УДК 536.46

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА «СОБСТВЕННОЙ» ТУРБУЛЕНТНОСТИ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ВБЛИЗИ ЗОНЫ ГАЗИФИКАЦИИ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА. II. ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОБДУВЕ

К. О. Сабденов¹, М. Ерзада²

¹Северо-Казахстанский государственный университет им. М. Козыбаева, 150000 Петропавловск Казахстан, sabdenovko@yandex.kz

²Евразийский национальный университет им. Л. Н. Гумилёва, 010008 Астана, Казахстан

Получено решение задачи определения условий гидродинамической устойчивости при наличии обдува поверхности газификации топлива газовыми продуктами горения. Обдувающий поток имеет малый градиент вдоль направления движения. Анализ найденного дисперсионного уравнения показывает развитие гидродинамической неустойчивости с колебаниями. Коэффициенты переноса «собственной» турбулентности представлены в виде суммы двух слагаемых: первое из них отвечает за перенос при отсутствии обдува, второе является добавкой к нему, учитывающей усиление транспортных процессов при обдуве. Их зависимость от начальной температуры горения твердого топлива предсказывает ослабление отрицательного эрозионного эффекта в соответствии с экспериментальными данными. Учет времени релаксации процесса испарения оказывает стабилизирующее влияние. В пределе сильного проявления релаксации это приводит к колебательной устойчивости (при отсутствии обдува), когда возмущения не растут и не затухают. Но сколь угодно слабый обдув приводит к неустойчивости.

Ключевые слова: эрозионный эффект, «собственная» турбулентность, гидродинамическая неустойчивость.

DOI 10.15372/FGV20170604

ВВЕДЕНИЕ

Для объяснения отрицательного эрозионного эффекта Вилюнова — Дворяшина [1, 2] к настоящему времени предложены различные гипотезы и механизмы [1, 3–10]. Их краткий анализ в [11] выделяет два механизма [8, 9] как наиболее обоснованных. В первом (механизм Гусаченко — Зарко) предполагается существование «собственной» турбулентности вблизи зоны газификации твердого топлива [8]. Взаимодействие такой турбулентности с обдувающим потоком продуктов горения приводит (на нисходящем участке зависимости скорости горения от скорости обдува) к уничтожению «собственной» турбулентности, уменьшая тепловой поток из газовой фазы к поверхности газификации. «Собственная» турбулентность исчезает с ростом скорости обдува. При дальнейшем усилении обдува формируется пристеночная турбулентность и коэффициенты переноса снова растут.

Во втором механизме [9] причиной снижения скорости горения является переход части внутренней энергии продуктов горения в кинетическую энергию движения. Это неизбежное явление в ракетных двигателях, и его легко объяснить, используя закон сохранения энергии. Тогда температура пламени в газовой фазе снижается, что приводит к уменьшению скорости горения.

Одно из необходимых условий реализации указанных механизмов одинаково [12]: зона химических реакций в газовой фазе должна находиться внутри вязкого подслоя турбулентного пограничного слоя, возникающего при движении газовых продуктов горения в канале топливного заряда. В математической форме это условие означает, что число Булгакова — Липанова Θ меньше 1 или число Вилюнова Vi меньше критического значения Vi_{*} [11, 12].

В механизме Гусаченко — Зарко возникновение «собственной» турбулентности может быть вызвано различными причинами, например тепловой неустойчивостью в твердой или

[©] Сабденов К. О., Ерзада М., 2017.

жидкой фазе зоны газификации [8], гидродинамической неустойчивостью вблизи зоны газификации [13], неустойчивостью Зельдовича — Новожилова [4] и, возможно, диффузионнотепловой неустойчивостью [14, 15].

Гидродинамическая неустойчивость возникает преимущественно при $\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial p} > 0$, где u — скорость горения, p — давление. Производная вычисляется при постоянной температуре поверхности газификации твердой фазы топлива (T_s). Гидродинамическая неустойчивость может возникнуть и при $\varepsilon < 0$, но не при всех числах Рейнольдса [13].

Развитие гидродинамической неустойчивости обеспечивается поступающей из зоны газификации энергией. После потери устойчивости возможны два сценария развития гидродинамического течения вблизи зоны газификации. Первый из них, согласно экспериментальным наблюдениям [16-21], это возникновение ячеистых и более сложных пространственных структур, вызванных совместным действием диссипативных и нелинейных процессов. Такие структуры могут существовать длительное время, но могут оказаться и неустойчивыми. Тогда эволюция гидродинамического течения пойдет по второму сценарию и возникнет турбулентное движение — «собственная» турбулентность [8].

В то же время необходимо различать «собственную» турбулентность и классическую [22, 23]. Источник энергии для поддержания классической турбулентности находится в макроскопических масштабах, и имеется широкий интервал пространства и времени для формирования различных масштабов турбулентности. Этого нет у «собственной» турбулентности, которая может существовать в относительно узких пространственно-временных масштабах [13] и для которой велика роль силы вязкого трения.

Для расчета скорости горения при отрицательном эрозионном эффекте необходимо знать основные характеристики «собственной» турбулентности — ее характерное время и масштаб. Это позволит оценить коэффициенты переноса — турбулентной вязкости, диффузии и температуропроводности.

В качестве характерного времени «собственной» турбулентности можно принять обратную величину частоты развития гидродинамических возмущений. Такая частота находится при анализе поведения малых гидродинамических возмущений, возникающих при потере устойчивости стационарного режима горения. Здесь необходимо различать случаи, когда поверхность газификации обдувается газовыми продуктами горения и когда такого обдува нет. В каждом случае «собственная» турбулентность характеризуется различными коэффициентами переноса.

ПРОБЛЕМА ВЫСОКИХ ЧАСТОТ И УЧЕТ МАЛОИНЕРЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ

Используем следующую модель (Беляев — Зельдович) горения твердых ракетных топлив [8, 24]: при стационарном горении твердая фаза превращается в слой жидкости толщиной h, затем жидкость превращается в газ, далее газ сгорает в зоне пламени на расстоянии x_b от поверхности газификации. Жидкая фаза характеризуется вязкостью ν , плотностью ρ_1 и скоростью v_1 . Скорость горения u равна скорости жидкости $(u = v_1)$. Соответственно ρ_2 и v_2 – плотность и скорость газа. Основное движение происходит в направлении координаты x. Модель Беляева — Зельдовича сильно идеализирована, но она относительно проста. Полученные на ее основе результаты имеют самостоятельный теоретический и практический интеpec.

В окрестности зоны газификации твердого ракетного топлива производные стационарных распределений скорости и плотности $\frac{\partial v_2}{\partial x}$ и $\frac{\partial \rho_2}{\partial x}$ являются малыми величинами. Поэтому можно принять $v_2 \approx \text{const}$ и $\rho_2 \approx \text{const}$. Эти приближенные равенства справедливы для возмущений с волновыми числами $k \sim 1/h \gg 1/x_b$ [13].

