

ЭФФЕКТ НЕЛОКАЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ОТКЛИКА ПРИ РЕГИОНАЛЬНОМ МАГНИТОТЕЛЛУРИЧЕСКОМ ЗОНДИРОВАНИИ

В.В. Плоткин, А.Ю. Белинская, П.А. Гаврыш, А.И. Губанов

Институт нефтегазовой геологии и геофизики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия

Показано, что интерпретация данных регионального магнитотеллурического зондирования в общем случае возбуждения произвольным полем трехмерно-неоднородной среды требует учета нелокальности электромагнитного отклика. Это возможно лишь с помощью синхронной площадной съемки магнитотеллурических данных на плотной сети точек наблюдения. Предложен алгоритм обработки таких результатов с помощью согласования между собой вариаций компонент магнитного и электрического полей, наблюдаемых на всех пунктах сети, в процессе поиска модели электропроводности в исследуемом объеме. Приведены результаты тестирования разработанного алгоритма на синтетических данных, приближенных к условиям эксперимента BEAR.

Региональное магнитотеллурическое зондирование, латеральная неоднородность, электропроводность, структура источника, синхронные площадные данные, нелокальные функции отклика.

NONLOCAL MAGNETOTELLURIC RESPONSES OF A 3D INHOMOGENEOUS EARTH: PROCESSING REGIONAL DATA

V.V. Plotkin, A.Yu. Belinskaya, P.A. Gavrysh, and A.I. Gubanov

Magnetotelluric responses of a 3D inhomogeneous earth excited by an arbitrary EM field are nonlocal, which is essential in processing regional MTS data. Due regard for this effect requires data acquisition by a dense synchronous 2D array. We suggest to invert the nonlocal MT responses applying correlation of the surface telluric and magnetic components recorded simultaneously at all stations. The new inversion algorithm has been tested using synthetic data that reproduce the conditions of the BEAR experiment.

Regional magnetotelluric soundings, lateral inhomogeneity, conductivity, source structure, synchronous 2D array data, nonlocal response functions

ВВЕДЕНИЕ

С начала применения методов магнитотеллурического (МТЗ) и магнитовариационного (МВЗ) зондирования и вплоть до настоящего времени сохраняются методические затруднения, обусловленные чрезмерной идеализацией моделей исследуемой среды и источника естественного поля. Это касается, в частности, модели Тихонова—Каньяра, основанной на приближениях горизонтальной слоистости среды и вертикально падающей плоской волны [Жданов, 1986]. У исследователей, использовавших такую модель, не раз возникали сомнения в реальности существования «выявленных» глубинных проводящих слоев [Рокитянский, 1981], вызванные отсутствием учета горизонтальной неоднородности зондируемой среды и сложной структуры источника.

Эти сомнения особенно актуальны при проведении МТЗ и МВЗ в авроральных широтах. Например, И.Л. Осипова с соавторами [Osipova et al., 1989] отмечали, что наблюдаемое в Скандинавии снижение кажущегося сопротивления на часовых и больших периодах скорее отражает неоднородность источника, чем указывает на существование высокой проводимости в верхней мантии. Исследованию влияния структуры источника на магнитотеллурические отклики посвящено множество работ [Mareschal, 1986; Viljanen et al., 1999]. И.М. Варенцов, Е.Н. Соколова [2003] представили методику и результаты изучения искажений магнитотеллурических (МТ) и магнитовариационных передаточных операторов, вызванных неоднородностью электромагнитного возбуждения проводящей Земли при зондировании в высоких широтах.

В статье [Lahti et al., 2005] указывается на трудности интерпретации МТ-данных на Балтийском щите из-за сложного строения земной коры и присутствия трехмерно-неоднородных приповерхностных структур электропроводности. О влиянии трехмерных неоднородностей на результаты интерпретации магнитотеллурических данных также сообщается в работах [Wannamaker et al., 1984; Malcolm, 1988; Кузнецов, Егоров, 2006]. Л.Л. Ваньян, В.А. Кузнецов [1999] обсуждали реальность существования в земной коре Центральной Финляндии мощного проводящего слоя в связи с учетом латеральных приповерхностных неоднородностей.

