ЛИТЕРАТУРА

1. **Veronis G.** Large amplitude Benard convection in a rotating fluid // J. Fluid Mech.— 1968.— V. 31, N 1.
2. **Герценштейн С. Я., Шмидт В. М.** Нелинейное развитие и взаимодействие возмущений конечной амплитуды при конвективной неустойчивости вращающегося плоского слоя // ДАН СССР.— 1975.— Т. 225, № 1.
3. **Герценштейн С. Я., Шмидт В. М.** Нелинейное взаимодействие конвективных волновых движений и возникновение турбулентности во вращающемся горизонтальном слое // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1977.— № 2.
4. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости.— М.: Наука, 1972.
5. **Беляев Ю. Н., Яворская И. М.** Конвективные течения во вращающихся сферических слоях // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа.— 1982.— Т. 17.
6. **Петровская Н. В., Юдович В. И.** Вторичные стационарные и периодические режимы конвекции во вращающемся слое со свободными недеформируемыми границами//Задачи гидромеханики и тепломассообмена со свободными границами.— Новосибирск: НГУ, 1987.
7. **Chandrasekhar S.** The instability of a layer of fluid heated below and subject to Coriolis forces // Proc. Roy. Soc. London.— 1953.— V. A217, N 1130.
8. **Петровская Н. В., Фадеев А. К., Юдович В. И.** Численное исследование конвекции во вращающемся слое.— Ростов н/Д, 1987.— Деп. в ВИНИТИ 11.02.87, N 996-В87.
9. **Петровская Н. В.** О применении метода Галеркина к исследованию переходов в задаче рэлеевской конвекции // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 2.

г. Ростов-на-Дону *Поступила 17/VII 1989 г.*

УДК 533.6.01

Н. Ж. Джайчибеков, С. К. Матвеев

ПРИМЕНЕНИЕ ТРЕХКОМПОНЕНТНОЙ МОДЕЛИ К РАСЧЕТУ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ ГАЗОВЗВЕСЬЮ И РАЗРЕЖЕННЫМ ГАЗОМ

Для описания задачи обтекания тел газовзвесью (газом с твердыми частицами) в [1] предложена четырехкомпонентная модель. Газовзвесь представляется смесью четырех компонентов: несущего газа и трех сортов частиц — не претерпевших столкновений падающих s-частиц, упорядоченно движущихся отраженных r- и хаотически движущихся t-частиц. Предполагается, что любые две столкнувшиеся частицы (учитываются только парные столкновения) оказываются в сорте t. Частицы считаются одинаковыми сферами, диаметр которых d_0 много меньше характерного размера тела, а плотность ρ_0 много больше плотности газа. Функция распределения t-частиц по скоростям полагается близкой к максвелловской и для t-компонента используются некоторые результаты кинетической теории, полученные для газа, состоящего из сферических молекул. При этом пренебрегается влиянием сопротивления несущего газа и возможной неупругости столкновений на вид формул для потоков массы, импульса и энергии. Эти факторы учитываются при вычислении кинетической энергии хаотического движения частиц U_t, определяемой из уравнения баланса, в котором присутствуют члены, описывающие диссипацию этой энергии вследствие указанных причин.

Перечисленные предположения, подробно обсужденные в [1], не имеют строгого обоснования, однако они позволили построить довольно простую модель газовзвеси, учитывающую хаотическое движение частиц и, как показало сравнение расчетов [2] с экспериментальными данными [3], правильно описывающую экранирующее влияние отраженных частиц.

Практическая реализация этой модели весьма сложна. Однако в ряде случаев нет надобности использовать модель в полном объеме и хаотическое движение частиц можно учесть в рамках более простых моделей среды. Так, в [4] решается задача обтекания сферы газовзвесью на основе трехкомпонентной модели, где r- и t-компоненты объединены. Это условие выполняется, например, когда поверхность тела имеет шероховатость, соизмеримую с размером частиц.

