*, k, k_{wi}, \dots) dt \quad (1)$$

при следующих ограничениях:

$$|\dot{V}(t)| < ag, \quad T_w < T_w^{\max}, \quad (2)$$

где $q(H(t), V(t), R^*, k, k_{wi}, \dots)$ — величина теплового потока к поверхности КА, движущегося со скоростью $V(t)$ на высоте $H(t)$, в точке торможения с отношением главных кривизн поверхности тела k ; R^* — характерный линейный размер тела; g — ускорение свободного падения; k_{wi} ($i = 1, \dots, N - 1$) — известные константы каталитической активности поверхности; T_w — равновесная температура поверхности в точке торможения. Константы a и T_w^{\max} выбираются из практических соображений.

Управления $K(t), \sigma(t)$ представляют собой кусочно-гладкие функции и определяются типом КА (“баллистический” тип, тип “несущий корпус”, тип “космический самолет” и т. д.) и способами управления (с помощью баллистического параметра, углов атаки, и т. д.) [4]. Поэтому задача оптимизации (1), (2) должна решаться с учетом характеристик конкретного КА, которые накладывают определенные ограничения на закон управления.

Задачу оптимизации траектории входа КА по тепловому потоку можно сформулировать иначе: в пространстве непрерывных функций $V(t)$ и $H(t)$, где $0 \leq t \leq t_1$, найти пару функций $V(t)$ и $H(t)$ таких, чтобы достигался минимум функционала

$$Q(V, H, t_1) = \min \int_0^{t_1} q(H(t), V(t), R^*, k, k_{wi}, \dots) dt \quad (3)$$

при заданных ограничениях на максимальное ускорение и температуру поверхности тела (2).

В задаче (2), (3) не требуется знания конструктивных особенностей конкретного КА, и в этом смысле она является более общей, чем задача (1), (2). Однако на область допустимых значений должны накладываться дополнительные ограничения с целью исключения тривиальных решений и решений, которые заведомо не являются интегральными кривыми уравнений динамики полета [2] и не представляют практического интереса. Очевидными являются условия в граничных точках

$$V(0) = V_0, \quad H(0) = H_0, \quad V(t_1) = V^*, \quad H(t_1) = H^*, \quad t_1 \leq t_{\max}. \quad (4)$$

Здесь время входа t_1 фиксировано или меняется в диапазоне от 0 до максимального времени входа t_{\max} и может быть оптимизируемым параметром.

Другие дополнительные ограничения на область допустимых значений задачи (2), (3) являются следствиями системы уравнений динамики полета [2]. В частности, необходимым является дополнительное ограничение на ускорение, смысл которого заключается в том, что торможение не может быть больше торможения, вызываемого максимальной силой сопротивления для данного тела на данной высоте:

$$|\dot{V}| \leq \frac{S^* \rho V^2}{M \cdot 2}. \quad (5)$$

Здесь S^* — характерная площадь КА. При самых общих предположениях о характеристиках КА решение задачи (3) с ограничениями (2), (4), (5) дает некоторую траекторию, которая может быть реализована при соответствующих конструкции КА и способах управления.

Остановимся теперь на вопросе о расчете подынтегральной функции в (3). В качестве исходной математической модели для расчета теплового потока в критическую точку поверхности тела будем использовать модель ТВУС. Уравнения ТВУС являются асимптотической формой уравнений Навье — Стокса и позволяют правильно описывать структуру течения от тела до ударной волны при $\varepsilon \rightarrow 0$, $\text{Re} \rightarrow \infty$, $K = \varepsilon \text{Re} \geq O(1)$. Здесь $\varepsilon = \rho_\infty / \rho^*$ — отношение плотности в набегающем потоке к характерной плотности в ударном слое; $\text{Re} = VR^* / \mu^*$ — число Рейнольдса; μ^* — характерная вязкость в ударном слое.

Сравнение с более точными моделями и экспериментальными данными показало, что модель ТВУС при относительной простоте имеет хорошую точность (до 5% по тепловым потокам) в случае, когда вязкий ударный слой является тонким [6]. Эти условия реализуются в диапазоне высот и скоростей, соответствующем верхнему участку траектории входа в окрестности критической точки гладкого затупленного тела.

Величина теплового потока в критическую точку определяется выражением

$$q(H(t), V(t), R^*, k, k_{wi}, \dots) = 0,5\rho V^3 X_q(H(t), V(t), R^*, k, k_{wi}, \dots). \quad (6)$$

Здесь X_q — безразмерный тепловой поток к поверхности, который определяется после численного решения системы уравнений ТВУС с учетом неравновесных химических реакций в воздухе, многокомпонентной диффузии и гетерогенных каталитических реакций [7].