Результаты подобных исследований указывают, на наш взгляд, на нелокальность отклика в точке на поверхности трехмерно-неоднородной области, возбуждаемой произвольным электромагнитным полем. Считается, что условием применимости модели Тихонова—Каньяра является медленность или линейность горизонтальных изменений магнитотеллурического поля в окрестности точки наблюдения [Бердичевский, Жданов, 1981]. Отметим, что убедиться в выполнении этих условий можно, лишь имея площадные магнитотеллурические данные в указанной окрестности. Неоднократно установлено влияние глубинных и удаленных объектов на характер локальных кривых зондирования. Чтобы при интерпретации результатов МТЗ достоверно учесть это влияние, без синхронных площадных данных не обойтись. Поэтому для их получения к настоящему времени реализован ряд проектов. Например, в 1998 г. в рамках работы BEAR (Baltic Electromagnetic Array Research) выполнены наблюдения на Балтийском щите, в США с 2006 г. начато разветвление программы EMSOC (ElectroMagnetic Studies of the Continent, <http://www.iris.edu/USArray>).

В ходе выполнения таких проектов появляются синхронные площадные данные, которые обладают существенным преимуществом, не использованным ранее, — возможностью учета нелокальности электромагнитного отклика. В работах [Плоткин, 2005; Плоткин и др., 2007а,б,в] применительно к обработке результатов наблюдений глобального магнитовариационного зондирования рассмотрены варианты интерпретации синхронных площадных данных на основе согласования между собой поверхностных распределений потенциалов электромагнитного поля на границе исследуемого объема. Реализации этого подхода к обработке синхронных площадных данных региональных МТЗ и МВЗ посвящена наша статья.

О НЕЛОКАЛЬНОСТИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ОТКЛИКА

Для интерпретации данных региональных площадных наблюдений МТЗ и МВЗ нами разработаны алгоритмы и программы, основанные на применении нелокальных функций отклика [Плоткин и др., 2007в]. Соответствующее физическое обоснование состоит в том, что связь между компонентами электромагнитного поля на дневной поверхности в общем случае не является локальной, а определяется трехмерным распределением электропроводности в исследуемом объеме. Решение обратной задачи при таком подходе можно построить исходя из теоремы единственности — электромагнитное поле внутри некоторого объема определяется тангенциальными компонентами либо электрического, либо магнитного полей на его поверхности. Имея из эксперимента оба набора компонент, можно согласовывать их распределения на дневной поверхности между собой за счет подбора изменений электропроводности внутри объема.

Нелокальность связи между компонентами электромагнитного поля можно продемонстрировать с помощью интегральных преобразований Стрэттона—Чу [Жданов, 1984]. Рассмотрим для простоты связь между компонентами произвольного электромагнитного поля на поверхности нижнего полупространства для случая однородной среды. Введем функцию Грина

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}, \quad k^2 = -i\omega\mu\sigma + \omega^2\mu\varepsilon = -i\omega\mu\sigma^*, \quad (1)$$

где ω — угловая частота, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости, σ — электропроводность, σ^* — комплексная электропроводность, а также интегральные операторы

$$\begin{aligned} F(x', y') &= \hat{G}_x f(x, y) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial G}{\partial x} f(x, y) dx dy, \\ F(x', y') &= \hat{G}_y f(x, y) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial G}{\partial y} f(x, y) dx dy, \\ F(x', y') &= \hat{G} f(x, y) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G f(x, y) dx dy. \end{aligned} \quad (2)$$