В данной работе изучается случай, когда влиянием газа на движение частиц можно пренебречь. Такие условия реализуются в экспериментах, где длина скоростной релаксации частиц много больше характерного размера тела [3, 5], и можно рассматривать обтекание тел потоком твердых частиц (без учета несущей фазы). Если принять также, что газ из t-частиц невязкий и нет еплопроводный, то балансовые уравнения можно записать в следующем виде:

$$\partial\rho_i/\partial t + \operatorname{div}(\rho_i \mathbf{v}_i) = J_i \ (i = s,\ r,\ t);$$

$$\rho_t \partial \mathbf{v}_t/\partial t + \rho_t(\mathbf{v}_t \cdot \nabla)\mathbf{v}_t = -\nabla p_t - J_s(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t) - J_r(\mathbf{v}_r - \mathbf{v}_t);$$

$$\rho_t \partial U_t/\partial t + \rho_t(\mathbf{v}_t \cdot \nabla) U_t = -p_t \operatorname{div}\mathbf{v}_t - J_t U_t - J_s(\mathbf{v}_s - \mathbf{v}_t)^2/2 -$$

$$- J_r(\mathbf{v}_r - \mathbf{v}_t)^2/2 - \eta\left(I_{rs}\langle v_{rs}^2\rangle + I_{st}\langle v_{st}^2\rangle + I_{rt}\langle v_{rt}^2\rangle\right)/4 - \Delta_{tt}$$

(ρ_i, $\mathbf{v}_i$ — плотность и скорость соответствующих компонентов, p_t — давление хаотически движущихся частиц). Интенсивность массообмена между компонентами смеси J_i определяется в соответствии с принятым правилом зачисления в сорт t столкнувшихся частиц:

$$J_t = -J_s - J_r,\ J_s = -I_{sr} - I_{st},\ J_r = -I_{rs} - I_{rt},$$

$$I_{ij} = 6\rho_i\rho_j\langle v_{ij}\rangle/(\rho_0 d_0).$$

Здесь $\langle v_{ij}\rangle$ — средний модуль относительной скорости сталкивающихся частиц; Δ_{tt} — диссипация энергии хаотического движения t-частиц вследствие неполной упругости столкновений между собой, вычисляемая по формуле

$$\Delta_{tt} = 32\rho_t^2\eta U^{3/2}/(\sqrt{6\pi}d_0\rho_0),$$

где η — коэффициент, характеризующий упругость частиц ($\eta = 0$ — абсолютная упругость, $\eta = 1$ — абсолютная неупругость). Члены с множителем η в последнем уравнении описывают переход кинетической энергии частиц в тепло, $\langle v_{ij}^2\rangle$ — средний квадрат относительной скорости сталкивающихся частиц.

Давление газа t-частиц находится из уравнения состояния

$$p_t = (\varkappa_t - 1)\rho_t U_t$$

($\varkappa_t = 5/3$ для невращающихся частиц или $\varkappa_t = 4/3$, если учитывается их хаотическое вращение). Для определения $\langle v_{ij}\rangle$ и $\langle v_{ij}^2\rangle$ используются формулы кинетической теории, как для газа из твердых сфер, а η находится эмпирически. Уравнений для нахождения $\mathbf{v}_s$ и $\mathbf{v}_r$ не требуется, поскольку в рассматриваемых условиях скорости s- и r-частиц вдоль траекторий не меняются.

На основе этой модели проведены расчеты осесимметричного обтекания сферы потоком твердых частиц. Закон отражения частиц от поверхности принимался зеркальным (что согласуется с предположением о невязком газе t-частиц), причем s-частицы переходят в сорт r, а для газа t-частиц на поверхности ставится условие непротекания.

Если записать приведенные уравнения в безразмерном виде, относя плотности частиц к $\rho_{s\infty}$ (индексом ∞ отмечены параметры на бесконечности), скорости к $u_{s\infty}$ (u_s — проекция $\mathbf{v}_s$ на ось Ox, которая направлена вдоль оси симметрии), давление к $\rho_{s\infty}u_{s\infty}^2$, а за характерный размер взять радиус сферы (при этом вид уравнений сохранится), то задача будет зависеть только от η, $\varkappa_t$ и $\mathrm{Kn} = d_0/(6\alpha_{s\infty})$, где $\alpha_{s\infty} = \rho_{s\infty}/\rho_0$ — объемная концентрация s-частиц. К примеру, столкновительные члены будут иметь вид

