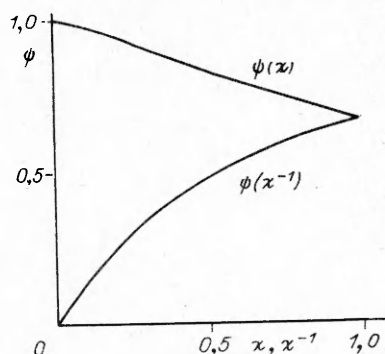


видна сильная зависимость скорости движения каплей от их деформации. Интересно, что сильно вытянутая капля движется с той же скоростью, что параболический «язык» согласно (2.1), (4.1), (5.1).

Если  $\mu_2/\mu_1 > 1$ , то скорость как сплюснутых, так и вытянутых каплей меньше скорости жидкости на бесконечности. Следовательно, они сближаются с фронтом вытеснения, если находятся впереди него и отстают от фронта вытеснения, оказавшись сзади него. В первом случае фронт вытеснения, очевидно, устойчив, во втором — нет.

Важно, что скорость движения вытянутой эллиптической капли при  $\lambda > 1$  в  $\lambda$  раз меньше скорости движения жидкости на бесконечности. Поэтому при вытеснении нефти водой для того, чтобы переместить водой некоторый объем более вязкой нефти, необходимо прокачать значительно больший объем воды, если нефть рассеяна в виде вытянутых каплей.

Интересно также, что, как вытекает из полученных формул, вытянутые капли при малой внутренней вязкости  $\mu_2 < \mu_1$  обгоняют менее вытянутые капли, причем медленнее всего движутся сильно сплюснутые капли. Таким образом, впереди неустойчивого фронта вытеснения движутся наиболее вытянутые капли. Этот эффект наблюдается на фотографиях в экспериментальной работе [7], где вытянутая капля догоняет менее вытянутую и сливается с ней. Обратный эффект имеет место для отстающих от фронта вытеснения каплей более вязкой жидкости, где сильнее всего отстают от фронта вытеснения наиболее вытянутые капли.



#### ЛИТЕРАТУРА

1. Saffman P. G., Taylor G. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele — Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Roy. Soc.— 1958.— V. 245A, N 1242.
2. Taylor Sir Geoffrey, Saffman P. G. A note on the motion of bubbles in a Hele — Shaw cell and porous medium // Quart. J. Appl. Mech. and Math.— 1959.— V. XII, pt 3, N 8.
3. Saffman P. G. Viscous fingering in Hele — Shaw cells // J. Fluid Mech.— 1986.— V. 173, N 12.
4. Tryggvason G., Aref H. Numerical experiments on Hele — Shaw flow with a sharp interface // J. Fluid. Mech.— 1983.— V. 136, N 11.
5. Tryggvason G., Aref H. Finger-interaction mechanisms in stratified Hele — Shaw flow // J. Fluid. Mech.— 1985.— V. 154, N 5.
6. Маделунг Э. Математический аппарат физики.— М.: Наука, 1968.
7. Maxworthy T. Bubble formation, motion and interaction in Hele — Shaw cell // J. Fluid Mech.— 1986.— V. 173, N 12.

г. Москва

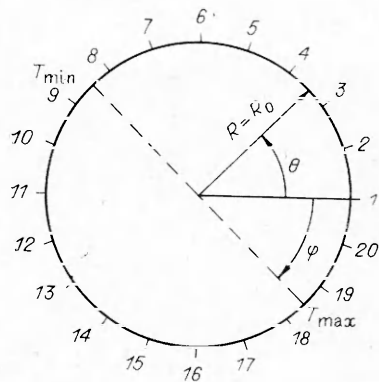
Поступила 25/XI 1988 г.,  
в окончательном варианте — 22/IX 1989 г.