Тогда на поверхности $z=0$ нижнего однородного полупространства для произвольного электромагнитного поля ($\sim e^{i\omega t}$), удовлетворяющего уравнениям Максвелла и стремящегося к нулю на бесконечности, справедливы интегральные соотношения между компонентами

$$E_x = \hat{G}_x E_z + i\omega\mu \hat{G} H_y, \quad E_y = \hat{G}_y E_z - i\omega\mu \hat{G} H_x, \quad E_z = -\hat{G}_x E_x - \hat{G}_y E_y, \quad (3)$$

$$H_x = \hat{G}_x H_z - \sigma^* \hat{G} E_y, \quad H_y = \hat{G}_y H_z + \sigma^* \hat{G} E_x, \quad H_z = -\hat{G}_x H_x - \hat{G}_y H_y. \quad (4)$$

Учтем также, что из уравнений Максвелла следует

$$E_z = \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right), \quad H_z = -\frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \quad (5)$$

Из соотношений (1)—(5) видно, как в соответствии с теоремой единственности по пространственному распределению тангенциальных компонент поля при $z = 0$ можно определить все компоненты электромагнитного поля (в частности, на поверхности). Например, если при $z = 0$ известно $H_x(x, y)$ и $H_y(x, y)$, то

$$\begin{aligned} E_x &= \hat{G}_x \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) + i\omega\mu \hat{G} H_y, \\ E_y &= \hat{G}_y \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) - i\omega\mu \hat{G} H_x, \\ E_z &= \frac{1}{\sigma^*} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right), \quad H_z = -\hat{G}_x H_x - \hat{G}_y H_y. \end{aligned} \quad (6)$$

Аналогично определяется поле по заданным тангенциальным компонентам электрического поля $E_x(x, y)$ и $E_y(x, y)$

$$\begin{aligned} H_x &= -\hat{G}_x \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) - \sigma^* \hat{G} E_y, \\ H_y &= -\hat{G}_y \frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) + \sigma^* \hat{G} E_x, \\ E_z &= -\hat{G}_x E_x - \hat{G}_y E_y, \quad H_z = -\frac{1}{i\omega\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Соотношения (6) или (7) явным образом указывают, что произвольное электромагнитное поле в любой заданной точке поверхности зависит от распределения тангенциальных компонент поля в некоторой ее окрестности. Это и характеризует нелокальность отклика среды при возбуждении ее произвольным электромагнитным полем. Размеры окрестности определяются поведением функции Грина (1) в сравнении с характерными масштабами изменения поля в (2). Если поле изменяется медленно или совсем не зависит от горизонтальных координат, как в случае вертикально падающей волны, то интегралы в (2) можно вычислить. Соотношения (3) — (5) в этом случае переходят в обычные импедансные соотношения, например, $E_x = -\frac{\omega\mu}{k} H_y$.

В неоднородной среде функция Грина имеет более сложный вид, чем в (1). Для ее получения необходимо решить уравнения Максвелла с дельтаобразным источником. Отметим также, что соотношения (6) и (7) фактически являются интегральными уравнениями, поскольку не позволяют задавать произвольно не согласованные друг с другом распределения тангенциальных компонент $H_x(x, y)$, $H_y(x, y)$ и $E_x(x, y)$, $E_y(x, y)$ на поверхности исследуемого объема в среде. Связь между этими распределениями определяется изменениями электропроводности внутри всего объема.

Таким образом, в случае произвольно неоднородного поля и среды при электромагнитном зондировании возникает необходимость перехода от анализа локальных передаточных функций (тензоров импеданса и т.п.) к изучению и согласованию между собой поверхностных распределений упомянутых тангенциальных компонент.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ ДЛЯ ДВУХМОДОВОГО ПОЛЯ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ

Из сказанного следует, что при проведении экспериментальных работ, прежде всего, необходимо получить синхронные площадные данные по компонентам поля. Их обработку можно осуществлять на основе аппроксимации на всю поверхность данных, полученных в дискретных точках сети наблюдений. При анализе синхронных площадных данных для удобства вводились потенциалы, учитывающие двухмодовую структуру поля аналогично работе [Плоткин, 2004]:

$$E_x = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y}, \quad E_y = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x}, \quad (8)$$

$$H_x = \frac{\partial H^{(1)}}{\partial x} + \frac{\partial H^{(0)}}{\partial y}, \quad H_y = \frac{\partial H^{(1)}}{\partial y} - \frac{\partial H^{(0)}}{\partial x}.$$