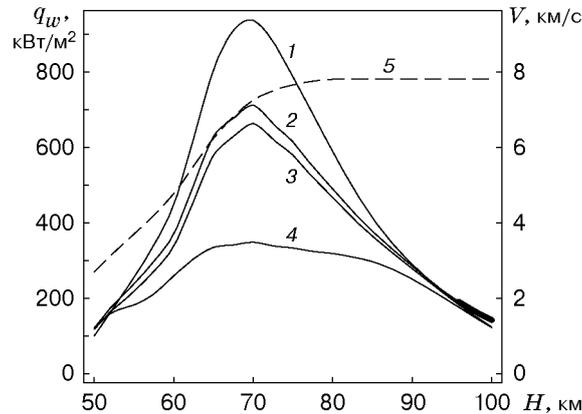


Рис. 1

В качестве условий на границе тела для уравнения энергии используется балансовое соотношение для определения равновесной температуры.

Для определения величины конвективного теплового потока в критическую точку затупленного тела обычно используется формула Фэя — Риддела [11, 12], полученная аппроксимацией численных расчетов ламинарного пограничного слоя около идеально-каталитической поверхности при равновесном характере протекания химических реакций. В этом случае аналитический характер подынтегральной функции значительно упрощает решение задачи оптимизации. Однако максимальные тепловые потоки в точке торможения приходится на участок планирующей траектории в диапазоне высот $80 \div 65$ км, где числа Рейнольдса относительно невелики, а химические реакции носят существенно неравновесный характер [6].

На рис. 1 показаны тепловые потоки в критическую точку сферы с $R^* = 0,5$ м, полученные для идеально-каталитической поверхности (кривые 1–3) и некаталитической поверхности (кривая 4) при $T_w = 1200$ К (кривые 1, 2) и для случая равновесной температуры поверхности (кривые 3, 4) по формуле Фэя — Риддела (кривая 1) и из численного решения системы уравнений ТВУС (кривые 2–4) для траектории [13] (кривая 5 — скорость вдоль траектории). Из сравнения кривых 1, 2 следует, что вычисления по формуле Фэя — Ридделла дают погрешность до 40% на наиболее теплонапряженном участке траектории.

Метод решения. Для решения поставленной выше задачи оптимизации (3) с ограничениями (2), (4), (5) будем использовать метод [9, 10], включающий детерминистический и вероятностный подходы и использующий основные идеи генетических алгоритмов [14–16]. Последние представляют собой алгоритмы поиска, основанные на механизмах природной селекции и генетики. Они совмещают естественный отбор среди строчных структур с частично упорядоченным обменом информацией. Будучи вероятностными, генетические алгоритмы тем не менее не являются еще одним вариантом случайного поиска, поскольку здесь при отборе новых точек с оптимальными свойствами эффективно используется ранее полученная информация.

Данные алгоритмы носят итерационный характер. На итерации t (поколение t) рассматривается упорядоченное множество $P(t) = \{x_1^t, \dots, x_n^t\}$ (популяция индивидуумов). Каждый индивидуум (потенциальное решение задачи) представлен в некоторой, возможно достаточно сложной, структуре данных S . Каждое решение x_i^t оценивается, и определяется мера его пригодности. Затем формируется новая популяция (итерация или поколение $t+1$).

На первом шаге этого формирования (этапе селекции) происходит отбор индивидуумов, обладающих лучшими качествами. На следующем шаге некоторые из отобранных таким образом индивидуумов подвергаются преобразованиям с помощью “генетических операторов” — мутации и скрещивания. Оператор мутации m_i создает новый индивиду-

ум путем относительно малого изменения в одном индивидууме ($m_i: S \rightarrow S$), а оператор скрещивания c_j осуществляет более сильные трансформации и создает новый индивидуум путем комбинирования частей из нескольких (двух или более) индивидуумов ($c_j: S \cdots S \rightarrow S$). После ряда итерационных шагов алгоритм сходится к лучшему из возможных решений.

Важной особенностью генетических алгоритмов является их робастность: они сходятся к глобальному оптимуму, что важно для задач, целевая функция которых имеет несколько локальных экстремумов. В отличие от классических градиентных методов оптимизации при их реализации не требуется сильных ограничений на гладкость целевой функции и они позволяют находить оптимум даже для случая, когда целевая функция является разрывной.