УДК 536.25

Б. Г. Петражицкий, Н. М. Станкевич

### НЕСТАЦИОНАРНАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНОМ ЦИЛИНДРЕ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ТЕМПЕРАТУРЫ ГРАНИЦ

Изучению естественной конвекции в горизонтальном цилиндре посвящено много работ. Нестационарная естественная конвекция в замкнутой прямоугольной и сферической плоскостях рассматривалась в [1, 2]. Обзор ранних исследований содержится в [3], последних — в [4]. В некоторых обсуждается влияние неоднородного распределения температуры границ. В частности, в [5, 6] с помощью приближенных ана-



Р и с. 1

литических методов дается информация о локальных и интегральных характеристиках изучаемого явления в условиях стационарного режима. Здесь в основу положен ряд упрощающих предположений, ограничивающих пределы применимости результатов. Так, данные из [5] получены в приближении пограничного слоя, а из [6] пригодны лишь для больших чисел Прандтля и чисел Грасгофа порядка единицы. Диапазон фазовых углов, определяющих косинусоидальные распределения температуры границ,  $0 < \varphi < \pi/2$  (рис. 1), исключая окрестность точек  $\varphi = 0$  (подогрев сбоку) и  $\varphi = \pi/2$  (подогрев снизу).

Для  $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$  численное решение задачи описано в [7]. Приводится обширная информация о линиях тока и изотермах при различных  $\varphi$  и  $Pr = 1$ . В отличие от настоящей работы результаты [7] относятся только к стационарному режиму и не содержат информации о скоростных

и температурных полях, а также локальных характеристик теплоотдачи.

Нами сделана попытка путем решения полной системы уравнений Навье — Стокса с помощью численных методов получить данные о процессе установления стационарного режима и недостающую информацию о нем для  $10^4 < Ra < 10^7$  и  $Pr = 0,68$  (гелий) при  $-\pi/2 < \varphi \leq 0$ .

Изучаемое явление имеет ряд важных технических приложений и описывается системой уравнений движения, неразрывности и энергии. Исследуется двумерное ламинарное нестационарное течение несжимаемой жидкости с постоянными физическими свойствами и линейной зависимостью плотности от температуры. После операции исключения давления и введения функции тока  $\psi$  эта система применительно к условиям рассматриваемой задачи в полярной системе координат  $(r, \theta)$  принимает следующий вид ( $\omega$  — вихрь,  $\Phi$  — температура):

$$(1) \quad \frac{\partial \omega}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \right) \omega - \frac{1}{Gr} \left( \frac{\partial}{\partial r} \cos \theta - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \Phi + \\ + \frac{1}{Gr} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \omega;$$

$$(2) \quad \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \psi = \omega;$$

$$(3) \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Phi + \frac{1}{Ra} \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \Phi,$$

где компоненты вектора скорости связаны с функцией тока соотношениями  $v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ ,  $v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r}$ . Для приведения (1) — (3) к безразмерной форме использованы масштабы:  $\nu Gr$  — функции тока,  $\nu Gr/R_0^2$  — вихря,  $\nu Gr/R_0$  — скорости,  $\frac{R_0^2}{\nu Gr}$  — времени,  $R_0$  — линейных размеров ( $R_0$  —

радиус цилиндрической емкости, см. рис. 1);  $Gr = \frac{g R_0^3 \beta \Delta T}{\nu^2}$  — число Грасгофа,  $Pr = \nu/a$  — число Прандтля,  $Ra = Gr Pr$  — число Рэлея,  $\Phi = \frac{T - T_0}{\Delta T}$  — температура,  $\Delta T = (T_{\max} - T_{\min})/2$ ,  $T_0 = (T_{\max} + T_{\min})/2$ .

Граничные условия к системе уравнений удовлетворяют требованию непроницаемости границ и условиям прилипания:  $\partial \psi / \partial r = \partial \psi / \partial \theta = 0$  при  $r = 1$ . Температура границ изменялась по закону  $\Phi = \cos(\theta + \varphi)$  при  $r = 1$ , где  $\varphi$  — фазовый угол (см. рис. 1), соответствующий максимальному значению температуры на внутренней поверхности цилиндра. Практически примерно такое распределение температуры по поверхности емкости наблюдается, например, при нагревании баллона аэростата солнцем.

Считалось, что в начальный момент времени жидкость (газ) находится в состоянии механического равновесия, а температура жидкости равна нулю. Изучались также процессы установления стационарного режима, в которых в качестве начальных использовались поля  $\psi$ ,  $\omega$ ,  $\Phi$ , полученные в предыдущих вариантах расчета (при меньших  $Ra$  или других  $\varphi$ ).