Рассмотрим результаты анализа гидродинамической неустойчивости в отсутствие обдува поверхности топлива [13]. Обозначим через n отношение плотностей жидкой и газовой фаз: $\rho_1/\rho_2 = v_2/v_1 = n \gg 1$, безразмерный параметр $\Lambda = \varepsilon \rho_1 v_1$ значительно меньше 1 и в обычных условиях камер сгорания ракетных двигателей $n\Lambda \ll 1$. Полученное [13] дисперсионное уравнение относительно безразмерной частоты $\omega = \Omega/(kv_1)$, где Ω — размерная частота, можно записать в упрощенной форме:

$$\omega^2 - \frac{1 + \operatorname{Re}}{\Lambda}\omega + n = 0, \quad \operatorname{Re} = \frac{v_1}{k\nu}, \quad (1)$$

где Re — число Рейнольдса. Наибольшая частота роста возмущений равна

$$\omega_{\max} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \text{Re}}{\Lambda} + \sqrt{\frac{(1 + \text{Re})^2}{\Lambda^2}} - 4n \right) \approx \frac{1 + \text{Re}}{\Lambda}.$$

Соответственно максимальная размерная частота $\Omega_{\text{max}} = k v_1 (1 + \text{Re}) / \Lambda$. Малое значение $\Lambda \approx 10^{-7}$ приводит к очень большой частоте ω_{max}, особенно для возмущений с большими волновыми числами k. Такие значения k наиболее интересны при исследовании свойств «собственной» турбулентности, так как она формируется преимущественно из мелкомасштабного движения жидкости и газа. Появление больших частот указывает на необходимость учета времени релаксации в процессе газификации топлива, или его инерционности. Такая проблема хорошо известна из феноменологической теории нестационарного горения Зельдовича -Новожилова [4], где с целью корректного описания быстропротекающих процессов модернизацию теории проводили в несколько этапов [25, 26]. При учете малоинерционных процессов в развитии гидродинамической неустойчивости можно использовать простые и приближенные методы из теории Зельдовича — Новожилова, где сложные явления характеризуются ограниченным набором времен релаксации.

В исследовании [13] скорость горения определяли по уравнению Герца — Кнудсена, справедливому для испарения жидкости, где отсутствуют химические реакции. В частности, возмущения скорости горения u' и давления p' связаны через коэффициент ε :

$$u' = \varepsilon p'. \tag{2}$$

Уравнение Герца — Кнудсена получено для стационарных процессов [27] и в случае быстрого изменения давления неприменимо: оно не учитывает время релаксации испарения.

Связь вида (2) существует и для реальных твердых топлив, для каждого из них определяется свой коэффициент ε . Для учета инерционности процесса газификации введем параметр χ , он в неявной форме содержит время релаксации. Если p' — действительное значение возмущения давления в момент времени t, то этому соответствует скорость горения

$$u' = \varepsilon p' - \chi \frac{\partial p'}{\partial t},\tag{3}$$

где производная определена на поверхности газификации топлива. Параметр χ имеет такой

же смысл, как в методах [25, 26]: с его помощью в простой форме приближенно учитывается необходимость некоторого времени для отклика скорости горения на изменение давления. Формальное определение параметра χ :

$$\chi = \frac{\partial u}{\partial (\partial p/\partial t)}$$

Использование уравнения (3) не решает полностью проблему появления высоких частот, обращение $\Omega_{\max} = \infty$ в пределе $\Lambda = 0$ возникло вследствие противоречия в исходной постановке задачи [13], где температура в зоне газификации полагалась постоянной. Неустойчивость развивается за счет энергии, поступающей из зоны газификации топлива. Отбор энергии из этой зоны должен снижать температуру в зоне газификации. В пределе $\Lambda \to \infty$ отбираемая на развитие неустойчивого движения энергия тоже неограниченно растет и учет переменности температуры становится все более необходимым. Но привлечение уравнения энергии для описания зоны газификации и ближайшей к ней области чрезмерно усложнит задачу, в этой зоне протекают очень сложные физические и химические процессы и они до сих пор детально не изучены. Поэтому ниже анализ развития неустойчивости проводится в приближении постоянной температуры зоны газификации, но с привлечением (3).

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ОБДУВЕ ПОВЕРХНОСТИ ГАЗИФИКАЦИИ. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

При наличии обдува исследование гидродинамической неустойчивости проводится для возмущений с непрерывным спектром волновых чисел k. Возмущение (деформацию) ζ поверхности жидкой пленки (см. рисунок) представляется в виде

$$\zeta = D \exp(\Omega t + iky) = D\psi, \qquad (4)$$
$$\psi = \exp(\Omega t + iky),$$

где $D = \text{const}, i = (-1)^{1/2}, t$ — время, y — координата вдоль поверхности горения.

В области 1 (-h < x < 0, см. рисунок) стационарный режим горения характеризуется скоростями жидкости $v_{1x}^0 = v_1 = u$, $v_{1y}^0 = 0$ и давлением $p_1 = p_0$ — const. При возникновении возмущений они получают дополнительные составляющие v'_{1x} , v'_{1y} и p'_1 .



Область вблизи зоны газификации при наличии гидродинамических возмущений

В области 1 используем уравнения Навье — Стокса

$$\frac{\partial v'_{1x}}{\partial t} + v_1 \frac{\partial v'_{1x}}{\partial x} = \\
= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p'_1}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'_{1x}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'_{1x}}{\partial y^2} \right), \\
\frac{\partial v'_{1y}}{\partial x} + v_1 \frac{\partial v'_{1y}}{\partial x} =$$
(5)

$$\partial x = -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p'_1}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v'_{1y}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v'_{1y}}{\partial y^2} \right)$$

Поскольку здесь рассматриваются только гидродинамические возмущения, то плотность и температура газа и жидкости постоянные. Тогда справедливо уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v'_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial v'_{1y}}{\partial y} = 0.$$
 (6)

Решения уравнений (5), (6) имеют вид:

 ∂t

$$p_{1}' = A_{1}\rho_{1}\psi\left(\frac{\Omega}{k}+v_{1}\right)\left[\exp(-2kh-kx)-\exp(kx)\right],$$

$$v_{1x}' = \left[\exp(kx)+\frac{\Omega+kv_{1}}{\Omega-kv_{1}}\exp(-2kh-kx)\right]\psi A_{1} + C_{1}\psi\exp(\alpha_{1}x) + C_{2}\psi\exp(\alpha_{2}x),$$

$$v_{1y}' = (7)$$

$$= \left[\exp(kx) - \frac{\Omega + kv_1}{\Omega - kv_1} \exp(-2kh - kx) \right] i\psi A_1 +$$

$$+C_1 \frac{i\alpha_1}{k} \psi \exp(\alpha_1 x) + C_2 \frac{i\alpha_2}{k} \psi \exp(\alpha_2 x),$$
$$\alpha_{1,2} = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 + 4\nu(\Omega + \nu k^2)}}{2\nu};$$
$$A_1, A_2, C_1, C_2 = \text{const.}$$

Числовому параметру α_1 соответствует положительный знак перед радикалом, параметру α_2 — отрицательный знак. Скорости v'_{1x}, v'_{1y} и давление p'_1 удовлетворяют условиям на твердой поверхности топлива x = -h:

$$v_{1x}' = v_{1y}' = 0, \ p_1' = 0.$$

Рассмотрим область 2 (см. рисунок). Параметры стационарного режима горения в газовой фазе будем обозначать верхним индексом 0. Соответственно в занятой газом области 2 при стационарном режиме $v_{2x}^0 = v_2 = \rho_1 v_1 / \rho_2$, $v_{2y}^0 = ax$, a = const, давление $p_2^0(y)$ представляется линейной функцией координаты y.