Предложенные в конце 60-х гг. и теоретически обоснованные в 1975 г. [14] генетические алгоритмы (в силу своей универсальности и высокой эффективности) в дальнейшем получили широкое распространение для решения задач поиска и оптимизации в различных областях науки и техники [15].

Для решения поставленной выше задачи будем использовать один из вариантов “вещественного” генетического алгоритма, когда структура данных S представляет собой множество строк конечной длины, составными элементами которых являются вещественные числа.

Искомые функции $V(t)$ и $H(t)$ ищутся в классе безье-сплайнов m -го порядка, которые определяются через полиномы Бернштейна $B_i^m(t)$:

$$R(\tau) = \sum_{i=0}^m B_i^m(\tau) P_i, \quad B_i^m(\tau) = C_m^i \left(\frac{\tau}{\tau_1} \right)^i \left(1 - \frac{\tau}{\tau_1} \right)^{m-i}, \quad C_m^i = \frac{m!}{i!(m-i)!},$$

$$R(\tau) = \{H(\tau), V(\tau)\}, \quad P_i = \{H_i, V_i\}, \quad i = 0, \dots, m, \quad 0 \leq \tau \leq \tau_1,$$

где $\tau = t/t^*$ — безразмерное время; t^* — характерное время; P_i — координаты контрольных точек. Кривая Безье определяется координатами (H_i, V_i) точек P_i и безразмерным временем входа τ_1 .

В нашем случае первая $P_0 = (H_0, V_0)$ и последняя $P_m = (H^*, V^*)$ точки фиксированы, что соответствует условиям (4). Таким образом, строка $S = (a_1, a_2, \dots, a_{2m-1})$, где

$$a_i = H_i, \quad 1 \leq i \leq m-1; \quad a_i = V_{i-m+1}, \quad m \leq i \leq 2(m-1); \quad a_{2m-1} = \tau_1$$

определяет траекторию входа в классе безье-сплайнов m -й степени. Согласно ГА набор S является хромосомой, а его элемент a_i — геном. При этом a_i меняются от нижней границы \min_i до верхней границы \max_i . Для учета ограничений на допустимые решения (2), (5) при реализации алгоритма поиска оптимального решения (3) использовалась модифицированная целевая функция

$$Q^* = \begin{cases} q_1 + q_2(|\dot{V}(t)|/g - a), & |\dot{V}(t)| > ag, \\ q_3 + q_4(T_w^{\max} - T_w)/T_w^{\max}, & T_w > T_w^{\max}, \\ q_5 + q_6(|\dot{V}(t)|/g - S^* \rho(t) V^2(t)/(2Mg)), & |\dot{V}(t)| > S^* \rho(t) V^2(t)/(2M), \\ Q, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Коэффициенты q_i ($i = 1, \dots, 6$) выбирались таким образом, чтобы при нарушении любого из ограничений величина модифицированной целевой функции Q^* была заведомо больше Q . Кроме того, выбором q_i можно регулировать относительную значимость ограничений. Такой подход позволяет расширить пространство поиска решения и вычислять целевую функцию и при нарушении ограничений.

Таким образом, метод включает следующие алгоритмические шаги:

1. Случайным образом выбираются первоначальные траектории полета и определяется начальное “население” $P(0) = \{S_1, \dots, S_{N_p}\}$, состоящее из N_p индивидуумов. Далее для каждого индивидуума S_k вычисляется целевая функция Q^* .

2. На первом шаге формирования следующего поколения (этапе селекции) происходит отбор индивидуумов, обладающих лучшей пригодностью. Используется турнирная селекция [15]. Последовательно из двух соседних элементов S_i и S_{i+1} ($i = 1, 3, \dots$) текущей популяции P выбирается элемент с наименьшим значением Q^* и помещается в промежуточную популяцию P' . После первого прохода (пока сформирована половина популяции P') исходная популяция перемешивается и аналогично формируется вторая половина промежуточной популяции.

3. Все последовательные пары элементов из P' подвергаются скрещиванию (с вероятностью p_s) либо остаются без изменений. Механизм простого одноточечного скрещивания для вещественного ГА имеет следующий вид. Пусть $A_1 = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ и $A_2 = (y'_1, y'_2, y'_3, y'_4)$ являются “родителями”, выбранными в процессе селекции. Случайным образом находится точка сечения, и “родители” производят двух “потомков” $B_1 = (y_1, y'_2, y'_3, y'_4)$ и $B_2 = (y'_1, y_2, y_3, y_4)$ (точка сечения оказалась расположена после первого гена), после чего “дети” замещают “родителей” в промежуточной популяции P' .