Здесь x, y, z — декартовы координаты точки в системе координат с началом на поверхности Земли в центре полигона, $E^{(1)}, H^{(0)}$ — скалярные потенциалы электрического и магнитного полей электрической моды, $E^{(0)}, H^{(1)}$ — аналогичные потенциалы электрического и магнитного полей магнитной моды. Как можно убедиться прямыми вычислениями, такое представление обеспечивает выполнение соотношений

$$\begin{aligned} (\operatorname{rot} \mathbf{E})_z &= -\Delta_{\perp} E^{(0)}, \quad \Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}, \\ (\operatorname{rotrot} \mathbf{E})_z &= \Delta_{\perp} \left(\frac{\partial E^{(1)}}{\partial z} - E_z \right), \\ (\operatorname{rotrotrot} \mathbf{E})_z &= \Delta_{\perp} \left(\frac{\partial^2 E^{(0)}}{\partial z^2} + \Delta_{\perp} E^{(0)} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

которые позволяют получить из уравнений Максвелла следующую систему для введенных потенциалов

$$\begin{aligned} \Delta_{\perp} \left[\frac{\partial^2 E^{(0)}}{\partial z^2} + \Delta_{\perp} E^{(0)} \right] - \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) \right] = \\ = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} \right) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma E_z) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left(\sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} \right), \quad (11)$$

$$\Delta_{\perp} \left(E_z - \frac{\partial E^{(1)}}{\partial z} \right) = \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\sigma E_z). \quad (12)$$

Уравнение (10) определяет магнитную моду, а (11) и (12) — электрическую. В горизонтально-слоистой среде эти моды независимы. В трехмерно-неоднородной среде уравнения (10) и (11) оказываются связанными благодаря наличию правых частей. Связь между потенциалами электрического и магнитного полей имеет вид

$$\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H^{(1)}}{\partial t}, \quad E_z - \frac{\partial E^{(1)}}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H^{(0)}}{\partial t}, \quad \Delta_{\perp} E^{(0)} = \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}. \quad (13)$$

Введенные потенциалы можно определить по измеренным на поверхности распределениям горизонтальных компонент электромагнитного поля из следующих дифференциальных соотношений:

$$\Delta_{\perp} E^{(1)} = \left[\frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_x}{\partial x} \right], \quad \Delta_{\perp} E^{(0)} = \left[\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right], \quad (14)$$

$$\Delta_{\perp} H^{(1)} = \left[\frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_x}{\partial x} \right], \quad \Delta_{\perp} H^{(0)} = \left[\frac{\partial H_x}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial x} \right]. \quad (15)$$

Система (10) — (12) для своего однозначного решения, помимо условия стремления полей к нулю на бесконечности, требует задания граничных условий на поверхности $z = 0$. Такими условиями могут быть значения потенциалов $E^{(0)}$ и $E^{(1)}$, определенных с помощью соотношений (14). Возможны и другие варианты, когда на поверхности заданы вертикальные производные потенциалов $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$ и $\frac{\partial E^{(1)}}{\partial z}$, либо комбинации самих потенциалов и этих производных. Например, пренебрегая токами проводимости и смещения в верхнем полупространстве, можно считать, что в нижнем полупространстве вертикальный ток обращается в нуль при $z = 0$ и $E_z = \frac{\partial E^{(1)}}{\partial z} = 0$ (см. (12)). Производную $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$ можно определить, как видно из первых соотношений в (13) и (15), по данным о горизонтальных компонентах магнитного поля. Потенциал $E^{(0)}$ может быть получен как по данным о горизонтальных компонентах электрического поля с помощью (14), так и по вертикальной компоненте магнитного поля H_z из последнего соотношения в (13). Последнее обстоятельство может служить дополнительным критерием достоверности полученных данных и использоваться для оценок величины помех при измерениях.

АПРОКСИМАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ ДАННЫХ ПО СТАНЦИЯМ И ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Соотношения (13) — (15) содержат дифференциальные операторы по горизонтальным координатам. Для их практического использования необходима аппроксимация дискретных данных по компонентам

поля на всю поверхность. С этой целью нами на исследуемом полигоне применялся набор тригонометрических функций $Y_m(x, y)$ ($m = 1, \dots, (2I + 1)(2K + 1)$), которые для удобства нумерации считались последовательно расположенными в следующем порядке:

$$\begin{aligned}
 & 1 \times \left(1, \cos \frac{2\pi}{L_y} y, \sin \frac{2\pi}{L_y} y, \dots, \cos \frac{2\pi}{L_y} Iy, \sin \frac{2\pi}{L_y} Iy \right), \\
 & \cos \frac{2\pi}{L_x} x \times \left(1, \cos \frac{2\pi}{L_y} y, \sin \frac{2\pi}{L_y} y, \dots, \cos \frac{2\pi}{L_y} Iy, \sin \frac{2\pi}{L_y} Iy \right), \\
 & \sin \frac{2\pi}{L_x} x \times \left(1, \cos \frac{2\pi}{L_y} y, \sin \frac{2\pi}{L_y} y, \dots, \cos \frac{2\pi}{L_y} Iy, \sin \frac{2\pi}{L_y} Iy \right), \\
 & \dots \dots \dots \\
 & \cos \frac{2\pi}{L_x} Kx \times \left(1, \cos \frac{2\pi}{L_y} y, \sin \frac{2\pi}{L_y} y, \dots, \cos \frac{2\pi}{L_y} Iy, \sin \frac{2\pi}{L_y} Iy \right), \\
 & \sin \frac{2\pi}{L_x} Kx \times \left(1, \cos \frac{2\pi}{L_y} y, \sin \frac{2\pi}{L_y} y, \dots, \cos \frac{2\pi}{L_y} Iy, \sin \frac{2\pi}{L_y} Iy \right).
 \end{aligned} \tag{16}$$

Здесь L_x, L_y — размеры полигона по осям OX, OY и I, K — максимально используемые номера пространственных гармоник, которые зависят от плотности используемой сети пунктов наблюдений. Коэффициенты представлений по этим функциям каждой из компонент поля находились с помощью метода наименьших квадратов. Минимумы соответствующих функционалов определялись непосредственно методами оптимизации. Для устойчивости процесса при увеличении I, K при вычислениях функционалов применялась также регуляризирующая малая добавка, пропорциональная сумме квадратов всех отыскиваемых коэффициентов.

Точное решение системы (10) — (12) осуществлялось численными методами по схеме, аналогичной описанной в работе [Плоткин, 2004] для случая сферических координат. Примерное время расчета одного из практически интересных вариантов в декартовых координатах на компьютере с частотой 2.4 ГГц составляет 90 мин. Поэтому такого рода расчеты применялись в основном при тестировании разрабатываемых алгоритмов с целью получения синтетических входных данных для моделей с заданной неоднородностью среды.

При решении обратной задачи для ускорения процесса использовались методы приближенного решения прямой задачи. Адекватность приближения оценивалась по результатам восстановления неоднородности среды по точным синтетическим входным данным. Одно из таких приближений — случай плавных неоднородностей [Плоткин и др., 2007б], когда характерные горизонтальные масштабы поля малы в сравнении с горизонтальными масштабами неоднородности ($\left| \frac{\partial \sigma}{\partial x, \partial y} \right| \ll |k_{x,y} \sigma|$, $k_{x,y}$ — горизонтальные волновые числа). Это позволяет считать малыми члены в (10) — (12) с производными от электропроводности по горизонтальным координатам. Поле электрической моды в приближении плавно неоднородной среды является величиной первого порядка малости [Плоткин и др., 2007б] и может быть рассчитано по теории возмущений. При этом правая часть в уравнении (11) считается известной.

