

К ОПИСАНИЮ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ СТЕКЛОПЛАСТИКОВ

Г. И. Брызгалин (Новосибирск)

Деформационные свойства стеклопластиков изучались рядом исследователей; результаты экспериментов, представленные в работах [1-5], позволяют считать, что при кратковременном воздействии нагрузок стеклопластик с двумя взаимноперпендикулярными направлениями армирования ведет себя как упруго-ортотропное тело. Однако при длительной работе материала появляются значительные деформации ползучести и схема упругого тела становится непригодной. В работе [6] решена задача о ползучести пластинки из стеклопластика, который рассматривается как упруго-ортотропное тело со сдвиговой ползучестью. Ниже приводятся результаты экспериментов, обосновывающие такую модель, и предлагается способ получения необходимых постоянных и функций.

Обозначения

x, y — взаимно перпендикулярные направления армирования материала или главные оси анизотропии модели,	E_φ — оператор упругости с последним действием [8] в направлении φ ,
φ — угол между некоторым направлением в плоскости и положительным направлением оси x ,	h_1, h_2 — поперечные деформации образцов материала, вырезанных вдоль осей x и y ,
$e_1, e_2, \varepsilon_\varphi$ — продольные деформации образцов материала, вырезанных вдоль осей x, y и под углом φ ,	ν_1, ν_2 — коэффициенты Пуассона модели при простом растяжении вдоль осей x и y ,
$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_\varphi$ — аналогичные величины для модели,	G — оператор сдвига модели для осей x, y, t — время в час.,
E_1, E_2 — модули упругости модели в направлениях x и y ,	$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ — общепринятые обозначения для деформаций и напряжений модели.

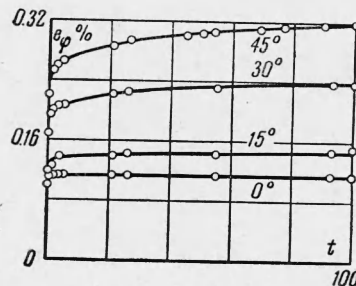
Значком \circ будем обозначать мгновенные (упругие) составляющие деформаций, а значком c — временные (ползучие) составляющие, так, например, $e_1(t) = e_1^\circ + e_1^c(t)$.

1. Испытания проведены на машинах, описанных в статье [7] при постоянной температуре $30^\circ\text{C} (\pm 1.5^\circ\text{C})$. Материал — стеклопластик АГ-4с с одинаковым числом слоев армирования, поставленный в виде плит, квадратных в плане (сторона квадрата 250 мм, толщина плит от 3 до 4.5 мм). Образцы в форме полосок (25×230 мм) вырезались под разными углами к направлениям армирования и испытывались на ползучесть при простом растяжении с постоянными и ступенчато меняющимися нагрузками. Термической обработки материала не производилось, прогрев в установке перед испытанием длился 2—3 часа. Продольные деформации замерялись микронными и двухмикронными индикаторами (иногда соточными) на базе 100 мм. Поперечные деформации измерялись на базе 25 мм пневмодатчиками, протарированными при помощи микронного индикатора; чувствительность пневмодатчиков — 0.1 мк.

Длительность испытаний — не менее 70 час, а нагружение производилось в течение 3—5 сек, это позволяет разделить мгновенные и ползучие деформации. Для испытанного материала в выбранной области напряжений ($1-4 \text{ кг/мм}^2$) характерен значительный разброс результатов, в связи с чем количественное сравнение будет производиться для образцов, вырезанных из одной и той же плиты.

Для выяснения характера анизотропии деформаций ползучести было испытано 15 образцов из четырех плит при постоянной нагрузке ($\sigma = 3 \text{ кг/мм}^2$). Каждая плита разрезалась веером на четыре образца, продольные оси которых составляли $0, 15, 30$ и 45° к оси x . Экспериментальные кривые деформация-время полученные при постоянной нагрузке ($\sigma = 3 \text{ кг/мм}^2$) для образцов, вырезанных из одной плиты под разными углами ($0, 15, 30, 45^\circ$) к одному из направлений армирования, представлены на фиг. 1.