4. Все элементы промежуточной популяции P' подвергаются мутации (с вероятностью p_m). Используется неоднородная мутация, определенная Михалевичем [17]. Если ген y_i подвергается мутации, то его новое измененное значение y'_i выбирается случайным образом внутри интервала $[\min_i, \max_i]$:

$$y'_i = \begin{cases} y_i + s(\max_i - y_i)(1 - l/L)^b, & \text{round}(s') = 0, \\ y_i + s(\min_i - y_i)(1 - l/L)^b, & \text{round}(s') = 1, \end{cases}$$

где s, s' — случайные числа из интервала $[0, 1]$; $\text{round}(\cdot)$ — функция округления; l — номер поколения; L — максимальное число поколений; b — параметр уточнения; \min_i и \max_i — нижняя и верхняя границы изменения значения переменной y_i . При реализации ГА (эволюции) такая адаптивная мутация позволяет соблюдать необходимый баланс между двумя разномасштабными изменениями (мутациями) генов, так как на первоначальных шагах алгоритма в основном преобладают крупномасштабные изменения (обеспечивающие широкую область поиска), в то время как на заключительном этапе происходит уточнение решения (за счет уменьшения масштаба мутаций). Параметр уточнения b зависит от характера сходимости итерационного процесса [9]. По достижении стационарного состояния, когда лучший из индивидуумов не изменялся на протяжении последних p поколений, величина b уменьшается вдвое, что приводит к расширению области поиска и тем самым к преодолению ловушек локальных экстремумов.

Для решения проблемы преждевременной (ложной) сходимости используется подход [9], в рамках которого вероятность мутации “потомка” зависит от того, насколько близки между собой его “родители”.

Для количественной оценки близости индивидуумов $A = (a_1, \dots, a_i, \dots, a_n)$ и $B = (b_1, \dots, b_i, \dots, b_n)$, выбранных для скрещивания используется относительное расстояние между ними

$$\text{dist}(A, B) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{a_i - b_i}{\max_i - \min_i} \right)^d,$$

где d является параметром задачи. Тогда вероятность мутации $p_m(A, B)$ определялась следующим образом:

$$p_m(A, B) = p_d(1 - \text{dist}(A, B)),$$

где p_d соответствует максимально допустимой вероятности мутации. В расчетах принималось $d = p_d = 0,2$.

5. По завершении мутации рассчитываются значения целевой функции Q^* для всей популяции P' , затем один из элементов P' случайным образом заменяется лучшим индивидуумом из предыдущего поколения P (элитизм), после чего поколение P полностью заменяется поколением P' .

6. Если отличие целевой функции внутри текущего поколения меньше заранее заданной величины δ , то процесс заканчивается. В противном случае он повторяется с шага 2.

Метод проверялся на специальных тестовых целевых функциях [9, 15], которые помимо глобального минимума имеют большое количество локальных экстремумов. Например, для функции Розенброка

$$f(x) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2, \quad -2,048 \leq x_i \leq 2,048$$

из 1000 пусков используемый вариант ГА в 96 % сходил к глобальному минимуму со средним количеством поколений в одном пуске около 2000. Анализ решений для тестовых функций позволяет сделать вывод о высокой сходимости, эффективности и универсальности данного метода.

Так как в основе ГА лежит вероятностный, недетерминистический подход, то решение можно получить лишь при наличии достаточного числа пусков задачи. Однако даже единичный пуск дает информацию о характеристиках оптимального решения. В данной работе для каждого варианта производилось не менее 10 пусков. Это позволяет говорить о том, что решение принадлежит доверительному интервалу.

Вычисление интеграла в целевой функции (3) производилось с помощью адаптивного алгоритма, основанного на формуле Ньютона — Котеса восьмого порядка [19], в результате чего достигалась заданная точность при минимуме вычислений подынтегральной функции. В среднем для достижения погрешности 10^{-5} требуется 30 расчетов теплового потока вдоль траектории. Общее число вычислений целевой функции равно $N_c = N_p N_g$, где $N_p = 20$ — количество индивидуумов в популяции; $N_g = 2000 \div 4000$ — число поколений, необходимое для достижения заданной точности.

