

исчерпания всего текущего запаса потенциальной энергии. Дальнейшее движение жидкости неустойчиво. Поэтому можно предположить, что физические причины неустойчивости Рэлея — Тейлора в данном случае заключаются в особенностях эволюции энергетического баланса всей системы жидкость — остаточный газ внутри полости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
2. Забабахин Е. И. Заполнение пузырьков в вязкой жидкости. — ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.
3. Hunter C. On the collapse of an empty cavity in water. — J. Fluid Mech., 1960, v. 8, p. 2.
4. Седов Л. И. Методы подобия и размерностей в механике. М.: Наука, 1965.
5. Rayleigh L. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. — Phil. Mag., 1917, v. 34, N 199.
6. Солоухин Р. И. О пульсациях пузырьков газа в несжимаемой жидкости. — В кн.: Учен. совет по народнохоз. использованию взрыва. Новосибирск, 1961.
7. Кедринский В. К. Особенности динамики сферического газового пузырька в жидкости. — ПМТФ, 1967, № 3.
8. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М.: Гостехиздат, 1953.
9. Некрасов А. И. Точная теория волн установившегося вида на поверхности тяжелой жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1951.

Поступила 23/1 1985 г.

УДК 532.546

ОБТЕКАНИЕ ЦИЛИНДРА В УЗКОМ ЗАЗОРЕ ПРИ БОЛЬШИХ СКОРОСТЯХ

В. Д. Жак, В. Е. Накоряков, С. А. Сафонов

(Новосибирск)

Прибор Хил — Шоу широко используется для моделирования процессов фильтрации при малых скоростях [1]. Фильтрация при больших скоростях недостаточно изучена. В [2, 3] проведены измерения профилей скорости, трения на стенке и спектральных характеристик распространения струй в тонкой щели и предложена модель течения для ламинарной струи. Реальные пористые пласты содержат структурные образования, в том числе и непроницаемые, что приводит к необходимости исследования обтекания тела произвольной формы в тонкой щели. Подход, предложенный в [4], показал, что уже при $Re > 10$ ($Re = 2u_0h/\nu$, u_0 — среднерасходная скорость набегающего потока, h — толщина щели) нужно учитывать инерционные члены уравнений движения.

В данной работе предлагается решение стационарной задачи обтекания цилиндра несжимаемой жидкостью в приборе Хил — Шоу, учитывающее конвективные члены уравнений движения, приводится сравнение лазерно-доплеровских измерений скорости обтекания цилиндра с результатами численного счета.

Стационарное обтекание несжимаемой жидкостью кругового цилиндра в приборах Хил — Шоу в общем случае описывается уравнениями

$$(1) \quad \nabla \nabla V = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta V, \quad \nabla V = 0.$$

На плоских поверхностях щели ($z = 0$ и $z = h$) и на боковой поверхности цилиндра, образующие которого перпендикулярны плоскостям щели, выполняется условие прилипания, на бесконечности поток полагается равномерным и невозмущенным.

Предположим, что в узкой щели, т. е. при $h \ll r_0$ (r_0 — радиус цилиндра), всюду, включая область течения непосредственно у боковых стенок цилиндра, отсутствует движение в направлении z ($w = 0$), а для продольной u и поперечной v компонент скорости реализуется профиль Пуазейля

$$(2) \quad u(x, y, z) = 4u_+ (x, y) \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right), \quad v(x, y, z) = 4v_+ (x, y) \frac{z}{h} \left(1 - \frac{z}{h}\right).$$

Исходную систему (1) после интегрирования по z от 0 до h получим в виде

$$(3) \quad u_+ \frac{\partial u_+}{\partial x} + v_+ \frac{\partial u_+}{\partial y} = \frac{15}{8\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{5}{4} \nu \left(\frac{\partial^2 u_+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_+}{\partial y^2} - \frac{12}{h^2} u_+ \right),$$

$$u_+ \frac{\partial v_+}{\partial x} + v_+ \frac{\partial v_+}{\partial y} = - \frac{15}{8\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{5}{4} \nu \left(\frac{\partial^2 v_+}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_+}{\partial y^2} - \frac{12}{h^2} v_+ \right), \quad \frac{\partial u_+}{\partial x} + \frac{\partial v_+}{\partial y} = 0.$$

Записав уравнения (3) в безразмерных переменных $\psi - \omega$ (функция тока — завихренность) и полярных координатах r, φ , имеем

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial r} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \right) - \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\omega \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{5}{3 \text{Re}} \left\{ \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \omega}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \varphi^2} \right] \frac{h}{r_0} - 12 \frac{r_0}{h} r \omega \right\},$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} = r \omega,$$

где $\psi = \psi_+ / (1,5u_0 r_0)$; $\omega = \omega_+ r_0 / (1,5u_0)$; ψ_+, ω_+ — размерные функция тока и завихренность.