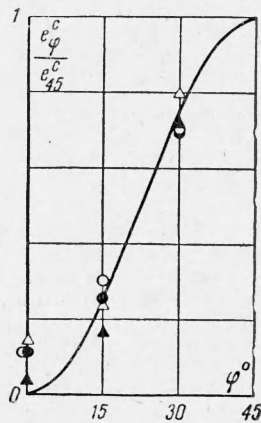
Для временных деформаций анизотропия оказывается еще более резкой, чем для мгновенных. При $\varphi = 45^\circ$ деформации ползучести e_{45}^c значительны и кривая деформирования хорошо аппроксимируется функцией вида $a + bt^n$, где a, b, n — постоян-



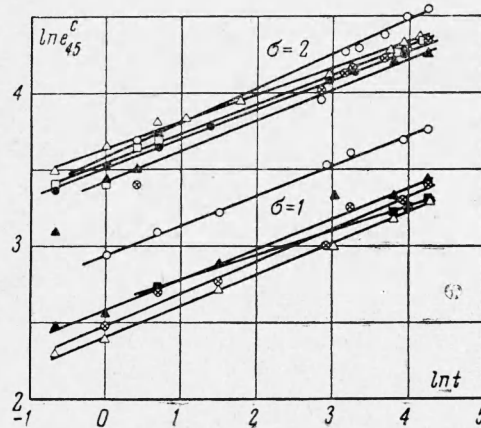
Фиг. 1

ные. При $\varphi = 0^\circ$ ползучесть существенно меньше и по истечении некоторого времени практически прекращается, это объясняется тем, что напряжения в связующем релаксируют и нагрузка целиком передается на стеклонити, которые при нормальных температурах не ползут.

Зависимость деформаций ползучести от ориентации образцов для всех четырех плит представлена на фиг. 2. По оси ординат откладывались отношения e_φ^c/e_{45}^c при $t = t_0 = 100$ для образцов из одной и той же плиты (экспериментальные точки одинаковые),

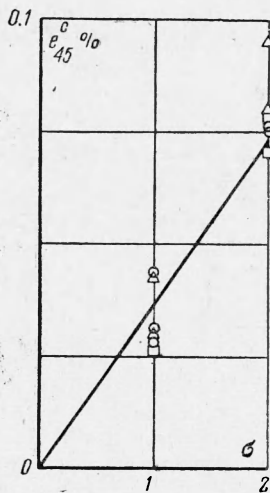


Фиг. 2



Фиг. 3

по оси абсцисс — углы φ (для одной из плит $t_0 = 70$); кривая — график функции $\sin^2 2\varphi$; как будет показано ниже, экспериментальные точки должны ложиться на эту кривую, если материал ортотропен и обладает ползучестью только за счет сдвигов по главным площадкам анизотропии. В данном случае точки систематически отклоняются от кривой при $\varphi = 0^\circ$, но это отклонение невелико.



Фиг. 4

Для нахождения зависимости деформаций ползучести от напряжения и времени ($\varphi = 45^\circ$) проведены испытания при постоянных нагрузках в диапазоне напряжений от 1 до 4 кг/мм² длительностью 70 час. В работе представлены только те эксперименты, в которых при разных напряжениях испытывались соседние образцы, вырезанные из одной плиты. На фиг. 3 построены логарифмы деформаций ползучести в функции от логарифмов времени для двух постоянных нагрузок ($\sigma = 1$ кг/мм² и $\sigma = 2$ кг/мм²); интервал времени от 0.5 до 70 час. Экспериментальные точки в большинстве случаев хорошо ложатся на прямые, наклон которых примерно одинаков, это означает, что деформации ползучести являются степенными функциями времени и кривые деформация-время для разных напряжений подобны. Показатель степени n близок к 0.20.