Для решения системы (1)–(3) был выбран ее конечно-разностный аналог

$$(4) \quad \frac{\omega_{i,j}^{n+1} - \omega_{i,j}^n}{\Delta\tau} = \frac{1}{r_i} \left( \frac{\delta\psi^n}{\delta r} \frac{\delta\omega^n}{\delta\theta} - \frac{\delta\psi^n}{\delta\theta} \frac{\delta\omega}{\delta r} \right) - \frac{1}{Gr} \left( \frac{\delta\Phi^n}{\delta r} \cos\theta_j - \right. \\ \left. - \frac{\sin\theta_j}{r_i} \frac{\delta\Phi^n}{\delta\theta} \right) + \frac{1}{Gr} \left( \frac{\delta^2\omega^n}{\delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\delta\omega^n}{\delta r} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\delta^2\omega^n}{\delta\theta^2} \right);$$

$$(5) \quad \frac{(\psi_{i,j}^{n+1})^{k+1/2} - (\psi_{i,j}^{n+1})^k}{0,5\sigma} = \frac{\delta^2(\psi^{n+1})^{k+1/2}}{\delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\delta(\psi^{n+1})^{k+1/2}}{2\delta r} + \\ + \frac{1}{r_i^2} \frac{\delta^2(\psi^{n+1})^k}{\delta\theta^2} - \omega_{i,j}^{n+1}, \\ \frac{(\psi_{i,j}^{n+1})^{k+1} - (\psi_{i,j}^{n+1})^{k+1/2}}{0,5\sigma} - \frac{\delta^2(\psi^{n+1})^{k+1/2}}{\delta r^2} + \\ + \frac{1}{r_i} \frac{\delta(\psi^{n+1})^{k+1/2}}{2\delta r} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\delta^2(\psi^{n+1})^{k+1}}{\delta\theta^2} - \omega_{i,j}^{n+1};$$

$$(6) \quad \frac{\Phi_{i,j}^{n+1} - \Phi_{i,j}^n}{\Delta\tau} = \frac{1}{r_i} \left( \frac{\delta\psi^{n+1}}{\delta r} \frac{\delta\Phi^n}{\delta\theta} - \frac{\delta\psi^{n+1}}{\delta\theta} \frac{\delta\Phi^n}{\delta r} \right) + \\ + \frac{1}{Ra} \left( \frac{\delta^2\Phi^n}{\delta r^2} + \frac{1}{r_i} \frac{\delta\Phi^n}{\delta r} + \frac{1}{r_i^2} \frac{\delta^2\Phi^n}{\delta\theta^2} \right),$$

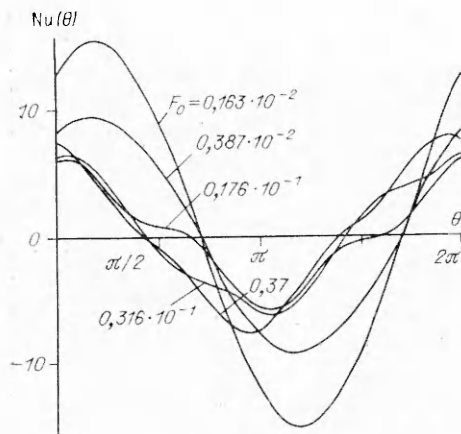
где разностные операторы

$$\frac{\delta f}{\delta r} = \frac{f_{i+1,j} - f_{i-1,j}}{2\Delta r}; \quad \frac{\delta^2 f}{\delta r^2} = \frac{f_{i+1,j} - 2f_{i,j} + f_{i-1,j}}{\Delta r^2}; \quad \frac{\delta f}{\delta\theta} = \frac{f_{i,j+1} - f_{i,j-1}}{2\Delta\theta}; \\ \delta^2 f / \delta\theta^2 = (f_{i,j+1} - 2f_{i,j} + f_{i,j-1}) / \Delta\theta^2.$$