$$I_{st} = \rho_s\rho_t\langle v_{st}\rangle/\mathrm{Kn},\ I_{rt} = \rho_r\rho_t\langle v_{rt}\rangle/\mathrm{Kn},$$

$$\Delta_{tt} = 16\eta\rho_t^2 U^{3/2}/(3\sqrt{6\pi}\,\mathrm{Kn}).$$

Здесь Kn — аналог числа Кнудсена в динамике разреженного газа. Рассматриваемый случай отсутствия в невозмущенном потоке хаотического движения частиц ($\rho_{t\infty} = 0$) аналогичен предельному гиперзвуковому ($\mathrm{M} \to \infty$) обтеканию тела газом и потому в перечне определяющих параметров отсутствует аналог числа Маха.

Обтекание сферы рассчитывалось методом С. К. Годунова [6]. На толщину ударного слоя приходилось 10 ячеек сетки, что обеспечивало точность, достаточную для приводимого ниже качественного анализа.

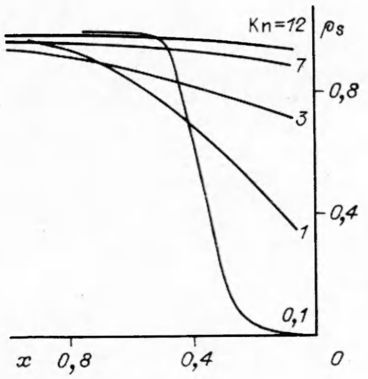

Рис. 1

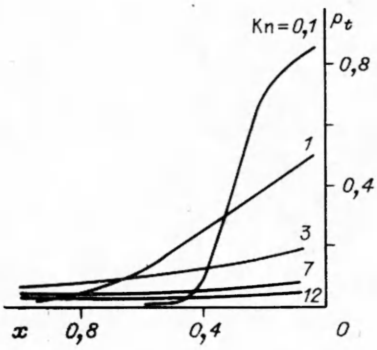

Рис. 2

На рис. 1 изображены кривые падения концентрации s-частиц с приближением к поверхности сферы для различных Кп (ось Ox направлена от лобовой точки в сторону, противоположную направлению основного потока). Здесь и в дальнейшем принято $\eta = 0$, $\varkappa_t = 5/3$. Рассмотренный диапазон Кп соответствует переходному режиму от потока частиц с полной хаотизацией перед телом к потоку одиночных частиц, подобно переходному режиму в динамике разреженного газа. При больших Кп плотность частиц основного потока мало изменяется с приближением к поверхности тела. С уменьшением же Кп все меньше s-частиц достигает поверхности, что связано с увеличением частоты столкновений между частицами. Так, при Кп $= 0{,}1$ s-частицы практически не долетают до поверхности. Это значение можно считать предельным, ниже которого имеет место режим обтекания с плотным экранирующим слоем отраженных частиц перед телом. Давление в таком газе t-частиц вблизи тела больше, чем при Кп $> 0{,}1$ (рис. 2). Зона распространения хаотизированных частиц располагается в непосредственной близости от тела, образуя некий ударный слой. С ростом Кп частота столкновения частиц уменьшается, ударный слой становится толще, а давление t-частиц вблизи поверхности падает.

На рис. 3 приведены кривые распределения концентрации t-частиц на поверхности сферы от лобовой точки до миделя для соответствующих Кп. Для всех режимов характерно наличие высокой концентрации t-частиц вблизи лобовой точки.

На рис. 4 дана кривая зависимости коэффициента сопротивления c_x от числа Кп, где c_x вычислен по суммарному импульсу s- и t-частиц. С увеличением Кп $c_x \to 2$, что отвечает случаю, когда все s-частицы достигают поверхности без столкновений, а при Кп $\to 0$ результат близок к $c_x = 0{,}88$, что получается по модифицированной теории Ньютона при $M \to \infty$.