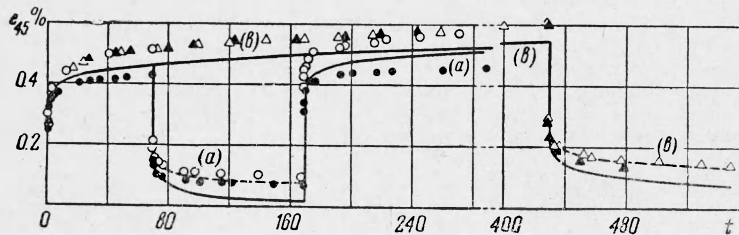
По результатам этих же испытаний для момента времени $t = 70$ на фиг. 4 построена зависимость деформаций ползучести от напряжения при постоянной нагрузке (точки — эксперимент, прямая — аппроксимация). Эта зависимость нелинейна, однако линейная аппроксимация не дает большой погрешности. Если привлечь все проведенные эксперименты, то это утверждение можно считать верным при полученном разбросе для $\sigma \leq 3$ кг/мм². Зависимость деформаций ползучести от времени остается неизменной для всего диапазона испытаний.

При выборе теории ползучести, описывающей поведение материала в случае переменных напряжений, весьма показательными будут эксперименты со ступенчато меняющимися нагрузками. Два образца из разных плит ($\varphi = 45^\circ$) были испытаны по следующей программе:

$$\begin{aligned} \sigma = 4 \text{ кг/мм}^2 & \text{ при } 0 < t < 70, & \sigma = 0 & \text{ при } 70 < t < 170 \\ \sigma = 4 \text{ кг/мм}^2 & \text{ при } 170 < t < 300 \end{aligned} \quad (\text{a})$$

Зависимость полных деформаций от времени при ступенчато меняющихся нагрузках (программы (а) и (в)) представлены на фиг. 5. На отрезке времени $[0, 70]$ проведена осредняющая кривая, которая описывается выражением (деформация в процентах)

$$e_{45}(t) = 0.275 + 0.081 \cdot t^{0.2} \equiv f(t)$$



Фиг. 5

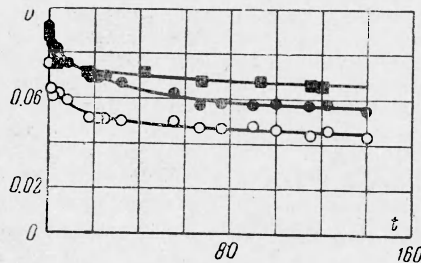
На следующих двух участках теоретическая кривая (сплошная линия) строилась при помощи последнего равенства и принципа наложения

$$e_{45}(t) = f(t) - f(t - 70) \quad \text{для } 70 < t < 170$$

$$e_{45}(t) = f(t) - f(t - 70) + f(t - 170) \quad \text{для } 170 < t < 300$$

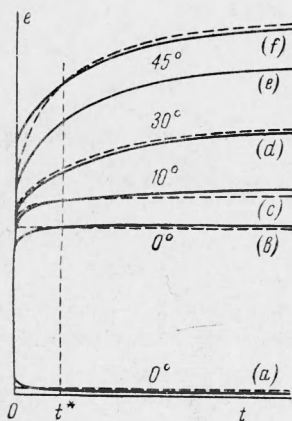
Материал удовлетворительно подчиняется принципу наложения (теории наследственности). Лучшего совпадения расчетных и экспериментальных данных можно достичь способом, изложенным в [9], — штриховая кривая на фиг. 5; на третьем участке данной программы обе кривые практически совпадают.