Так как N_c велико, то прямой расчет теплового потока в (3) на основе численного решения системы уравнений ТВУС даже при наличии высокоэффективного алгоритма требовал больших вычислительных затрат. Поэтому наряду с точным решением задачи использовался двухэтапный подход к расчету теплового потока. На первом этапе проводился расчет уравнений ТВУС для данных значений определяющих параметров задачи R^* , k , k_{wi} с помощью алгоритма [7] на сетке 21×22 с шагом $\Delta V_\infty = 0,25$ км/с в диапазоне скоростей $7,8 \div 2,3$ км/с и с шагом $\Delta H = 2,5$ км в диапазоне высот $100 \div 50$ км. На втором этапе при вычислении целевой функции (3) использовалась интерполяция полученных данных о тепловом потоке, построенная с помощью B -сплайновых поверхностей шестого порядка.

Различия в значениях суммарного теплового потока вдоль различных траекторий, вычисленных на основе точного расчета и описанного приближенного подхода, не превосходят 0,5 %, что позволяет использовать приближенный подход в серийных расчетах. Важно отметить, что такой подход, обладая высокой точностью, с одной стороны, позволяет учесть зависимость теплового потока от основных определяющих параметров задачи, а с другой — резко ускоряет работу ГА по поиску оптимального решения.

Результаты расчетов. Представленные результаты получены для некаталитической и идеально-каталитической поверхности в окрестности затупления при следующих значениях определяющих параметров:

$$S^*/M = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2/\text{кг}, \quad a = 3,0, \quad T_w^{\max} = 1500; 2500 \text{ К}, \quad k = 0,4; 1,0, \\ t^* = 60 \text{ с}, \quad V_0 = 7,8 \text{ км/с}, \quad V^* = 2,7 \text{ км/с}, \quad H_0 = 100 \text{ км}, \quad H^* = 50 \text{ км}$$

для двух характерных размеров $R^* = 0,5; 1,0$ м. Рассматривались варианты с фиксированным временем входа τ_1 . Ограничения (4), (5) учитывались всегда. Отметим, что ограничение на максимальное торможение (5) является более сильным, чем ограничение на перегрузку (2), поэтому при данных определяющих параметрах задачи ограничение (2) выполнялось автоматически.

Поскольку равновесная температура поверхности тела T_w зависит от характерного линейного размера задачи и каталитической активности поверхности, то при относительно невысоких значениях T_w^{\max} исходная задача по выбору оптимальной траектории может не иметь решения в силу невозможности удовлетворить ограничению (2) на максимальную равновесную температуру поверхности. Поэтому в случае, когда задача о нахождении траектории с минимумом суммарного теплового потока с ограничением на максимальную равновесную температуру поверхности (траектории с минимальной тепловой нагрузкой) решения не имела, ставилась и решалась задача о нахождении траектории, вдоль которой максимальное значение равновесной температуры поверхности тела в критической точке имело минимум (траектория с минимальной равновесной температурой).

Результаты проведенных расчетов представлены в табл. 1, 2 и на рис. 2–5. В табл. 1 приведены значения определяющих параметров задачи для семи базовых вариантов расчета. В табл. 2 для некоторых из этих вариантов приведены соответственно значения относительных величин целевой функции $\bar{Q} = Q/(q_w(H_0, V_0) \cdot 1 \text{ с})$ и максимальные значения температуры поверхности T^* вдоль оптимальной траектории. Данные представлены для лучших из 10 пусков в каждом из вариантов. Для достижения сходства между индивидуумами с погрешностью 10^{-7} необходимо порядка 4000 поколений.

На рис. 2–4 результаты, полученные для вариантов 1–3, 7 (табл. 1), обозначены треугольниками, крестиками, кружками и квадратиками соответственно. Сплошные кривые соответствуют $T_w^{\max} = 2500 \text{ К}$, штриховые — $T_w^{\max} = 1500 \text{ К}$.

На рис. 2, а, б представлены зависимости $H/H_0(\tau)$ (кривые 1) и $V/V_0(\tau)$ (кривые 2), полученные для времени входа $\tau_1 = 5; 10$ соответственно, на рис. 3, 4 — равновесная температура поверхности $T_w(\tau)$ и относительное ускорение $\dot{V}/g(\tau)$ для времени входа $\tau_1 = 10$.