Система (4) интегрировалась численно на неравномерной сетке 33×61 , условия прилипания на стенке цилиндра использовались в форме Вудса [5]

$$\omega_p = -0,5\omega_s + \frac{3}{r_{ps}^2} (\psi_s - \psi_p),$$

где p относится к значениям переменных ψ, ω в узле сетки, лежащем на стенке, а индекс s — к значениям переменных в следующем по нормали к стенке узле; r_{ps} — расстояние между узлами p и s . Конвективные члены аппроксимировались направленными односторонними разностями, члены со вторыми производными — центральными, источниковые — среднеарифметическим значением в углах контрольного физического объема.

Сравнение расчетов на сетках 33×61 и 17×31 показывает, что для $\text{Re} \leq 200$ численное решение достаточно инвариантно к размерам сетки (расхождение в значениях скорости $\sim 5\%$).

Измерения полей скорости обтекания цилиндра в узком зазоре проводились на установке с баком постоянного уровня. Перепад высот верхнего и нижнего баков обеспечивал движение жидкости с максимальным числом $\text{Re} = 2730$. Конструкция рабочего участка представлена на рис. 1. Цилиндр диаметром 30 мм и толщиной $h = 0,93$ мм (толщина щели) устанавливался на расстоянии 200 мм от входного коллектора сечением 16×12 мм. Сопряжение входного и выходного коллекторов со стенкой проточной части выполнялось по радиусу 4 мм. Стенки рабочего участка изготавливались из полированного оргстекла толщиной 24 мм.

Измерения проведены двухкомпонентным ЛДИС модели 9100-8 фирмы TSI. Суммарная мощность излучения лазера фирмы «Spectrophysics» модели 165-04 на длинах волн 488 и 514,5 нм варьировалась от 100 до 400 мВт. В измерительном объеме диаметром 30 мм и длиной 180 мм формировались две ортогональные интерференционные решетки синего и зеленого цвета.

Оптическая схема ЛДИС представлена на рис. 2. Передающая оптика состоит из коллиматора 1, фазовых пластинок 2, расщепителя 3, сдвиговой ячейки 4, дихроичного цветоделиителя 5, блока расширения луча 8, 9 и фокусирующей линзы 10 с фокусным расстоянием 120 мм. Приемная оптика включает фокусирующую линзу и полевую диафрагму 7, поворот-

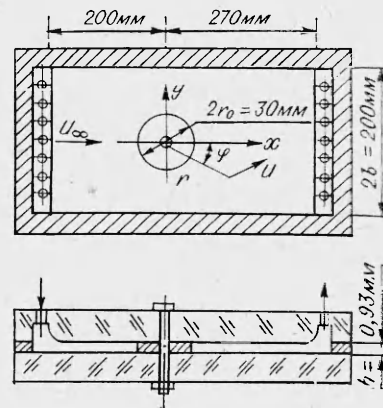


Рис. 1.

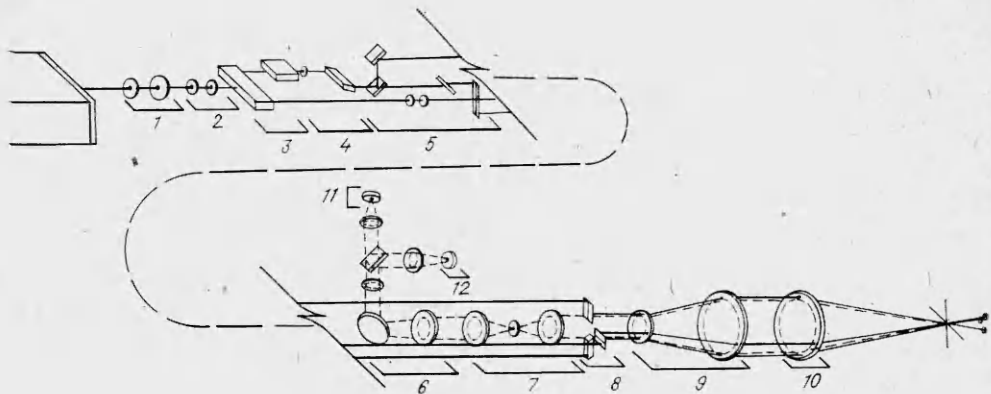


Рис. 2.