При расчете предполагалось, что зависимость $e_{45}(t) = f(t)$ остается неизменной (для $\sigma = \text{const}$) на отрезке времени, существенно большем 70 час, поэтому были испытаны еще два образца из тех же плит (треугольнички на фиг. 5) по такой программе



Фиг. 6

$$\sigma = 4 \text{ кг/мм}^2 \quad \text{при } 0 < t < 430, \quad \sigma = 0 \quad \text{при } 430 < t < 550 \quad (\text{в})$$



Фиг. 7

Выберем момент времени t^* , после которого изменения деформаций при $\sigma = \text{const}$ и $\varphi = 0^\circ$ становятся незначительными, и заменим кривую ползучести $e_1 = e_1(t)$ прямой, проходящей через точку $[t^*, e_1(t^*)]$ параллельно оси времени. Такая операция иллюстрируется на фиг. 7 в, где сплошная линия — схематическая кривая ползучести, а штриховая — ее аппроксимация. Аналогично можно поступить и для $\varphi = 90^\circ$; поведе-

Мгновенные деформации оказались несколько большими, а временные — весьма близкими к функции $0.081 \cdot t^{0.2}$; при возврате картина примерно та же, что и для первых двух образцов.

Чтобы выяснить характер изменения поперечных деформаций при продольной нагрузке, из одной плиты были вырезаны образцы вдоль направления армирования и испытаны при постоянной нагрузке $\sigma = 3 \text{ кг/мм}^2$ с замером продольных и поперечных деформаций; отношения полных поперечных деформаций к полным продольным дали значения функции $\nu(t)$, соответствующей коэффициенту Пуассона в условиях ползучести; экспериментальные кривые для $\nu(t)$ изображены на фиг. 6, они примечательны малыми значениями коэффициента Пуассона и быстрым затуханием скорости изменения функции $\nu(t)$.

2. Используя полученные экспериментальные данные, построим модель стеклопластика так, чтобы уравнения содержали один оператор и в условиях ползучести деформации были близки к деформациям реального материала. Ограничимся случаем плоского напряженного состояния и постоянной температурой.

ние функции $v(t)$ позволяет сделать то же самое и с поперечными деформациями (см. фиг. 7а). Такие замены искажают деформационные свойства и в других направлениях, поэтому далее производится более детальное построение модели и сравнение ее свойств с поведением реального материала.

Полагаем, что модель обладает следующими свойствами:

А) При постоянных напряжениях полные деформации модели вдоль главных направлений анизотропии равны полным деформациям материала в некоторый момент времени t^* , достаточно удаленный от момента нагружения.

В) Мгновенные и ползучие деформации образцов, вырезанных под углом 45° к направлениям армирования, для материала и модели совпадают.

С) В общем случае связь между напряжениями и деформациями модели в главных осях анизотропии определяется равенствами [6]

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x - \frac{\nu_2}{E_2} \sigma_y, \quad \varepsilon_y = -\frac{\nu_1}{E_1} \sigma_x + \frac{1}{E_2} \sigma_y \quad (1)$$

$$\gamma_{xy} = \mathbf{G}^{-1} \tau_{xy} = (G^\circ)^{-1} \tau_{xy} + (G^\circ)^{-1} \int_0^t G^{-1} (t - \theta) \tau_{xy}(\theta) d\theta$$

Пользуясь условием С), можно доказать, что в новых осях координат x^1, y^1 , повернутых в плоскости xy на некоторый угол φ относительно оси x , формулы связи между напряжениями и деформациями записываются внешне почти так же, как и в случае упруго-ортоотропного тела. Отличие от формул анизотропной упругости (см., например, (9,9), (9,10) работы [10]) состоит в том, что постоянную G следует заменить оператором \mathbf{G} .

За основные эксперименты выбираем следующие.

1) Ползучесть при постоянном напряжении σ образцов, вырезанных вдоль оси x , с замером продольных $e_1(t)$ и поперечных $h_1(t)$ деформаций.

2) Ползучесть при постоянном напряжении σ образцов, вырезанных вдоль оси y , с замером продольных $e_2(t)$ и поперечных $h_2(t)$ деформаций.