Качественная картина обтекания сферы потоком упругих частиц близка к картине обтекания сферы разреженным газом, причем принятая

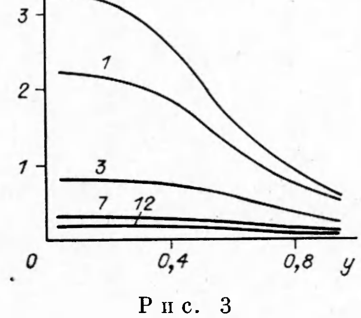

Рис. 3

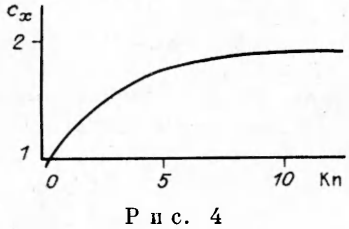

Рис. 4

модель позволяет рассчитывать обтекание при Kn, соответствующих переходному режиму. Это дает основание ожидать, что приведенная трехкомпонентная модель может быть применена для приближенного расчета обтекания тел разреженным газом в переходном режиме. Для этого необходимо использовать более реалистичные законы взаимодействия частиц с поверхностью и учет вязкости t-компонента. Кроме того, для возможности изменять число Маха потребуется ввести хаотическое движение частиц в невозмущенном потоке, поскольку в приведенной модели поток s-частиц отвечает предельному гиперзвуковому случаю $M \to \infty$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Матвеев С. К.** Математическое описание обтекания тел потоком газовзвеси с учетом влияния отраженных частиц // Газодинамика и теплообмен: Межвуз. сб./Ленингр. гос. ун-т.— 1982.— Вып. 7.
2. **Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К.** Расчет обтекания тел потоком твердых частиц // Вести. ЛГУ. Математика, механика, астрономия.— 1986.— № 1.
3. **Баланин Б. А.** О влиянии отраженных частиц на унос массы при обтекании тела двухфазным потоком // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1984.— № 5.
4. **Джайчибеков Н. Ж., Матвеев С. К.** Расчет обтекания сферы газовзвесью на основе трехкомпонентной модели двухфазной среды // Вестн. ЛГУ. Математика, механика, астрономия.— 1985.— № 22.
5. **Баланин Б. А., Лашков В. А.** Сопротивление плоского клина в двухфазном потоке // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1982.— № 2.
6. **Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я. и др.** Численное решение многомерных задач газовой динамики.— М.: Наука, 1976.

г. Караганда, г. Ленинград *Поступила 28/III 1989 г., в окончательном варианте — 20/VII 1989 г.*

УДК 532.526

А. В. Солдаткин

НЕАВТОМОДЕЛЬНАЯ СТРУЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ

Приведены результаты анализа распространения плоской затопленной струи неньютоновской жидкости во всей зоне развития в рамках теории пограничного слоя.

Струйные течения встречаются во многих технологических приложениях. Актуальность анализа струйных неньютоновских течений определяется, в частности, развитием области применения полимеров. Кроме того, не следует забывать об аналогии при изменении интегральных гидродинамических параметров между турбулентным течением и неньютоновской жидкостью.

Ранее получено автомодельное решение для плоской струи неньютоновской жидкости [1]. Ниже исследуется развитие плоской струи неньютоновской жидкости во всей области распространения с помощью численного расчета и метода локального подобия. Для аппроксимации реологии течения используется модель Оствальда — де Виля. Практическое использование этой модели оправдано во многих реальных течениях, например при течении полимера.

Исходные уравнения переноса импульса и неразрывности затопленной плоской струи неньютоновской жидкости имеют вид

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = m\frac{\partial}{\partial y}\left(\left|\frac{\partial u}{\partial y}\right|^{N-1}\frac{\partial u}{\partial y}\right), \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

Граничные условия для струйного течения $\partial u/\partial y = 0$, $v = 0$, $y = 0$, $x > 0$, $u \to 0$, $y \to \infty$. Начальные условия $u = 1$, $x = 0$, $|y| < d/2$, $u = 0$, $|y| \geqslant d/2$.

Наличие интегрального инварианта (импульса струи) позволяет ввести удобную для численного счета замену переменных [2]

$$\xi = x, \quad \eta = \int\limits_0^y u^2\, dy.$$