Процедура вычисления неизвестных функций следующая. По известным  $\Phi_{i,j}^n$ ,  $\omega_{i,j}^n$ ,  $\psi_{i,j}^n$  из (4) определяем  $\omega_{i,j}^{n+1}$ . Используя разностную схему переменных направлений (5) на каждом временном слое, методом итераций находим  $\psi_{i,j}^{n+1}$  ( $\sigma$  — итерационный параметр). В граничных узлах  $\omega_{N,j}^{n+1} = \frac{\delta\psi_{N-1,j}^{n+1} - \psi_{N-2,j}^{n+1}}{2\Delta r^2}$ , где  $N$  — число узлов по координате  $r$ . Согласно (6), с учетом граничных условий получаем  $\Phi_{i,j}^{n+1}$ . В точке  $r = 0$

$f_{1,j}^{n+1} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M f_{2,j}^{n+1}$ . Затем цикл вычислений повторяется. Расчеты выполнялись на сетках  $21 \times 21$ ,  $21 \times 41$ ,  $41 \times 41$ . Основная серия решений сделана на сетке  $21 \times 21$ .

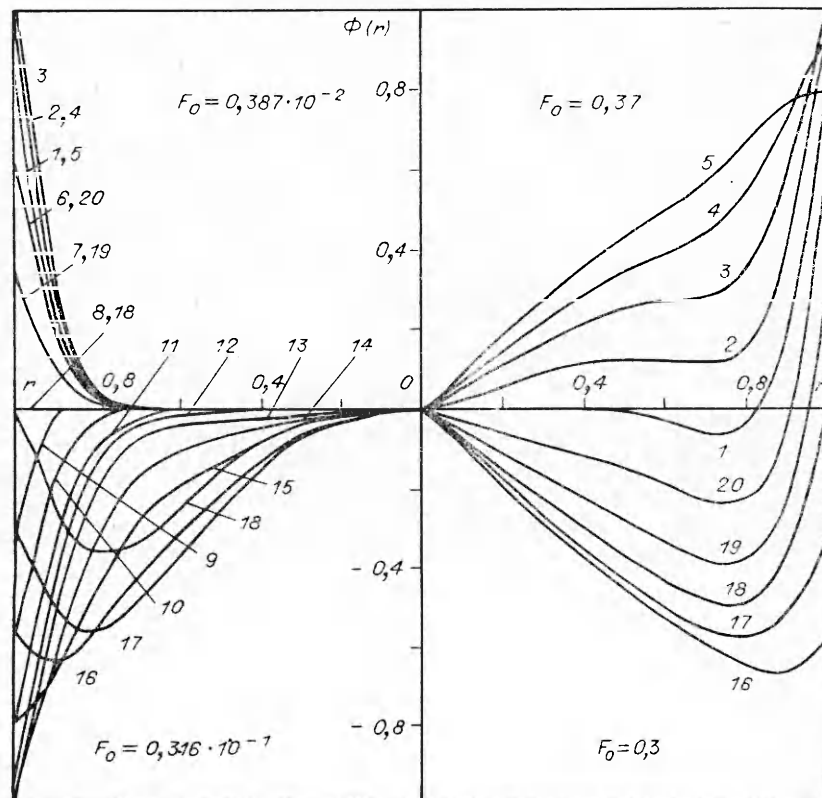
Рассмотрим закономерности развития процесса естественной конвекции при  $\varphi = -\pi/5$  и  $Ra = 44\,640$ . Анализ полученных решений показывает, что процесс установления стационарного режима может быть разбит на три стадии. При  $F_0 \leq 0,6 \cdot 10^{-2}$  — начальная стадия с преобладающим влиянием теплопроводности. На это указывает косинусоидальный закон распределения чисел Нуссельта  $Nu(\theta) = \left( \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right)_{r=1} = \frac{q_{ст} R_0}{\lambda \Delta T}$  по граница емкости. О незначительной конвекции на этой стадии можно судить по совпадению угловых положений экстремальных значений  $Nu$  с положениями  $\Phi_{max}$  и  $\Phi_{min}$ , заданными в граничных условиях (рис. 2). Семейство кривых  $Nu(\theta)$ , построенных для  $F_0 = a\tau_1/R_0^2$  (кривая 1 —  $F =$