3) Ползучесть при постоянных напряжениях образцов, вырезанных при $\varphi = 45^\circ$, с замером продольных деформаций $e_{45}(t)$.

Пользуясь этими экспериментами и свойствами модели, постулированными в А), В), С), определим постоянные и оператор в равенствах (1).

Из испытания 1) для момента времени t^* получим $e_1(t^*)$, $e_1^c(t^*)$, e_1^0 , а также $h_1(t^*)$, $h_1^c(t^*)$, h_1^0 . При помощи условия А) найдем полные (они же упругие) деформации модели

$$\varepsilon_1 = e_1(t^*), \quad \chi_1 = h_1(t^*) \quad (2)$$

Полагая в равенствах (1)

$$\sigma_x = \sigma, \quad \sigma_y = \tau_{xy} = 0, \quad \varepsilon_x = e_1(t^*), \quad \varepsilon_y = h_1(t^*)$$

имеем

$$E_1 = \frac{\sigma}{e_1(t^*)}, \quad \nu_1 = -\frac{h_1(t^*)}{e_1(t^*)}$$

Из испытаний 2) и условия А) для e_2, χ_2, E_2, ν_2 получим аналогичные выражения, в которых индекс x заменен на y и 1 на 2.

В соответствии с замечанием относительно условия С), для оператора, определяющего свойства модели в направлении под углом φ , имеем равенство

$$E_\varphi^{-1} = \frac{\cos^4 \varphi}{E_1} + \frac{1}{4} \left(G^{-1} - \frac{2\nu_1}{E_1} \right) \sin^2 2\varphi + \frac{\sin^4 \varphi}{E_2}$$

Умножая обе части этого равенства на постоянное напряжение σ_φ , лежащее в пределах линейной зависимости $\varepsilon_\varphi - \sigma_\varphi$, перейдем к соответствующему равенству в деформациях

$$\varepsilon_\varphi(t) = e_1 \cos \varphi + \frac{1}{4} [\gamma(t) + 2\chi_1] \sin^2 2\varphi + e_2 \sin^4 \varphi \quad (3)$$

где $\varepsilon_\varphi(t) = E_\varphi \sigma_\varphi = \varepsilon_\varphi^0 + \varepsilon_\varphi^c(t)$, $\gamma(t) \equiv \gamma_{xy}(t) = \mathbf{G}^{-1} \sigma_\varphi = \gamma^0 + \gamma^c(t)$

Из правой части (3) видно, что зависимость временных деформаций от угла φ определяется функцией $\sin^2 2\varphi$. Разделяя мгновенные и временные деформации в (3) и полагая $\varphi = 45^\circ$, имеем

$$\varepsilon_{45}^0 = \frac{1}{4} (e_1 + e_2 + 2\chi_1 + \gamma^0), \quad \varepsilon_{45}^c(t) = \frac{1}{4} \gamma^c(t) \quad (4)$$

Согласно условию В) $\varepsilon_{45}^0 = e_{45}^0$, $\varepsilon_{45}^c(t) = e_{45}^c(t)$, причем величины e_{45}^0 и $e_{45}^c(t)$

находятся при помощи основных экспериментов, так что используя (2) и (4), получим сдвиговые деформации модели при чистом сдвиге в главных осях анизотропии

$$\gamma^{\circ} = 4e_{45}^{\circ} - e_1(t^*) - e_2(t^*) - 2h_1(t^*), \quad \gamma^c(t) = 4e_{45}^c(t)$$

Пользуясь свойствами операторов Вольтерра [8], найдем

$$(G^{\circ})^{-1} = \frac{\gamma^{\circ}}{\sigma_{\varphi}}, \quad G^{-1}(t) = \frac{d}{dt} [\gamma^c(t)]$$

Таким образом, все искомые величины в равенствах (1) определены.