Принятый вид скоростей v_{2x}^0 , v_{2y}^0 справедлив вблизи зоны газификации. Движение тонкого слоя жидкости вдоль поверхности газификации не учитывается, поэтому на поверхности жидкости $(x = 0) v_{2y}^0 = 0$.

Константа *а* связана с градиентом давления $\frac{\partial p_2^0}{\partial y}$ = const вдоль канала топливного заряда. Для нахождения этой связи рассмотрим

уравнение Эйлера для стационарного горения

$$v_{2x}^0 \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2^0}{\partial y}.$$

Используя приведенные выше скорости, находим

$$a = -\frac{1}{\rho_2 v_2} \frac{\partial p_2^0}{\partial y} = \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}$$

Обозначим возмущения скорости газа v'_{2x} , v'_{2y} и давления p'_2 . Силы вязкого трения в газе можно не учитывать. На динамику жидкости в пленке газ не оказывает существенного влияния [28], отношение силы трения в газе к силе трения в жидкости имеют порядок величины $\mu_2/(\nu\rho_1) \approx 10^{-3}$, где μ_2 — динамическая вязкость газа. Поэтому в области 2 (x > 0) используем уравнения Эйлера

$$\frac{\partial v'_{2x}}{\partial t} + v_2 \frac{\partial v'_{2x}}{\partial x} + ax \frac{\partial v'_{2x}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p'_2}{\partial x},$$
(8)
$$\frac{\partial v'_{2y}}{\partial t} + v_2 \frac{\partial v'_{2y}}{\partial x} + av'_{2x} + ax \frac{\partial v'_{2y}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p'_2}{\partial y}$$

и уравнение неразрывности

$$\frac{\partial v'_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial v'_{2y}}{\partial y} = 0.$$
(9)

Давление p'_2 и скорости v'_{2x}, v'_{2y} ищем в виде

$$p'_{2} = \rho_{2} A_{2}^{*}(x)\psi,$$

$$v'_{2x} = B_{2}^{*}(x)\psi, \quad v'_{2y} = C_{2}^{*}(x)\psi.$$
(10)

Возмущения давления и скорости должны затухать на бесконечности $(x \to \infty)$:

$$p'_2 \to 0, \ v'_{2x} \to 0, \ v'_{2y} \to 0.$$
 (11)

Подставив их в уравнения (8), (9), получим

$$\Omega B_2^* + v_2 \frac{dB_2^*}{dx} + axikB_2^* = -\frac{dA_2^*}{dx},$$

$$\Omega C_2^* + v_2 \frac{dC_2^*}{dx} + aB_2^* + axikC_2^* = -ikA_2^*, (12)$$

$$C_2^* = \frac{i}{k} \frac{dB_2^*}{dx}.$$

Эти три уравнения сводятся к одному уравнению для новой функции *H*:

$$v_2 \frac{dH}{dx} = -(\Omega + ikax)H, \quad H = \frac{d^2 B_2^*}{dx^2} - k^2 B_2^*.$$

Отсюда следует, что для нахождения B_2^* необходимо найти решение уравнения

$$\frac{d^2 B_2^*}{dx^2} - k^2 B_2^* = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2} - i\frac{kax^2}{2v_2}\right).$$
(13)

Использование уравнения (13) приводит к чрезмерно сложным математическим выражениям, и они трудно поддаются анализу. Если канал топливного заряда ракетного двигателя достаточно длинный, то в нем реализуется относительно слабый градиент давления и тогда $kax^2/v_2 \ll 1$. В этом случае можно использовать разложение в ряд Тейлора правой части уравнения (13):

$$\frac{d^2 B_2^*}{dx^2} - k^2 B_2^* \approx \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right) \left(1 - i\frac{kax^2}{2v_2}\right)$$

После нахождения общего решения этого уравнения найденную функцию $B_2^*(x)$ подставим во вторую формулу из (10) для определения скорости v'_{2x} . Отвечающее второму условию из (11) решение имеет вид

$$v_{2x}' = B\psi \exp(-kx) + C(1+g(x)) \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right)\psi,$$
$$g(x) = ib - \frac{4i\Omega^2}{kav_2}b^2 - \frac{2i\Omega b}{v_2}x - \frac{ika}{2v_2}x^2, \quad (14)$$
$$b = \frac{akv_2}{\Omega^2 - k^2v_2^2}, \quad B, \ C = \text{const.}$$

Используя третье уравнение из системы (12), находим скорость v'_{2v} :

$$v_{2y}' = -iB\psi \exp(-kx) - C\left(\frac{i\Omega}{kv_2}\left(1+g(x)\right) - \frac{i}{k}\frac{dg}{dx}\right)\exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right)\psi. (15)$$

Для нахождения давления p'_2 сначала обратимся к третьему уравнению в системе (12). При вычислении A_2^* отбрасываем квадратичные по a члены. После несложных расчетов получаем

$$\begin{aligned} \frac{dC_2^*}{dx} &= ikB\exp(-kx) + \\ &+ \frac{i}{k} \left(\frac{d^2g}{dx^2} - \frac{2\Omega}{v_2} \frac{dg}{dx} + \frac{\Omega^2}{v_2^2} g + \frac{\Omega^2}{v_2^2} \right) C \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right), \\ A_2^* &\approx \left(\frac{\Omega}{k} - v_2\right) B \exp(-kx) + \frac{ia}{k} (1 + kx) \times \\ &\times B \exp(-kx) + \frac{ia}{k} \left(1 + \frac{\Omega x}{v_2}\right) C \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right) - \\ &- \frac{v_2}{k^2} \left(\frac{d^2g}{dx^2} - \frac{\Omega}{v_2} \frac{dg}{dx}\right) C \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right). \end{aligned}$$

Используя найденное представление для $A_2^*(x)$ в первом уравнении (10), находим давление p'_2 :

$$p_2' = B\rho_2 \left(\frac{\Omega}{k} - v_2\right) \psi \exp(-kx) + \frac{ia}{k} (1 + kx) \psi B\rho_2 \exp(-kx) - \frac{2ikav_2^2}{\Omega^2 - k^2 v_2^2} C\rho_2 \psi \exp\left(-\frac{\Omega x}{v_2}\right).$$
(16)