Отметим, что хотя суммарная тепловая нагрузка \bar{Q} (табл. 2) и равновесная температура поверхности T_w (табл. 2; рис. 3) зависят от характерного размера тела, соотношения главных кривизн и каталитических свойств поверхности, траектории минимальной тепловой нагрузки (см. рис. 2), полученные при $T_w^{\max} = 2500 \text{ К}$ (сплошные кривые), практи-

Таблица 1

Вариант	R^* , м	Тип поверхности	$q_w(H_0, V_0)$, Вт/м ²	S^*/M , м ² /кг	k
1	1,0	Идеально-каталит.	98 546,1	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,0
2	1,0	Некаталит.	94 413,8	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,0
3	0,5	Некаталит.	122 549,7	$2,5 \cdot 10^{-3}$	1,0
4	1,0	Некаталит.	94 413,8	$2,5 \cdot 10^{-2}$	1,0
5	1,0	Идеально-каталит.	98 546,1	$2,5 \cdot 10^{-2}$	1,0
6	0,5	Некаталит.	122 549,7	$2,5 \cdot 10^{-2}$	1,0
7	1,0	Некаталит.	77 919,2	$2,5 \cdot 10^{-3}$	0,4

Таблица 2

Вариант	T_w^{\max} , К	Q				T^* , К			
		$\tau_1 = 5$	$\tau_1 = 10$	$\tau_1 = 20$	$\tau_1 = 30$	$\tau_1 = 5$	$\tau_1 = 10$	$\tau_1 = 20$	$\tau_1 = 30$
1	2500	18,24	26,56	38,01	47,04	1900	1783	1706	1618
1	1500	19,02*	31,03*	47,33*	59,60	1860*	1682*	1527*	1494
2	2500	11,06	16,78	25,10	33,52	1585	1487	1427	1388
2	1500	11,24*	16,78	25,10	33,52	1555*	1487	1427	1388
3	2500	12,67	20,09	30,61	41,86	1737	1667	1613	1588
3	1500	13,44*	23,43*	42,51*	58,55*	1712*	1604*	1555*	1530*
4	2500	5,20	8,28	12,40	16,18	1360	1329	1327	1297

* Траектории с ограничением $T_w \leq T_w^{\max} = 1500$ К не существует. Данные приведены для траектории с минимальной равновесной температурой поверхности.

чески совпадают для всех вариантов и всех рассмотренных времен входа. Действительно, распределения теплового потока вдоль траектории качественно одинаковы. Минимальные тепловые потоки реализуются в крайних точках траектории: вверху, где плотность в набегающем потоке ρ_∞ минимальна, и внизу, где минимальна скорость V_∞ . Поэтому стратегия построения траектории минимальной тепловой нагрузки заключается в том, чтобы как можно большая ее часть находилась в области низких плотностей и малых скоростей. Однако ограничение на максимальное торможение (5) не позволяет уменьшить скорость на больших высотах, поэтому на первом отрезке траектории развивается максимальное торможение (рис. 4), а на втором — движение со скоростью, близкой к минимальной. Размеры этих участков определяются величиной τ_1 .

Наличие локального максимума высоты на втором участке траектории также обусловлено стремлением оптимальной траектории (решения) при минимальных скоростях в область с низкими плотностями. Это подтверждают результаты расчетов, приведенные на рис. 5, на котором представлены зависимости $H/H_0(\tau)$ (кривые 1) и $V/V_0(\tau)$ (кривые 2) для базовых вариантов 4–6 (см. табл. 1) при $\tau_1 = 10$ и $T_w^{\max} = 2500$ К (крестики, треугольники и кружки на рис. 5 соответственно). Видно, что увеличение S^*/M позволяет достичь минимальных скоростей на больших высотах, что приводит к значительному снижению тепловой нагрузки в окрестности критической точки тела и уменьшению температуры поверхности.