ные зеркала 6 с интерференционными фильтрами на длины волн 488 и 514,5 нм и фотоумножители 11, 12 с полевыми диафрагмами на входе. Сигнал обрабатывался счетным процессором фирмы TSI модели 1980 с последующей обработкой на ЭВМ. В каждой точке измерений обрабаты-

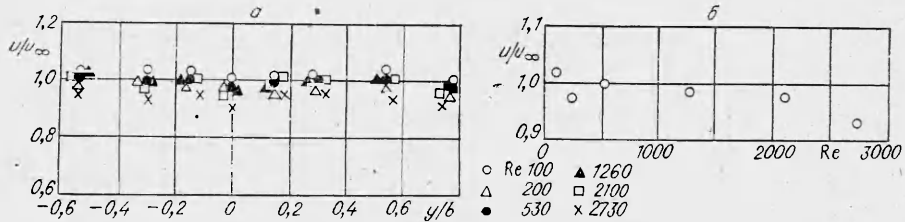


Рис. 3.

валось 4000 выборок с интервалом времени между выборками 0,006—0,025 с. Местоположение измерительного объема ЛДИС в плоскости модели фиксировалось координатником с точностью 0,05 мм, координата z измерялась индикатором часового типа с ценой деления 0,01 мм.

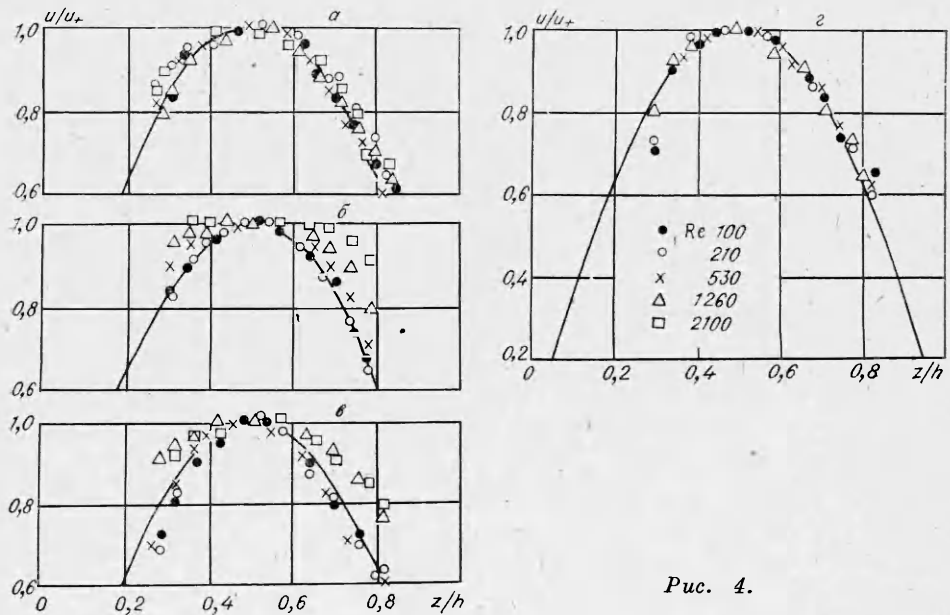


Рис. 4.