Сформулируем условия на границе раздела жидкой и газовой фаз ($x \approx 0$). Зависимость скорости испарения от кривизны поверхности жидкости и действие сил поверхностного натяжения слабо влияют на условия возникновения и развития гидродинамической неустойчивости [13]. Эти два фактора здесь во внимание не принимаются. Условия из [13, 29, 30] необходимо изменить с учетом уравнения (3) для возмущения скорости горения. Поэтому на границе $x \approx 0$ должны выполняться условия:

$$v_{1y}' + v_1 \frac{\partial \zeta}{\partial y} = v_{2y}' + v_2 \frac{\partial \zeta}{\partial y},$$
$$v_{1x}' = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \varepsilon p_2' + \chi \frac{\partial p_2'}{\partial t},$$
$$v_{2x}' = \frac{\partial \zeta}{\partial t} + n \left(\varepsilon p_2' + \chi \frac{\partial p_2'}{\partial t}\right), \qquad (17)$$

$$p_1' - p_2' = 2\nu\rho_1 \frac{\partial v_{1x}'}{\partial x} + 2\rho_1 v_1 (n-1) \bigg(\varepsilon p_2' + \chi \frac{\partial p_2'}{\partial t}\bigg).$$

Отношение толщины жидкой пленки h к ширине зоны горения x_b порядка $0.1 \div 0.01$ [8, 13, 31]. Поэтому ниже принимаем $h/x_b \ll 1$. Использование этого неравенства и отбрасывание малых величин порядка h^2 и выше позволяют записать приближенные значения скоростей v'_{1x} , v'_{1y} , производной $\frac{\partial v'_{1x}}{\partial x}$ и давления p'_1 на границе раздела сред [13]:

$$v_{1x}'|_{x=0} \approx 0, \quad v_{1y}'|_{x=0} \approx -i\frac{2h}{\nu k} (\Omega + kv_1)\psi A_1$$
$$\frac{\partial v_{1x}'}{\partial x}\Big|_{x=0} \approx -\frac{2h}{\nu} (\Omega + kv_1)\psi A_1,$$
$$p_1'|_{x=0} \approx -2A_1\rho_1 h(\Omega + kv_1)\psi.$$

Эти равенства, формула для деформации поверхности жидкой пленки (4), уравнения для скоростей и давления из (14)–(16) используются в граничных условиях (17). В результате получаем алгебраические уравнения относительно неизвестных $A = 2h(\Omega + kv_1)A_1$, B, C, D:

$$-\frac{1}{\nu k}A + B + \frac{\Omega}{kv_2}C - kv_1(n-1)D -$$

$$-\frac{1}{k}\left(g_{0}^{\prime}-\frac{\Omega}{v_{2}}g_{0}\right)C=0,$$

$$\Omega D+\varepsilon_{\chi}\rho_{2}\left[\left(\frac{\Omega}{k}-v_{2}\right)B+\frac{ia}{k}B-\frac{2iak}{\Omega^{2}/v_{2}^{2}-k^{2}}C\right]=0,$$

$$B+C(1+g_{0})=\Omega D+\varepsilon_{\chi}n\rho_{2}\left[\left(\frac{\Omega}{k}-v_{2}\right)B+\frac{ia}{k}B-\frac{2iak}{\Omega^{2}/v_{2}^{2}-k^{2}}C\right],$$

$$nA-[1+2\varepsilon_{\chi}\rho_{1}v_{1}(n-1)]\left[\left(\frac{\Omega}{k}-v_{2}\right)B+\frac{ia}{k}B-\frac{2iak}{\Omega^{2}/v_{2}^{2}-k^{2}}C\right]=0,$$

где $\varepsilon_{\chi} = \varepsilon - \chi \Omega$; символами g_0, g'_0 обозначены значения g(x) и $\frac{dg(x)}{dx}$ в точке x = 0.

Для существования нетривиального решения системы (18) его определитель должен быть равен нулю. Выполнение этого условия дает дисперсионное уравнение относительно безразмерной частоты $\omega = \Omega/(kv_1)$. Не приводя детали вычисления определителя, представим лишь результат:

$$\begin{bmatrix} 1 - \Lambda_{\chi} \frac{n-1}{n} (\omega - n) - i\Lambda_{\chi} \omega_{a} \frac{n-1}{n} \end{bmatrix} \times \\ \times \left(\frac{\omega^{2}}{n} - \delta_{2} \right) - (1 + \delta_{1})\omega - \\ - \left[\Lambda_{\chi} \frac{n-1}{n} - \operatorname{Re} \frac{1 + 2\Lambda_{\chi}(n-1)}{n} \omega \right] \times \\ \times (\omega - n + i\omega_{a})(1 + \delta_{1}) = 0, \quad (19) \\ \omega_{a} = \frac{a}{kv_{1}}, \quad \Lambda_{\chi} = \varepsilon_{\chi} \rho_{1} v_{1}, \\ \delta_{1} = g_{0} + \Lambda_{\chi} \frac{n-1}{n} \frac{2i\omega_{a} n^{2}}{\omega^{2} - n^{2}}, \\ g_{0} = ib \left(1 - \frac{4\omega^{2}}{n\omega_{a}} b \right), b = \omega_{a} \frac{n}{\omega^{2} - n^{2}}, \\ \delta_{2} = \frac{\omega}{k} \left(g_{0}' - \frac{kv_{1}}{v_{2}} \omega g_{0} \right) + \end{aligned}$$

$$+\frac{2i\omega_a n^2}{\omega^2 - n^2} \bigg[\Lambda_{\chi} \frac{n-1}{n} - \operatorname{Re} \frac{1 + 2\Lambda_{\chi}(n-1)}{n} \, \omega \bigg].$$

После несложных преобразований в δ_2 запишем

$$\frac{\omega}{k}\left(g_0' - \frac{kv_1}{v_2}\,\omega g_0\right) = \frac{i\omega^2}{n}\frac{\omega^2 - 3n^2}{\omega^2 - n^2}\,b.$$

ОЦЕНКА ТУРБУЛЕНТНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПЕРЕНОСА

Уравнение (19) получено в приближении слабого градиента давления вдоль поверхности газификации, он представлен в виде безразмерной частоты ω_a . Поэтому уравнение (19) имеет смысл только для малых частот ω_a и его можно упростить. Для упрощения будем учитывать неравенство $n \gg 1$, а также рассматривать относительно высокие частоты $\omega \approx \omega_{\text{max}} \sim 1/\Lambda_{\chi}$. Тогда $\omega \gg n$ и можно принять следующие приближенные представления:

$$b \approx \omega_a \frac{n}{\omega^2}, \quad \frac{\omega}{k} \left(g'_0 - \frac{\Omega}{v_2} g_0 \right) \approx i\omega_a,$$
$$g_0 \approx -3i\omega_a \frac{n}{\omega^2}, \quad \delta_1 \approx g_0 \approx -\frac{3i\omega_a n}{\omega^2},$$
$$\Lambda_\chi \frac{n-1}{n} - \operatorname{Re} \frac{1+2\Lambda_\chi (n-1)}{n} \omega \approx$$

$$pprox \Lambda_{\chi} - \operatorname{Re} \frac{\omega}{n} pprox - \operatorname{Re} \frac{\omega}{n}, \quad \delta_2 pprox i\omega_a - \operatorname{Re} \frac{2i\omega_a n}{\omega}.$$