Привлекая экспериментальные данные и некоторые качественные соображения, сравним поведение материала и модели в некоторых простейших случаях деформирования. Расчет проведен для той из четырех плит, данные которой наиболее неблагоприятны для сравнения; приводим экспериментальные значения деформаций в процентах

$$e_1^{\circ} = 0.124, \quad e_1(10) = 0.139, \quad e_1(70) = 0.142 \\ e_{45}^{\circ} = 0.175, \quad e_{45}(70) = 0.290$$

Обозначим через $\Delta(t)$ разность между деформациями модели и материала, отнесенную к деформации материала. Пусть $t^* = 10$.

В случае простого растяжения вдоль направления армирования для продольных деформаций получаем

$$\Delta(0) < 13\%, \quad \Delta(10) = 0, \quad \Delta(70) \approx -2\%$$

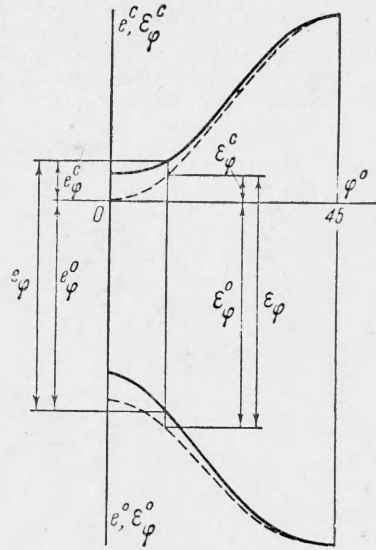
Поперечные деформации дают большие процентные отклонения, однако по абсолютной величине они незначительны в силу малости коэффициента Пуассона.

При чистом сдвиге, если считать свойства материала одинаковыми вдоль осей x и y , $\Delta(0) \approx -5\%$, $\Delta(t^*) \approx 0$ и далее с ростом t меняется незначительно.

На фиг. 8 дается качественное сравнение деформаций материала и модели (сплошные и штриховые линии соответственно) в зависимости от ориентации образцов. По оси абсцисс — угол φ в градусах; по оси ординат вниз — упругие деформации, вверх — деформации ползучести, накопленные к некоторому моменту времени $t \geq t^*$. Нижние кривые соответствуют обычной зависимости для деформаций упруго-ортотропного тела и различие их обусловлено только разными значениями мгновенных деформаций материала и модели вдоль главных направлений. Верхняя штриховая кривая есть график функции $\sin^2 2\varphi$ (см. (3)); верхняя сплошная кривая построена на основе экспериментальных данных (точки на фиг. 3). Расстояния по вертикали между сплошными линиями равны полным деформациям материала, между штриховыми — полным деформациям модели.

Развитие деформаций во времени при постоянном напряжении σ для материала и модели (сплошные и штриховые линии соответственно) качественно иллюстрируется на фиг. 7. Кривые (a) и (b) соответствуют поперечным (взятым по модулю) и продольным деформациям при простом растяжении; ползучесть модели отсутствует; кривые (c) соответствуют деформированию при простом растяжении для образцов с малым углом φ , появляются некоторые деформации ползучести модели; для больших углов φ (кривые (d)) деформации модели и материала близки, а для $\varphi = 45^\circ$ (кривые (e)) — совпадают; кривые (f) — ползучесть при чистом сдвиге интенсивностью напряжений σ в главных осях анизотропии.

Таким образом, при постоянных напряжениях основное различие в поведении материала и модели наблюдается в начальный период после нагружения и обусловлено заменой экспериментальных кривых ползучести прямыми параллельными оси времени в случае $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$. Истинное распределение начальных напряжений и деформаций получим, решая упругую задачу с использованием постоянного материала (а не модели). Решение задачи ползучести для модели будет хорошо аппроксимировать состояние материала при $t \geq t^*$. При переменных напряжениях, если скорость их изменения достаточно мала, следует ожидать удовлетворительного совпадения в поведении материала и модели. Если в некоторый момент времени напряжение изменяется резко, то такое совпадение наступит с определенным запозданием.



Фиг. 8