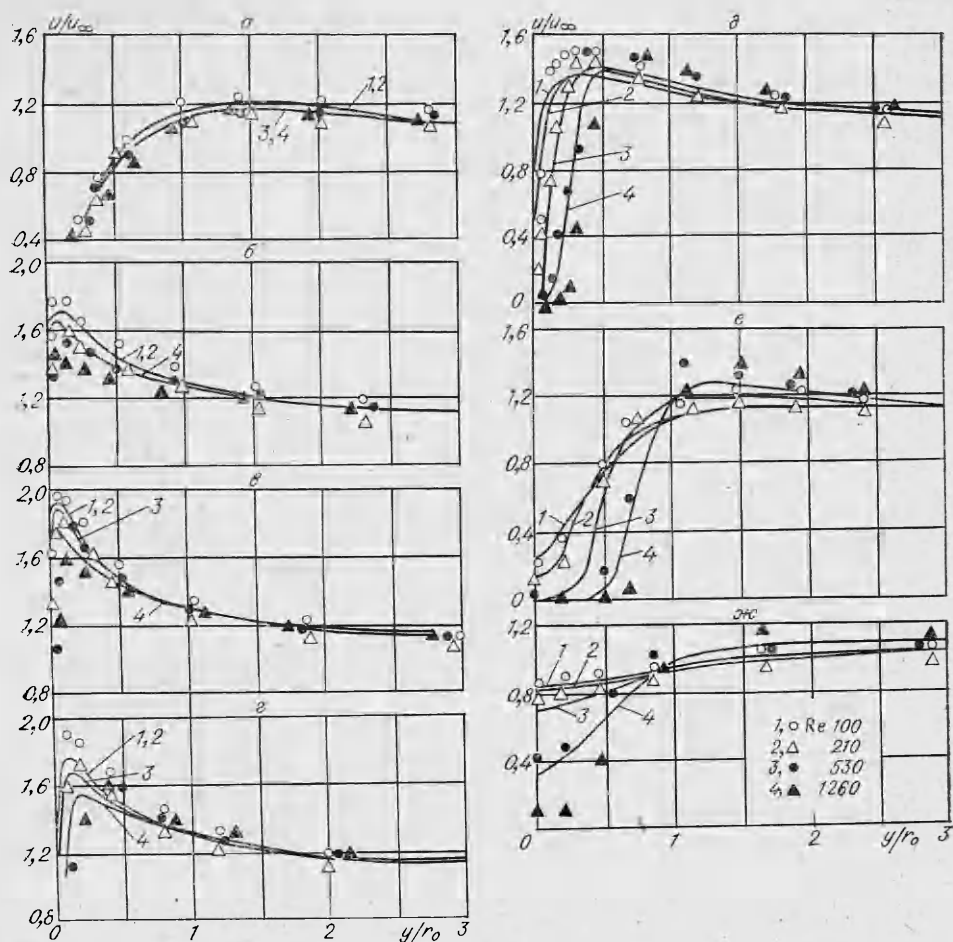


Рис. 5.

На оси зазора ($z/h = 0,5$) перед цилиндром (в сечении $x/r_0 = -5,8$) замеренное распределение скорости по ширине щели $2b$ показано на рис. 3, а. Скорость обезразмерена по $u_\infty = 1,5u_0$. Зависимость усредненной по ширине щели скорости на оси зазора (в том же сечении) от Re представлена на рис. 3, б. Видно, что вдали от цилиндра поток в щели равномерный по ширине, а скорость на оси зазора соответствует зависимости для профиля (2) ($u = 1,5u_0$) до $Re = 2100$ включительно.

Прямое измерение профиля тангенциальной компоненты скорости по толщине щели в окрестности цилиндра приведено на рис. 4, а — г (u_+ — максимальная скорость в данном сечении). На рис. 4, а, б представлены профили скорости по толщине щели перед цилиндром в точках с координатами $(r - r_0)/h = 18,1$, $\varphi = -135^\circ$ и $(r - r_0)/h = 1,36$, $\varphi = -135^\circ$. Рис. 4, в, г соответствуют точкам за цилиндром с координатами $(r - r_0)/h = 6,68$, $\varphi = 45^\circ$ и $(r - r_0)/h = 3,64$, $\varphi = 45^\circ$. Линией нанесен профиль Пуазейля. Измерения рис. 4 показали, что при больших Re вблизи стенки цилиндра наблюдается деформация параболического профиля скорости по толщине щели (профиль скорости становится более заполненным). В диапазоне $Re = 100-1260$ параболическая аппроксимация удовлетворительно согласуется с измеренными профилями скорости по толщине щели как перед цилиндром, так и за ним.