Уравнение (19) содержит относительно малые величины порядка $\omega_a \ll \omega$. С учетом приведенных равенств дальнейшая оценка членов уравнения (19) показывает, что наиболее существенен комплекс

$$-i\Lambda_{\chi}\omega_{a}\frac{n-1}{n}\frac{\omega^{2}}{n}\approx-i\Lambda_{\chi}\omega_{a}\frac{\omega^{2}}{n}.$$

Он образуется при раскрытии первых двух скобок в начале уравнения (19). По сравнению с ним все остальные члены с частотой ω_a пренебрежимо малы. Поэтому уравнение (19) можно записать в виде

$$\omega^2 - \frac{\operatorname{Re} + 1}{\Lambda_{\chi}} \omega + n - \frac{n}{\Lambda_{\chi}(\omega - n)} i\Lambda_{\chi}\omega_a \frac{\omega^2}{n} \operatorname{Re} \frac{\omega}{n} \approx$$

$$\approx \omega^2 - \frac{\operatorname{Re} + 1}{\Lambda}\omega + n - i\omega_a \operatorname{Re} \frac{\omega}{(\omega - n)} \frac{\omega^2}{n} \approx 0.$$

Отсюда, полагая $\omega/(\omega - n) \approx 1$, получаем упрощенное уравнение

$$\omega^2 \left(1 - i \frac{\omega_a \text{Re}}{n} \right) - \frac{\text{Re} + 1}{\Lambda_{\chi}} \omega + n \approx 0, \quad (20)$$
$$\Lambda_{\chi} = \Lambda - k\chi \rho_1 v_1^2 \omega.$$

В случае отсутствия обдува ($\omega_a = 0$) и инерционности испарения ($\chi = 0$) из (20) следует известное уравнение (1). Если в (20) $\chi = 0$ ($\Lambda_{\chi} = \Lambda$) и $\omega_a \neq 0$, то получим новую приближенную оценку наибольшей частоты ω_{\max} :

$$\omega_{\max} \approx \frac{\operatorname{Re} + 1}{\Lambda} \left(1 + i \frac{\omega_a \operatorname{Re}}{n} \right).$$

Здесь комплексная часть указывает на обязательное колебательное движение газа и жидкости при наличии обдува поверхности топлива продуктами горения. Критерием применимости этой формулы является неравенство $\omega_a \ll n/\text{Re}$. Его можно записать в виде условия на градиент скорости обдувающего потока и на градиент давления вдоль канала топливного заряда:

$$\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} \ll n\nu k^2, \quad -\frac{\partial p^0}{\partial y} \ll \rho_2 v_2 n\nu k^2.$$

В уравнении для максимальной частоты в размерном виде

$$\Omega_{\rm max} \approx \frac{{\rm Re} + 1}{\Lambda} k v_1 + i \frac{{\rm Re}({\rm Re} + 1)}{n\Lambda} \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}$$
(21)

присутствуют характерные времена t_1 и t_2 :

$$t_1 = \frac{\Lambda}{(\mathrm{Re}+1)kv_1}, \quad t_2 = \frac{n\Lambda}{\mathrm{Re}(\mathrm{Re}+1)} \left(\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}\right)^{-1}.$$

Если $\Lambda > 0$, то время t_1 характеризует экспоненциальный рост возмущений в отсутствие обдува. При наличии обдува возникает дополнительная характеристика t_2 , ее обратная величина определяет частоту колебаний возмущений. В общем случае амплитуда возмущений A_p растет по закону

$$A_p = A_0 \exp \frac{t}{t_1} \cos \left(\frac{t}{t_2} + \varphi_0\right), \ A_0, \ \varphi_0 = \text{const.}$$

Наиболее быстро растут мелкомасштабные возмущения с большими волновыми числами, но они меньше проявляют колебательные свойства по сравнению с крупномасштабными возмущениями.

Точное определение турбулентных коэффициентов переноса — очень сложная задача, к настоящему времени она не решена и существуют только рекомендации частного характера. По всей видимости, когда возмущения не слишком велики, коэффициенты переноса могут быть выражены через характерные времена, найденные в линейной теории устойчивости пламени [32]. Транспортные характеристики турбулентности определяются наиболее быстро растущими возмущениями.

В условиях без обдува $(v_{2y}^0 = 0)$ возмущения растут экспоненциально без колебаний. Можно ожидать, что вблизи поверхности топлива появится ячеистая или другая структура пламени. Горение вблизи поверхности газификации имеет много сходства с горением перемешанных газов над проницаемой пористой пластиной, где наблюдается образование ячеистых структур [16], которые могут быть статичными или находиться в непрерывном движении и сопровождаться исчезновением старых и возникновением новых ячеек [33–35].

Возникновение структурного пламени можно рассматривать как промежуточный этап при образовании «собственной» турбулентности. Вместе с тем структурное пламя частично сохраняет свойства начального ламинарного пламени и частично обладает свойствами турбулентного пламени. Поэтому структурное пламя можно приближенно представлять одномерным фронтом горения и характеризовать коэффициентами переноса, как и турбулентное пламя.

Теоретический расчет скорости движения ячеистого пламени [35] указывает на ее обратную пропорциональность характерному времени роста возмущений t_* , найденному в теории гидродинамической неустойчивости пламени Ландау — Дарье [29, 30] (время t_* в работе [35] является линейной частью характерного времени в теории Ландау — Дарье, разложенного по малой величине коэффициента расширения газа).

Отсюда можно заключить, что зависимость скорости структурного и слабого турбулентного пламен (а также коэффициентов переноса в них) от характерного времени роста возмущений имеет надежное обоснование.

Для оценки коэффициентов переноса «собственной» турбулентности рассмотрим вначале случай отсутствия обдува. При такой турбулентности хаотичные пульсации скорости v'_{t2} порядка величины самой скорости v_2 в газовой фазе: $v'_{t2} \approx v_2$. В произвольной точке пространства изменение скорости происходит за время t_1 , при этом формируется масштаб турбулентности $l_* \approx t_1 v'_{t2} \approx t_1 v_2$. Тогда (первый) коэффициент турбулентной «вязкости» ν_{t1} будет порядка величины

$$\nu_{t1} \approx l_* v_{t1}' \approx t_1 v_2^2 = \frac{\Lambda}{(\text{Re}_* + 1)k_* v_1} v_2^2 = l_1 v_2,$$
(22)
$$l_1 = \Lambda n / (\text{Re}_* + 1)k_*, \quad \text{Re}_* = v_1 / k_* \nu,$$

где k_* — эффективное волновое число.