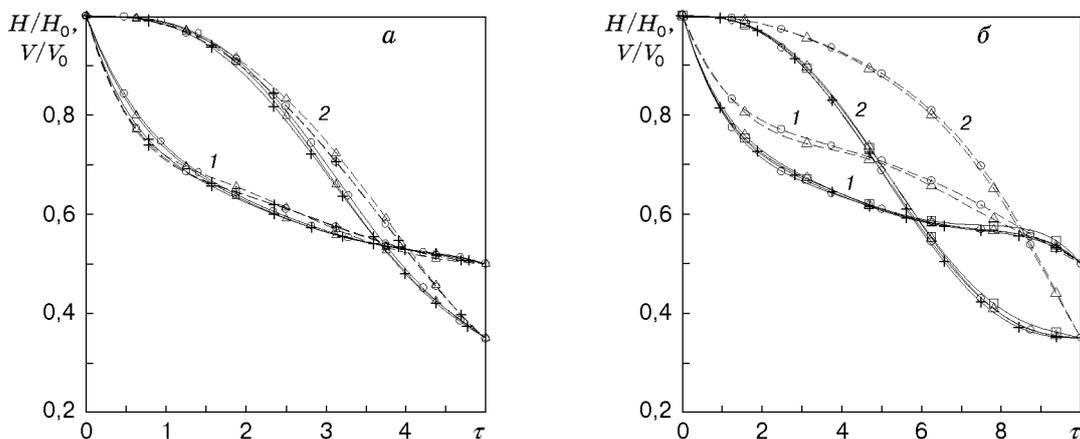


Рис. 2

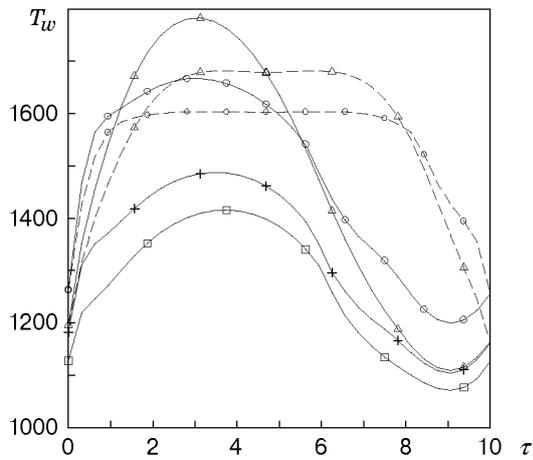


Рис. 3

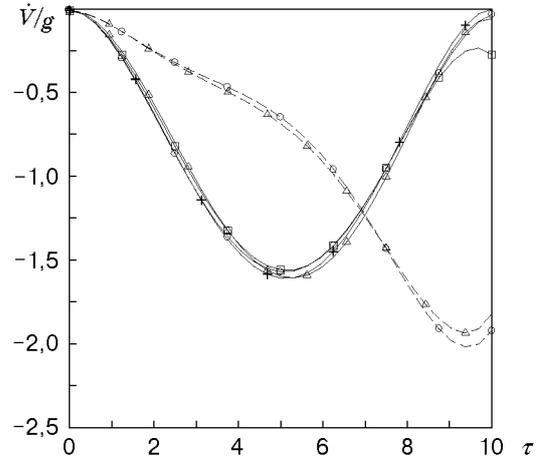


Рис. 4

Таким образом, форма траектории минимальной тепловой нагрузки в отсутствие ограничения на равновесную температуру поверхности T_w определяется прежде всего аэродинамическими характеристиками КА (соотношением S^*/M) и временем входа τ_1 . Величина суммарной тепловой нагрузки \bar{Q} и равновесная температура поверхности для данной траектории зависят как от характерного размера R^* тела, соотношения главных кривизн, каталитических свойств поверхности, так и от его аэродинамических свойств.

Траектории с минимальной локальной температурой поверхности (штриховые кривые на рис. 2) значительно отличаются от траекторий минимальной тепловой нагрузки. Их форма зависит как от характерного размера задачи, так и от каталитических свойств поверхности. Хотя максимальное значение температуры поверхности для этих траекторий меньше, чем соответствующее значение для траекторий минимальной тепловой нагрузки (штриховые кривые на рис. 3), интегральный тепловой поток для них больше, чем для траекторий минимальной тепловой нагрузки.

В заключение сравним оптимальную траекторию минимальной тепловой нагрузки, полученную в данной работе, с другими известными траекториями. На рис. 6 приведены квазистационарные траектории с коэффициентами планирования 10^{-3} и $2 \cdot 10^{-4}$ м²/Н [3] (сплошные и штриховые линии с ромбами соответственно); оптимальная траектория, по-