Р и с. 2

$= 0,163 \cdot 10^{-2}$ ; 2 —  $0,387 \cdot 10^{-2}$ ; 3 —  $0,176 \cdot 10^{-1}$ ; 4 —  $0,316 \cdot 10^{-1}$ ; 5 —  $0,37$ ), показывает, что падение уровня чисел Нуссельта с увеличением  $F_0$  замедляется, в то время как точки, отвечающие плотности теплового потока  $q_{ст} = 0$ , на этой стадии с течением времени практически не перемещаются вдоль границы. Так, например, числам  $F_0 = 0,79 \cdot 10^{-3}$ ;  $0,27 \cdot 10^{-2}$ ;  $0,64 \cdot 10^{-2}$  соответствуют значения  $Nu_{max} = 20,6$ ;  $11,5$ ;  $7,1$ . Прогреваясь, жидкость перемещается вдоль границ емкости в направлении против часовой стрелки, образуя в центральной части малоподвижное ядро (при  $r < 0,825$ ,  $v_\theta < 0,5 \cdot 10^{-4}$ ) со сложной двухвихревой структурой течения.

Линия тока вблизи границ по форме близка к окружностям. Тангенциальная составляющая скорости  $v_\theta$  направлена против часовой стрелки. С уменьшением радиуса линии тока с двух диаметрально противоположных сторон резко отклоняются в сторону центра в виде восьмерки, в петлях которой формируются вихревые структуры с направлением вращения против часовой стрелки. Центры вихрей располагаются на концах диаметра, наклоненного к горизонтали под углом  $\theta \approx 22^\circ$  при  $F_0 = 0,6 \cdot 10^{-2}$ . Температура жидкости значительно изменяется только вблизи стенок (на рис. 3 левая верхняя четверть  $F_0 = 0,387 \cdot 10^{-2}$ ). Нумерация профилей  $\Phi(r)$  и  $v_\theta(r)$  на рис. 3, 4 отвечает угловой разметке на рис. 1. При  $r < 0,8$  сохраняется изотермическая область с температурой  $\Phi = 0$ .



Р и с. 3

Для температурных и скоростных профилей, относящихся к одному и тому же диаметру, характерна обратная симметрия относительно начала координат ( $r = 0$ ). Это свойство остается и на последующих стадиях процесса теплообмена. Используя его по семейству профилей температур  $\Phi(r)$  и скоростей  $v_\theta(r)$ , приведенных для различных  $\theta$  и  $F_0$  на рис. 3, 4, можно построить профили для другой половины цилиндра.

Вторая, переходная стадия наступает при  $0,6 \cdot 10^{-2} < F_0 < 0,15$  и характеризуется интенсивным развитием конвекции в полости и перестройкой структуры скоростных и температурных полей. С течением времени

уровень скоростей  $v_\theta$  быстро растет во всей области, включая ранее малоподвижную центральную зону. Благодаря действию поля внешних массовых сил конвективное течение вблизи границ направлено вверх вдоль нагретой стенки и вниз вдоль холодной. Линии тока сгущаются в пристеночном слое, сначала, на первой стадии, при углах  $\theta \approx \pi/10$  и  $11\pi/10$ ,  $0,85 < r < 0,95$ , затем, по мере роста уровня скоростей, область наибольшей плотности линий тока и, следовательно, наибольшего расхода смещается в направлении течения. Профили скоростей  $v_\theta(r)$  для каждого значения полярного угла  $\theta$  различны и имеют экстремумы. В каждый момент времени для  $v_{\theta\max}$  в поле течения есть определенный угол  $\theta = \theta_{\max}$ , который на первой стадии, начиная от  $\theta_{\max} \approx \pi/10$ , постепенно увеличивается с ростом  $F_0$ . На второй стадии  $\theta_{\max}$  возрастает, достигая наибольшего значения  $\pi/4$  при  $F_0 \approx 0,025$ , уменьшается при  $F_0 \geq 0,025$  и к концу стадии приближается к нулю. В частности, при  $F_0 = 0,275 \times 10^{-2}$   $v_{\theta\max} = 0,29 \cdot 10^{-3}$ ,  $\theta_{\max} = \pi/10$ , при  $F_0 = 0,176 \cdot 10^{-1}$   $v_{\theta\max} = 0,143 \cdot 10^{-2}$ ,  $\theta_{\max} \approx 2\pi/10$ . Самое высокое значение  $v_{\theta\max} = 0,164 \times 10^{-2}$  достигается при  $F_0 = 0,025$ . Характер профилей скорости  $v_\theta(r)$ , построенных для различных  $F_0$ , показывает, что к третьей стадии наиболее существенные изменения структуры скоростного поля происходят не вблизи стенки, а в центральной части цилиндра.