При наличии обдува $(v_{2y}^0 \neq 0)$ происходит качественное изменение «собственной» турбулентности, появляется новое характерное время t_2 и возмущения растут с колебаниями. Качественно меняется также и пространственное распределение возмущений. Это видно из уравнения (13), где правая часть в случае $\Omega = \Omega_{\text{max}}$ содержит быстро осциллирующую функцию

$$\operatorname{const} \cdot \exp\left(-\frac{(\operatorname{Re}+1)v_1kx}{\Lambda v_2}-\right)$$

$$-i\frac{\operatorname{Re}(\operatorname{Re}+1)}{n\Lambda v_2}\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}x - i\frac{kax^2}{2v_2}\right)$$

Тогда пространственно-временное поведение возмущений становится сложным, на первоначальное движение с масштабом l_* накладываются дополнительные турбулентные движения с характерной скоростью $v'_{t2} = l_*/t_2$. Сильное изменение физической картины развития неустойчивости позволяет считать параметр t_2 дополнительной характеристикой «собственной» турбулентности, соответственно к начальной турбулентной «вязкости» ν_{t1} добавляется вязкость

$$\nu_{t2} \sim l_* v_{t2}' = \frac{l_*^2}{t_2} = \frac{\operatorname{Re}_*}{\operatorname{Re}_* + 1} \frac{\Lambda n}{k_*^2} \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} = l_2^2 \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x},$$

$$l_2 = \sqrt{\frac{\operatorname{Re}_*}{\operatorname{Re}_* + 1} \frac{\Lambda n}{k_*^2}}.$$
(23)

Уравнения (22) и (23) получены грубым приближенным способом. Обоснованием их правильности на качественном уровне служит обращение ν_{t1} и ν_{t2} в нуль при отсутствии горения ($v_1 = 0$). «Вязкость» ν_{t2} тоже равна нулю в условиях без обдува ($v_{2y}^0 = 0$), т. е. предельные условия выполняются и представления (22) и (23) непротиворечивы.

КАЧЕСТВЕННЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Определение коэффициента «вязкости» ν_{t2} по уравнению (22) подобно определению турбулентного коэффициента переноса в полуэмпирической теории Прандтля [22, 36].

Есть принципиальное отличие уравнения (20) от уравнения Прандтля

$$\nu_{\rm P} = l_{\rm P}^2 \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}$$

где $\nu_{\rm P}$, $l_{\rm P}$ — вязкость и путь смешения по Прандтлю. По мере приближения к твердой поверхности путь смешения $l_{\rm P}$ (следовательно, и $\nu_{\rm P}$) становится очень малым [36–38] и на самой поверхности (x = 0) обращается в нуль:

$$l_{\rm P} \approx q \frac{v_*}{2\nu_2} x^2, \quad q = 4.23 \cdot 10^{-3}$$

где ν_2 — кинематическая вязкость газа, масштаб скорости v_* определен через касательное напряжение на поверхности раздела сред τ_s : v_* = $(\tau_s/\rho_2)^{1/2}$.

Отношение турбулентной вязкости Прандтля к вязкости «собственной» турбулентности равно

$$\frac{\nu_{\rm P}}{\nu_{t2}} = \left(\frac{l_{\rm P}}{l_2}\right)^2$$

Проведем оценку отношения $l_{\rm P}/l_2$. В условиях камер сгорания ракетных двигателей примем $k_* \approx 2\pi/h \approx 10^6 \text{ м}^{-1}, \nu \approx 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}, \nu_2 \approx 10^{-5} \text{ м}^2/\text{c}, v_1 \approx 10^{-2} \text{ м/c}, v_* \approx 10 \text{ м/c}, n \approx 10^3, n\Lambda \approx 10^{-4}$ [13, 24, 31]. Отсюда находим $\text{Re}_* \approx 10^{-2} \text{ н} l_2 \approx 10^{-9} \text{ м.}$

Для пути смешения Прандтля получаем $l_{\rm P} \approx 2 \cdot 10^3 x^2$. На расстояниях $x \approx l_2$ он равен $l_{\rm P} \approx 2 \cdot 10^{-11}$ м. Таким образом, $l_{\rm P}/l_2 \approx 2 \cdot 10^{-2} \ll 1$ и $\nu_{\rm P}/\nu_{t2} \ll 1$.

По мере удаления от поверхности газификации путь смешения Прандтля $l_{\rm P}$ быстро растет. Равенство $\nu_{\rm P} \approx \nu_{t2}$ (или $l_{\rm P} \approx l_2$) достигается на расстоянии $x \approx 10^{-5}$ м. Для многих топлив ширина зоны горения в газовой фазе составляет около 10^{-5} м [4, 31] и меньше при большом давлении. Из приведенных числовых оценок следует, что ведущая роль турбулентной «вязкости» ν_{t2} проявляется только на удалении до десятка микрометров от поверхности газификации. В остальной области преимущество имеет «вязкость» Прандтля от внешней турбулентности, вызванной обдувающим потоком.

Вязкость «собственной» турбулентности ν_{t1} , оцененная с использованием приведенных выше числовых значений k_* , Λ , v_1 , n и Re_{*}, оказалась очень низкой: $\nu_{t1} \approx 10^{-7} \text{ м}^2/\text{c}$. Это обусловлено малостью параметра $\Lambda \approx 10^{-7}$ [13]. Но формы «вязкости» (22) и (23) имеют приближенный характер, при более детальном исследовании значения ν_{t1} и ν_{t2} могут оказаться большими.

При очень быстрых процессах необходимо учитывать инерционность испарения жидкости и протекания химической реакции в зоне газификации. Они характеризуются своими временами релаксации и могут внести существенный вклад в полученные выше результаты.

В пределе очень сильного влияния инерционности газификации $\Lambda_{\chi} \approx -k\chi\rho_1 v_1^2 \omega$ или отсутствия частной зависимости скорости горения от давления ($\varepsilon = \Lambda = 0$) из (20) для частоты получаем

$$\omega^2 =$$

$$= -\left(\frac{\operatorname{Re}+1}{k\chi\rho_1 v_1^2} + n\right)\left(1 + i\frac{\omega_a \operatorname{Re}}{n}\right)\left(1 + \frac{\omega_a^2 \operatorname{Re}^2}{n^2}\right)^{-1},$$

или в случае малых градиентов $\omega_a \ll 1$

 $\omega \approx$

$$\approx \pm \frac{\omega_a \operatorname{Re}}{2n} \sqrt{\frac{\operatorname{Re} + 1}{k\chi\rho_1 v_1^2} + n} + i\sqrt{\frac{\operatorname{Re} + 1}{k\chi\rho_1 v_1^2} + n}.$$
 (24)

Одна из частот имеет положительную действительную часть. Таким образом, учет времени релаксации газификации не приводит к гидродинамической устойчивости, в лучшем случае это может вызвать дополнительные колебательные движения газа вблизи зоны газификации и возмущения не будут расти и затухать во времени. Но любой слабый градиент давления вдоль поверхности газификации ($\omega_a \neq 0$) приводит к развитию неустойчивости. Выполним еще несколько численных оценок. Производную $\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x}$ можно оценить по приведенной выше формуле

$$\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} = -\frac{1}{\rho_2 v_2} \frac{\partial p_2^0}{\partial y}$$

Результаты [39] моделирования газодинамических процессов в ракетном двигателе длиной 0.6 м показывают снижение давления вдоль топливного заряда на $10 \div 30$ % при среднем давлении $\approx 5 \cdot 10^6$ Па. Поэтому можно получить приближенное значение градиента давления: $\frac{\partial p_2^0}{\partial u} \approx -1.7 \cdot 10^6$ Па/м.