Решение обратной задачи осуществлялось в следующей упрощенной постановке. Для каждого временного периода отыскивалась зависимость кажущейся электропроводности от горизонтальных координат (латеральная неоднородность кажущейся электропроводности), наилучшим образом согласующаяся с экспериментальными данными. Это позволяет построить карты латеральной неоднородности кажущейся электропроводности в зависимости от частоты зондирования. В последующем предполагается по таким картам восстанавливать истинное пространственное распределение электропроводности в среде. Поэтому на первом этапе считается, что от глубины электропроводность не зависит. Решение системы (10) — (12) в описанной постановке приводит к простым формулам, позволяющим существенно сократить временные затраты при численных расчетах прямой задачи. Будем искать потенциалы $E^{(0)}$ и $E^{(1)}$ в виде рядов:

$$E^{(0)} = \sum_m E_m^{(0)}(z) Y_m(x, y), \quad E^{(1)} = \sum_m E_m^{(1)}(z) Y_m(x, y). \tag{17}$$

Тогда с учетом сказанного систему (10) — (12) с точностью до малых членов первого порядка $\frac{1}{\sigma} \left| \frac{\partial \sigma}{\partial x, \partial y} \right|$ можно привести к виду

$$\frac{d^2 E_m^{(0)}}{dz^2} - k^2 E_m^{(0)} = 0, \quad k^2 = k_x^2 + k_y^2 + i\omega \mu \sigma, \quad k_x^2 = \frac{4\pi^2}{L_x^2} (m')^2, \quad k_y^2 = \frac{4\pi^2}{L_y^2} (m'')^2,$$

$$\frac{d^2 E_m^{(1)}}{dz^2} - k^2 E_m^{(1)} = \frac{k_x^2 + k_y^2 + i\omega\mu\sigma}{k_x^2 + k_y^2} \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial\sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) \right]_m. \quad (18)$$

Здесь $\text{Re}(k) > 0$, m — номер выбранной пространственной гармоники в ряду (16) и m', m'' — порядки гармоник по осям OX, OY , соответствующие выбранному номеру m . Выражение в квадратных скобках с индексом m в правой части второго уравнения (18) для электрической моды поля равно амплитуде m -й пространственной гармоники представления этого выражения рядом функций (16). Первое из уравнений (18) — для магнитной моды. Оно в рассматриваемой постановке уже не учитывает обратного влияния возбуждаемой в неоднородной среде электрической моды (в соответствии с вторым уравнением из (18)) как малой величины второго порядка. В остальные величины в (18) электропроводность $\sigma(x, y)$ входит как параметр. Краевые условия для (18) соответствуют затуханию потенциалов вдоль оси OZ при удалении в глубь среды и условиям на дневной поверхности $z = 0$

$$E_m^{(0)}(0) = E_{0m}, \quad \frac{dE_m^{(1)}}{dz} = 0. \quad (19)$$

Первое условие может быть реализовано по экспериментальным данным либо из распределения горизонтальных компонент электрического поля в соответствии с последним соотношением в (14), либо из распределения вертикальной компоненты магнитного поля, как это видно из последнего соотношения (13). Второе из условий в (19) соответствует пренебрежению токами проводимости и смещения в верхнем полупространстве. Решение (18) в рассматриваемой ситуации дается формулами (ось OZ направлена вверх):

$$E_m^{(0)} = E_{0m} \exp(kz), \quad E_m^{(1)} = \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial\sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) \right]_{0m} \frac{\exp(k, z)(kz - 1)}{2(k_x^2 + k_y^2)}. \quad (20)$$

Если в первом уравнении (18) для магнитной моды учесть малые члены первого порядка, а также влияние поля возбуждаемой электрической моды, то для вычисления $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$ на поверхности получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \frac{dE_m^{(0)}}{dz}(0) = kE_{0m} - \frac{3i\omega\mu_0}{4k} \left\{ \Delta_{\perp}^{-1} \left[\frac{\partial\sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial x} - \frac{\partial\sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(1)}}{\partial y} \right] \right\}_{0m} + \\ + \frac{i\omega\mu_0}{2k} \left\{ \Delta_{\perp}^{-1} \sigma \Delta_{\perp} E^{(0)} - \sigma E^{(0)} + \Delta_{\perp}^{-1} \left[\frac{\partial\sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} + \frac{\partial\sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right] \right\}_{0m}, \end{aligned} \quad (20a)$$

где Δ_{\perp}^{-1} — оператор, обратный Δ_{\perp} в (9).