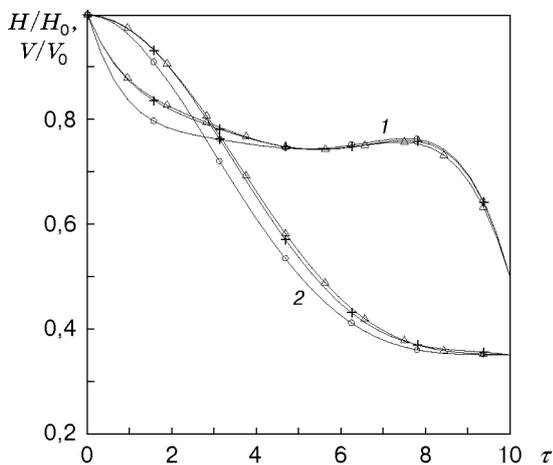


Рис. 5

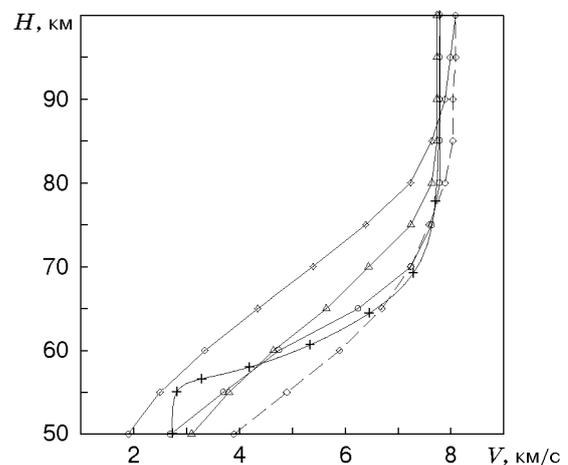


Рис. 6

лученная в настоящей работе и соответствующая второму варианту (см. табл. 1) при $\tau_1 = 10$ и $T_w^{\max} = 1500$ К (крестики); траектория “Space Shuttle” [13] (треугольники); траектория “Бурана” [20] (кружки). Видно, что оптимальная траектория, вычисленная в данной работе, хорошо коррелирует с траекторией “Бурана” в диапазоне высот $H = 100 \div 60$ км (участок максимальных тепловых нагрузок).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Мартин Дж.** Вход в атмосферу. Введение в теорию и практику. М.: Мир, 1969.
2. **Андриевский В. В.** Динамика спуска космических аппаратов на Землю. М.: Машиностроение, 1970.
3. **Шкадов Л. М., Буханова Р. С., Илларионов В. Ф., Плохих В. П.** Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. М.: Машиностроение, 1972.
4. **Иванов Н. М., Мартынов А. И.** Движение космических летательных аппаратов в атмосферах планет. М.: Наука, 1985.
5. **Аргучинцева М. А., Пилюгин Н. Н.** Экстремальные задачи радиационной газовой динамики. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1997.
6. **Пейгин С. В., Тирский Г. А.** Трехмерные задачи сверх- и гиперзвукового обтекания тел потоком вязкого газа. М.: ВИНТИ, 1988. С. 62–177. (Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа; Т. 22).
7. **Казаков В. Ю., Пейгин С. В.** Пространственный многокомпонентный вязкий ударный слой на каталитической поверхности в окрестности критической точки // Теплофизика высоких температур. 1988. Т. 26, № 5. С. 901–908.
8. **Петухов И. В.** Численный расчет двумерных течений в пограничном слое // Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы. М.: Наука, 1964. С. 304–325.
9. **Sefioui M., Periaux J., Ganascia J.-G.** Fast convergence thanks to diversity // Proc. of the 5th Annu. conf. on evolutionary programming. Cambridge: MIT Press, 1996.
10. **Пейгин С. В., Перио Ж., Тимченко С. В.** Применение генетических алгоритмов для оптимизации формы тела по тепловому потоку // Мат. моделирование. 1998. Т. 10, № 9. С. 111–122.
11. **Fay J. A., Riddell F. R.** Theory of stagnation point heat transfer in dissociated air // J. Aeronaut. Sci. 1958. V. 2. P. 73–85.
12. **Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю.** Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972.
13. **Masek R. V., Hender D., Forney J. A.** Evaluation of aerodynamic uncertainties for “Space Shuttle” // AIAA Pap. 1973. № 737.
14. **Holland J. H.** Adaptation in natural and artificial systems. Ann Arbor: Univ. Michigan Press, 1975.
15. **Goldberg D. E.** Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. N. Y.: Addison-Wesley, 1989.
16. **Hoffmeister F., Back T.** Genetic algorithms and evolution strategies: similarities and differences // Parallel problem solving from nature: Proc. of the 1st Workshop, Dortmund, Germany, 1–3 Oct., 1991. Dortmund, 1991. P. 455–469.
17. **Michalewicz Z.** Genetic algorithms + data structures = evolution programs. N. Y.: Springer-Verlag, 1992.

18. **De Yong K. A.** Analysis of behavior of a class genetic systems: PhD thesis. Ann Arbor: Univ. Michigan Press, 1975.
19. **Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.** Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.
20. **Лозино-Лозинский Г. Е.** Полет “Бурана” // Гагаринские чтения по космонавтике и авиации. 1989. М.: Наука, 1990. С. 6–21.

*Поступила в редакцию 4/IX 1998 г.,
в окончательном варианте — 21/XII 1998 г.*