На рис. 5 представлены линии тока и изотермы при  $Ra = 44640$ ,  $\varphi = -\pi/5$ ,  $F_0 = 0,0316$ , отвечающие второй стадии процесса установления. Проникновение нагретых пристеночных слоев жидкости в более холодные зоны и холодных слоев в более нагретые хорошо заметно на изотермах для разных  $F_0$ . На второй стадии линии изотерм в пристеночной области принимают форму выступов, направленных в сторону течения. На температурных профилях это заметно по появлению точек перегиба на кривых, а затем экстремумов при определенных  $\theta$  (см. рис. 3,  $F_0 = 0,316 \cdot 10^{-1}$ ,  $F_0 = 0,37$ ).

Движение слоев жидкости относительно стенки приводит к смещению экстремальных значений  $Nu$  в направлении против течения (см. рис. 2) для  $F_0 > 0,387 \cdot 10^{-2}$  (вторая стадия процесса). Прогретая жидкость, поднимаясь вверх вдоль стенки, уменьшает  $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_{r=1}$ , а вовлекаемые в движение более холодные слои жидкости (ниже по течению), наоборот, способствуют возрастанию  $\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r}\right)_{r=1}$ . По изменению профилей температуры и изотерм видно, что температурное поле в пристеночном слое в основном формируется уже в самом начале второй стадии, в то время как формиро-