При плотности топлива $\rho_1 \approx 1\,600 \text{ kr/m}^3$ и скорости горения $v_1 \approx 10^{-2} \text{ м/c}$ [39] имеем $\rho_2 v_2 = \rho_1 v_1 \approx 16 \text{ кг/(m}^2 \cdot \text{c})$. Далее находим $\frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} = a \approx 1.1 \cdot 10^5 \text{ c}^{-1}$. Тогда

$$\omega_a = \frac{1}{kv_1} \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} \approx \frac{1}{k_* v_1} \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x} \approx 22.$$

Таким образом, использованные выше предположения $\omega_a \ll n/\text{Re}$ и $\omega_a \ll \omega$ оправданы. На расстоянии *x* порядка толщины жидкого слоя *h* при скорости $v_2 \approx 10$ м/с комплекс $k_*ax^2/v_2 \approx k_*ah^2/v_2$ примерно равен $1.4 \cdot 10^{-2}$. Поэтому выполненное выше разложение в ряд Тейлора экспоненты в уравнении (10) для B_2^* не приводит к большим ошибкам, отбрасываемые члены в экспоненте порядка $(k_*ah^2/v_2)^2 \approx 10^{-4}$.

Рассмотрим возможное поведение скорости горения при обдуве со скоростью v_{2y}^0 . Начальная температура горения топлива $T_0 =$ const. Условие наблюдения отрицательного эрозионного эффекта сформулировано в [9]: зона химической реакции в газовой фазе должна находиться внутри вязкого подслоя. Обдув приводит в действие два конкурирующих процесса [13]:

1) увеличиваются затраты на развитие «собственной» турбулентности, на что указывает появление «вязкости» ν_{t2} ;

2) одновременно увеличивается суммарный коэффициент переноса (в данном случае температуропроводности) $\nu_t = \nu_{t1} + \nu_{t2}$, и в результате растет поток тепла к поверхности топлива из газовой фазы. Первый процесс способствует снижению температуры в зоне газификации, второй — повышению. Но рост потока тепла к поверхности топлива — лишь следствие увеличения ν_t (происходит благодаря переходу части тепловой энергии в зоне газификации в механическую энергию турбулентного движения). Поэтому снижение температуры в зоне газификации является более вероятным. В этом случае будет наблюдаться отрицательный эрозионный эффект — снижение скорости горения при обдуве.

Теперь рассмотрим изменение T_0 при по-стоянной скорости v_{2y}^0 . Поскольку скорость горения $v_1 = u$ содержится в определении па-раметра $\Lambda \sim v_1^2 = u^2$, вязкости $\nu_{t1} \sim v_1^3 = u^3$ и $\nu_{t2} \sim v_1^2 = u^2$ зависят от начальной температуры горения топлива T_0 . Зависимость $\nu_{t1}(T_0)$ сильнее, чем $\nu_{t2}(T_0, v_{2y}^0)$, но обе вязко-сти уменьшаются со снижением температуры T_0 . Это приводит к снижению теплового потока из газовой фазы к поверхности газификации, следовательно, снижается и скорость горения. (Но уточним: увеличивая скорость обдува v_{2u}^0 , можно снова повысить турбулентную вязкость $\nu_{t2}(T_0, v_{2y}^0)$ так, чтобы получить прежнюю скорость горения.) Поскольку ν_{t1} может снижаться только до нуля, имеется такое значение T_0 , при котором «собственная» турбулентность исчезнет. Этому способствуют два фактора: 1) характерное время роста возмущений $\tau \sim 1/\Omega_{\rm max} \sim v_1 = u$ уменьшается со снижением начальной температуры T_0 (результаты [13] и уравнение (21)); 2) уменьшение τ повышает роль стабилизирующих механизмов, на это указывает учет инерционности скорости горения (уравнение (24)). После этого увеличение скорости обдува будет приводить только к росту скорости горения, т. е. будет наблюдаться только положительный эрозионный эффект.

Представленная картина влияния «собственной» турбулентности на тепловой поток из газовой фазы и скорость горения в точности соответствуют сценарию Гусаченко — Зарко [8]. Приведенные рассуждения показывают, что на основе полученных форм (22), (23) можно моделировать эффект Вилюнова — Дворяшина.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наиболее простая форма для коэффициента вязкости «собственной» турбулентности может быть представлена в виде

$$\nu_t = c_1 l_1 v_2 + c_2 l_2^2 \frac{\partial v_{2y}^0}{\partial x},$$

- 0

где c_1, c_2 — постоянные числа. Оба слагаемых в правой части равенства зависят от начальной температуры горения твердого топлива. На качественном уровне показана возможность описания отрицательного эрозионного эффекта. Обнаруженная тенденция ослабления этого эффекта со снижением начальной температуры находится в согласии с экспериментальными наблюдениями [2].

В модели с двухфазной зоной газификации [40] «собственная» турбулентность генерируется хаотически разрушающимися пузырьками газа на поверхности раздела фаз. Этот процесс сопровождается локальным расходом внутренней энергии газа на совершение работы по движению газа. В результате на границе зоны газификации и газа появляется отрицательный поток тепла $j_{pt} = m'(\Delta v)^2$, где $m' = \rho_1 v_1$ — массовая скорость горения, Δv характерная скорость возмущенного движения газа, возникающего при разрушении пузырька. Вместе с тем в окрестности зоны газификации «собственная» турбулентность усиливает транспортные процессы с коэффициентом «диффузии» [8] $D_t = t_r (\Delta v)^2$, где t_r — характерное время действия возмущения скорости Δv . В уравнениях для j_{pt} и D_t нет никаких параметров, характеризующих пузырек. Поэтому они применимы и для «собственной» турбулентности, возникающей в результате гидродинамической неустойчивости. Только теперь $t_r, \Delta v$ — это характерное время и скорость турбулентных гидродинамических пульсаций. Если в определении D_t принять $t_r = t_1$ и

$$\Delta v = v_2 \sqrt{c_1 + c_2 \frac{t_1}{t_2}},$$

то получаются приведенные выше уравнения для ν_{t1} , ν_{t2} и ν_t .