Сопоставление замеренных профилей полной скорости на оси зазора для ряда сечений x/r_0 показано на рис. 5, а — ж в координатах u/u_∞ и y/r_0 , сплошные линии — результаты численного счета; в сечениях $x/r_0 = -1; 1,2; 2,5$ (а, е, ж) координата y отсчитывалась от оси симметрии мо-

дели (см. рис. 1); в сечениях $x/r_0 = -0,5; 0; 0,4; 0,8$ ($\delta - \vartheta$) координата y отсчитывалась от стенки цилиндра. Расчеты и измерения показали, что при $Re > 100$ действие инерционных сил приводит к расслоению профилей скорости по Re .

Обратное течение в кормовой зоне цилиндра обнаружено в опытах при $Re > 1260$, скорость обратных течений в этой зоне менее $0,06u_0$ (расчет показывает возникновение кормовых вихрей при $Re > 300$).

В целом расчет согласуется с экспериментом до $Re = 1260$; для $Re = 100; 200; 500$ получено удовлетворительное количественное согласие экспериментальных данных и расчета. Предложенная расчетная модель для описания течения около цилиндра в приборе Хил — Шоу позволяет учесть инерционные эффекты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бэр Я., Заславски Д., Ирмей С. Физико-математические основы фильтрации воды. М.: Мир, 1971.
2. Жак В. Д., Мухин В. А. и др. Распространение затопленной струи в узкой щели. — ПМТФ, 1985, № 3.
3. Кашинский О. Н., Козьменко Б. К., Накоряков В. Е., Павлов И. А. Экспериментальное исследование гидродинамики потока при истечении жидкости в зазор между параллельными поверхностями. — В кн.: Физические процессы при разработке геотермальных месторождений. Л.: Ленингр. горный ин-т, 1983.
4. Riegels F. Zur Kritik des Hele-Shaw-Versuchs. — Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 1938, Bd 18, H. 2.
5. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.

Поступила 12/II, 1985 г.

УДК 532.533.528

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ВОЗНИКНОВЕНИЯ КАВИТАЦИИ НА ТЕЛАХ, ОБТЕКАЕМЫХ С ОТРЫВОМ И ПРИСОЕДИНЕНИЕМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Э. Л. Амромин, В. К. Александров, Ю. Л. Левковский
(Ленинград)

Теория струй идеальной жидкости в основном удовлетворительно описывает каверны больших размеров за такими кавитаторами, как диск, конус, клин и т. п. В инженерной практике, однако, из-за нежелательных последствий кавитации важно последовать ее начальные стадии и, в частности, определить условия появления каверны на теле или число возникновения кавитации σ_i (т. е. наибольшее значение числа кавитации σ , соответствующее каверне очень малых размеров). В идеальной жидкости σ_i определяется минимумом давления (для тел с острыми кромками допускаются значения $\sigma \rightarrow \infty$ [1, 2]). Опыты же ([3—6], например) показывают, что, помимо безразмерного коэффициента давления C_p , очень сильно влияют на σ_i скорость обтекания тела V и его размер D (или построенные по V и D числа Рейнольдса Re и Вебера We).

Особенно отличаются от измерений предсказания теории струй идеальной жидкости для таких тел, которые в вязкой жидкости даже в отсутствие кавитации обтекаются с отрывом пограничного слоя. Однако методы расчета масштабных эффектов возникновения кавитации для таких тел не были разработаны. Здесь предлагается теория, позволяющая определить зависимости $\sigma_i(Re, We)$ в тех случаях, когда оторвавшийся пограничный слой снова присоединяется к телу (т. е. для обтекания с отрывными пузырями). Представлены результаты расчетов плоских и осесимметричных течений для профилей и не несущих тел и сопоставление их с экспериментом.

Вычисление $\sigma_i(Re, We)$ предлагается расчленить на операции расчета отрывного обтекания тела вязкой жидкостью при заданном Re и определения условий равновесия каверны в зоне отрыва при заданном We . Для расчета вязкого отрыва здесь модифицирован описанный в [7] метод, а вычисленные при этом значения C_p и ширины отрывной зоны h используются при определении σ_i из формулы Лапласа

$$(1) \quad \sigma + C_p + 2r^{-1}We^{-1} = 0.$$

В принятой схеме течения (рис. 1) радиус кривизны границы каверны