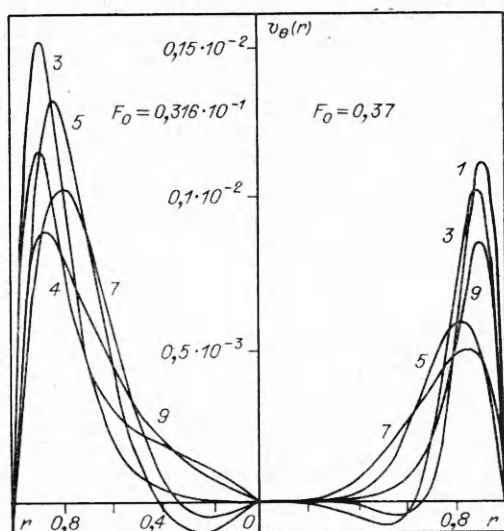


Рис. 4

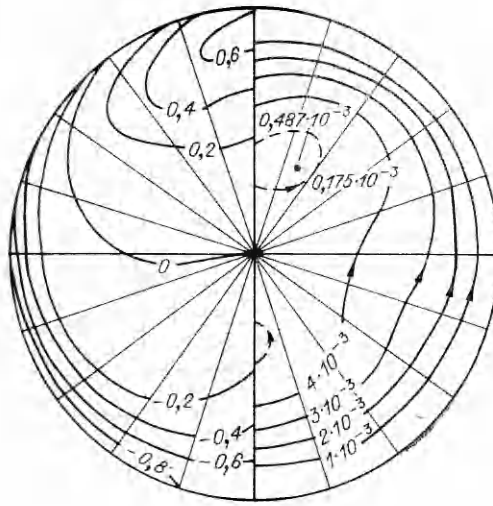


Рис. 5

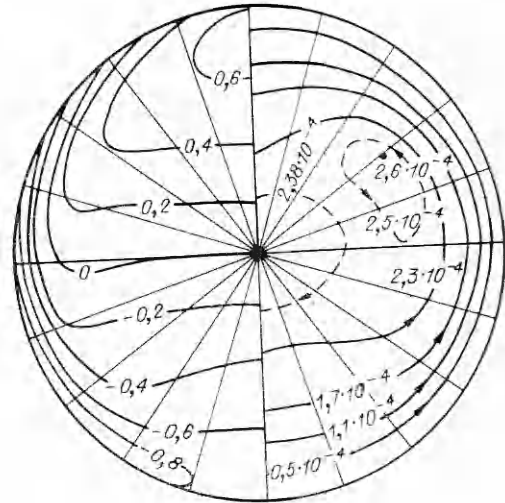


Рис. 6

вание структуры температурного поля в ядре продолжается вплоть до полного установления стационарного режима. Эта особенность процесса установления отражается на характере распределения  $Nu(\theta)$  по границам цилиндра. С формированием температурного поля в пристеночном слое возникают более или менее устойчивые положения экстремумов  $Nu_{\max}(\theta)$ ,  $Nu_{\min}(\theta)$ , как по фазе, так и по амплитуде, при  $F_0 \geq 0,9 \cdot 10^{-2}$ . Далее, по мере образования стратифицированной структуры поля температур в центральной области в результате теплового взаимодействия центральной области и периферии на кривых  $Nu(\theta)$  возникают характерные уступы, перемещающиеся во времени в направлении течения и в конце концов сливающиеся с экстремумами (см. рис. 2,  $F_0 \geq 0,176 \cdot 10^{-1}$ ).

К началу третьей стадии  $F_0 \geq 0,15$  формирование внутренней структуры течения практически завершается. Поля скоростей и температур почти не изменяются с течением времени. В центральной части цилиндра ( $r < 0,6$ ) образуется малоподвижное ядро с характерной вертикальной температурной стратификацией. Наибольшие градиенты температур на границах  $\left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=1}$  и, следовательно, экстремальные значения  $Nu(\theta)$ , по сравнению с первой стадией, смещены по фазе против течения на угол  $\approx 48^\circ$ . Кривая  $Nu(\theta)$  близка к синусоиде. Профили скоростей  $v_\theta(r)$  имеют экстремумы вблизи границ при  $0,8 < r < 0,9$ . На установившемся режиме наибольшее значение  $v_{\theta \max}$ , так же, как это было на первой стадии, опять соответствует  $\theta_{\max} \approx \pi/10$  (см. рис. 4,  $F_0 = 0,37$ ). При  $F_0 > 0,2$  в центральной части области появляется третий, слабый эллипсоидный вихрь, медленно вращающийся по часовой стрелке (рис. 6,  $F_0 = 0,37$ ,  $\varphi = -\pi/5$ ,  $Ra = 44640$ ).

Характерные признаки всех стадий перестройки структуры течения при нулевых начальных условиях оказались одинаковыми для диапазона фазовых углов  $-\pi/5 \leq \varphi \leq 0$ . В том случае, когда процесс установления стационарного режима начинается с состояния гидродинамического равновесия, соответствующего другим значениям  $Ra$  или  $\varphi$ , сохраняются основные закономерности лишь двух последних стадий.

Обработка результатов численного решения методами теории подобия и размерности, ценой некоторого разброса параметров, позволила получить обобщенную критериальную формулу для расчета средних чисел Нуссельта  $\langle Nu \rangle$  в граничных узлах, лежащих на полуокружности и отвечающих  $q_{\text{ст}}(\theta) = 0$ , в условиях стационарного режима в виде  $\langle Nu \rangle = c Ra^n$ , где  $n = 0,0355\varphi + 0,3106$ ,  $c = 0,1823 - 0,3 \cdot 10^{-4} \exp(-6,2577\varphi)$ .

Положение  $Nu_{\max}$  зависит от  $Ra$  и  $\varphi$ . В таблице приводятся значения  $\Delta\theta = |\varphi + \theta_{\max}|$  для некоторых из решений. Данная критериальная за-

висимость может быть использована при  $10^4 < Ra < 10^7$  в диапазоне  $-\pi/2 < \varphi \leq 0$ .