В механизме Гусаченко — Зарко [8] обдувающий поток сглаживает температурные неоднородности, возникающие вследствие тепловой неустойчивости в зоне газификации. Это уменьшает поток тепла из газовой фазы к поверхности газификации и приводит к снижению скорости горения. В настоящем исследовании «собственная» турбулентность возникает вследствие гидродинамической неустойчивости [13]. По результатам настоящего исследования и предыдущего [40] снижение скорости горения с увеличением скорости обдува возможно только за счет действия отрицательного потока j_{pt} . Отсюда видно, что мир физических явлений в зоне газификации может быть намного разнообразнее, чем в представленной в [8] физической картине. Только несовершенство экспериментальной техники не позволяет увидеть все богатство явлений и процессов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О закономерностях горения пороха Н в потоке газа // Физика горения и взрыва. — 1971. — Т. 7, № 1. — С. 45–51.
- 2. Вилюнов В. Н., Дворяшин А. А. О влиянии начальной температуры конденсированного вещества на величину отрицательной эрозии // Физика горения и взрыва. — 1973. — Т. 9, № 4. — С. 602.
- Mukunda H. S. A comprehensive theory of erosive burning in solid rocket propellants // Combust. Sci. Technol. — 1978. — V. 18, iss. 3-4. — P. 105–118.
- 4. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
- Булгаков В. К., Липанов А. М. К теории горения конденсированного вещества при обдуве // Физика горения и взрыва. — 1983. — Т. 19, № 3. — С. 32–41.
- Булгаков В. К., Липанов А. М. Модель горения твердых топлив при обдуве, учитывающая взаимодействие турбулентности с химической реакцией // Физика горения и взрыва. — 1984. — Т. 20, № 5. — С. 68–74.
- Булгаков В. К., Липанов А. М., Камелатдинов А. Ш. Численные исследования эрозионного горения конденсированных веществ // Физика горения и взрыва. — 1986. — Т. 22, № 6. — С. 83–88.
- 8. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Эрозионное горение. Проблемы моделирования // Физика горения и взрыва. 2007. Т. 43, № 3. С. 47–58.
- Сабденов К. О., Ерзада М. Механизм возникновения отрицательного эрозионного эффекта // Физика горения и взрыва. 2013. Т. 49, № 3. — С. 22–33.
- Greatrix D. R. Model for prediction of negative and positive erosive burning // Can. Aeronaut. Space J. — 2007. — V. 53, N 1. — P. 13–21.
- Сабденов К. О., Ерзада М. Отрицательный эрозионный эффект и возникновение неустойчивого горения. 1. Анализ моделей // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 1. — С. 76–83.
- 12. Сабденов К. О. К вопросу о пороговом характере эрозионного горения // Физика горения и взрыва. — 2008. — Т. 44, № 3. — С. 61–71.

- Сабденов К. О. Генерация гидродинамической неустойчивости в зоне газификации твердого ракетного топлива // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 6. — С. 70–82.
- 14. **Новожилов Б. В.** Влияние инерционности газовой фазы на устойчивость горения летучих конденсированных систем // Хим. физика. 1988. Т. 7, № 3. С. 102–111.
- 15. Вилюнов В. Н., Сабденов К. О. К феноменологической теории нестационарного горения // Хим. физика. — 1992. — Т. 11, № 3. — С. 415–423.
- Lewis B., von Elbe G. Combustion, Flames and Explosions of Gases. — 3rd ed. — New York: Academic Press, 1987.
- Kaiser C., Liu J.-B., Ronney P. D. Diffusivethermal instability of counter flow flames at low Lewis number // AIAA 2000-0576, 38th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. 10–13 January 2000. Reno, Nevada.
- Маршаков В. Н., Истратов А. Г., Пучков В. М. Неодномерный фронт горения составов на основе нитроклетчатки и нитроглицерина // Физика горения и взрыва. — 2003. — Т. 39, № 4. — С. 100–106.
- Marshakov V. N., Istratov A. G., Wave structure of the solid-propellant combustion front // Progress in Combustion and Detonation / A. A. Borisov, S. M. Frolov, A. L. Kuhl (Eds). M.: Torus press LTD, 2004. CD-disk, Paper W2-2, 11 p. (Intern. Conf. on Combustion and Detonation. Zeldovich Memorial, 30.08–03.09.2004, Moscow, Russia).
- Маршаков В. Н., Истратов А. Г. Критический диаметр и поперечные волны при горении порохов // Физика горения и взрыва. — 2007. — Т. 43, № 2. — С. 72–78.
- Frost W., Moulden T. H. Handbook of Turbulence: Fundamentals and application. — New York: Plenum Press, 1977.
- Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI: Гидродинамика. — М.: Наука, 1986.
- 24. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е. Анализ моделей горения энергетических веществ с полностью газообразными продуктами реакции // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 1. — С. 24–40.
- Новожилов Б. В. Нестационарное горение порохов, имеющих переменную температуру поверхности // ПМТФ. — 1967. — № 1. — С. 51– 58.

- Новожилов Б. В. Теория нестационарного горения конденсированных систем с учетом времени запаздывания // Хим. физика. — 1998. — № 5. — С. 674–687.
- Knacke J., Stransky I. N. Evaporation mechanism // Prog. Metal Phys. — 1956. — N 6. — P. 181–235.
- Алексеенко С. В., Накоряков В. Е., Покусаев Б. Γ. Волновое течение пленок жидкости. — Новосибирск: Наука, 1992.
- Ландау Л. Д. К теории медленного горения // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1944. — Т. 14, № 6. — С. 240–244.
- Нестационарное распространение пламени / под ред. Дж. Г. Маркштейна. — М.: Мир, 1968.
- Timnat Y. M. Advanced Chemical Rocket Propulsion. — Academic Press, 1987.
- Кузнецов В. Р., Сабельников В. А. Турбулентность и горение. — М.: Наука, 1986.
- Минаев С. С. Набор стационарных решений, описывающих ячеистое пламя в случае гидродинамической неустойчивости // Физика горения и взрыва. — 1992. — Т. 28, № 1. — С. 35–39.
- Matalon M. Hydrodynamics instabilities in flames // Major Research Topics in Combustion / M. Y. Hussaini, A. Kumar, R. G. Voigt (Eds). — Sringer-Verlag, 1992.
- 35. Минаев С. С., Пирогов Е. А., Шарыпов О. В. Скорость распространения пламени при развитии гидродинамической неустойчивости // Физика горения и взрыва. — 1993. — Т. 29, № 6. — С. 19–25.
- Reynolds A. J. Turbulent Flows in Engineering. — London: John Wiley and Sons, 1974.
- Sabdenov K. O., Erzada M. The equation for prandtls mixing length // Frontiers in Aerosp. Eng. — 2014. — V. 3, iss. 2. — P. 50–55.
- 38. Сабденов К. О., Ерзада М. Отрицательный эрозионный эффект и возникновение неустойчивого горения. 2. Численное моделирование // Физика горения и взрыва. — 2016. — Т. 52, № 2. — С. 76–87.
- Barrere M., Jaumotte A., De Veubeke B. F., Van den Kerckhove. Rocket Propulsion. — Elsevier Publ. Co., 1960.
- 40. Сабденов К. О., Ерзада М. К определению коэффициентов переноса «собственной» турбулентности, возникающей вблизи зоны газификации твердого топлива. І. Двухфазная модель зоны газификации // Физика горения и взрыва. — 2017. — Т. 53, № 5. — С. 70–82.

Поступила в редакцию 8/XI 2016 г., в окончательном варианте — 6/III 2017 г.