Анализ влияния шага сетки на полученные решения показывает, что наиболее существен выбор достаточно мелкого шага по  $r$  и менее существен — по  $\theta$ . О влиянии шага разностной сетки на значение

$Nu_{\max}$  можно судить по следующим данным ( $N$  — число узлов по координате  $r$ ,  $M$  — по координате  $\theta$ ,  $Ra = 4,5 \cdot 10^5$ ,  $\varphi = 0$ ):  $N \times M = 21 \times 21, 21 \times 41, 41 \times 41$ ,  $Nu_{\max} = 19,4; 19,5; 16,6$  соответственно. Наибольшие расхождения в распределении локальных  $Nu(\theta)$  на разных сетках замечены лишь на сравнительно небольших участках границ:  $\theta_{\max} \pm \pi/10$  и  $\theta_{\min} \pm \pi/10$ . Увеличение числа узлов по координате  $r$  приводит к уменьшению  $|Nu(\theta)|$ .

Ra	$\Delta\theta =  \varphi + \theta_{\max} $ , град		
	$\varphi = 0$	$\varphi = -\pi/5$	$\varphi = -2\pi/5$
$0,446 \cdot 10^5$	27	47,7	63,5
$0,446 \cdot 10^6$	30,6	52,5	70,2

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Полежаев В. И. Нестационарная ламинарная тепловая конвекция в замкнутой области при заданном потоке тепла // МЖГ. — 1970. — № 4.
2. Тарунин Е. Л. Нестационарная тепловая конвекция в шаровой полости // МЖГ. — 1970. — № 4.
3. Исследование процессов теплообмена в элементах конструкции. — М., 1973. — (Тр./МВТУ; № 170).
4. Мартыненко О. Г., Соковицкий Ю. А. Свободно-конвективный тепло- и массообмен: Библиогр. указ. — Минск: ИТМО АН БССР, 1982. — 1987.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Замкнутый конвективный пограничный слой // ДАН СССР. — 1959. — Т. 124, № 2.
6. Острах С., Мэнлод Э. Р. Естественная конвекция внутри горизонтального цилиндра // Тепло- и массообмен. — М.: Энергия, 1968. — Т. 1.
7. Чернатыйский В. И. Численное исследование конвекции в горизонтальном цилиндре круглого сечения // Гидродинамика. — Пермь: Перм. пед. ин-т, 1974. — Вып. 7.

г. Горький

Поступила 23/1 1989 г.,  
в окончательном варианте — 26/VI 1989 г.

УДК 539,3; 534.1

А. И. Абакумов, С. К. Жабицкий, С. А. Новиков

### РАДИАЛЬНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ОДНОСЛОЙНЫХ И ДВУХСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ОБЖАТИИ

Во многих конструкциях, работающих в условиях интенсивного импульсного нагружения (например, взрывные камеры), находят применение многослойные тонкостенные оболочки. Одна из задач, связанных с анализом прочности таких конструкций, — задача о динамической потере устойчивости. При ее рассмотрении большое внимание уделяется в основном однослойным оболочкам [1—6]. Важным результатом теоретических исследований явилось получение соотношений, позволяющих предсказывать номера критических изгибных форм, для которых рост амплитуд максимален, а также величину импульса, вызывающего возбуждение этих форм до заметных амплитуд [2]. Наряду со значительным числом работ, посвященных динамической потере устойчивости однослойных оболочек при импульсном нагружении, количество публикаций по описанию поведения двухслойных оболочек ограничено. Возможно, это связано со сложностью учета контактных взаимодействий между слоями.

Данная работа, являющаяся продолжением [7], посвящена расчетно-экспериментальному исследованию динамической потери устойчивости металлических одно- и двухслойных цилиндрических оболочек при импульсном радиальном обжатии. В наших опытах однослойные оболочки были изготовлены из стали (Ст. 20) и предварительно отожженной меди (М1), а двухслойные — из Ст. 20. Зазор между слоями в двухслойной оболочке отсутствовал.

Схема постановки опытов приведена на рис. 1. На наружной поверхности оболочки 1 размещался слой 3 пластичного взрывчатого вещества (ПВВ). Для получения импульса требуемой длительности между слоем