Решение второго уравнения в (18) для электрической моды в ситуации, когда латерально неоднородный слой (или даже несколько таких слоев, каждый со своей неоднородностью по горизонтали) заглублен, также можно найти методом возмущений. С учетом используемых краевых условий имеем:

$$E_m^{(1)} = -\frac{1}{2(k_x^2 + k_y^2)} \left[\frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial y} - \frac{\partial\sigma}{\partial y} \frac{\partial E^{(0)}}{\partial x} \right) \right]_{0m} (e^{2kz_1} - e^{2kz_2}), \quad (20б)$$

где z_1 и z_2 верхняя и нижняя границы рассматриваемого заглубленного латерально неоднородного слоя (для нескольких таких слоев надо взять сумму выражений (20б)). При $z_1 = 0$ и $z_2 \rightarrow -\infty$ отсюда получаем выражение для $E_m^{(1)}(0)$ в соответствии со второй формулой (20). Из (20б) хорошо видно, что более глубокие латерально неоднородные слои вносят меньший вклад в величину поля электрической моды на поверхности исследуемого полупространства. Понятно, что это связано с диффузным характером распространения электромагнитного поля в глубь проводящей среды.

Приведенные формулы позволяют определять для любой конкретной модели латеральной неоднородности теоретические значения величин $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$ и $E^{(1)}$, ожидаемые при $z = 0$, чтобы в ходе решения обратной задачи сравнивать их со значениями аналогичных величин, получаемых по экспериментальным данным о распределении на поверхности горизонтальных компонент электромагнитного поля из первых соотношений в (13) и (14). Следует отметить возможность и иных вариантов сравнения теоретических и экспериментальных значений обсуждаемых величин.

Формулы (20), (20а) и (20б) просты, поэтому позволяют очень быстро находить решение прямой задачи для неоднородной среды. Подчеркнем, что электропроводность $\sigma(x, y)$ в этих формулах входит так

же, как параметр в выражение для k (18). Пригодность формул (20), (20а) и (20б) проверялась с помощью сравнения с точным решением, получаемым численными методами по схеме, упомянутой ранее.

ТЕСТИРОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ

При тестировании алгоритма использовалась модель латерально неоднородной среды, для которой с помощью упомянутой точной программы рассчитывались синтетические входные данные некоторого предполагаемого эксперимента. Далее производилась обработка этих результатов по описанной схеме с помощью формул (20), (20а) и (20б) с целью восстановления заданной неоднородности. Наша схема обработки не предполагает использования какой-либо модели источника поля, однако, она требует данные площадных наблюдений. Поэтому для осуществления тестирования следует задать каким-либо образом данные о наборах компонент поля. Чтобы по возможности приблизиться к условиям реального эксперимента, нами использовались данные по вертикальной компоненте магнитного поля, полученные в одном из сеансов проекта BEAR. Сами значения кажущейся электропроводности по порядку величины также соответствовали их диапазону, характерному для Балтийского щита. Модель бралась в виде кольцевой области с увеличенной электропроводностью в центральной части полигона:

$$\sigma(x, y) = \frac{\sigma_0}{2} \exp \left\{ -7 \cdot 10^{-11} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - r_0]^2 \right\} + \frac{\sigma_0}{2}, \quad (21)$$

где $\sigma_0 = 3.64 \cdot 10^{-4}$ См/м, координаты центра кольца $x_0 = 700$ км, $y_0 = 800$ км, его радиус $r_0 = 400$ км. На рис. 1 дана соответствующая карта сопротивлений для исходной модели неоднородности.

Рассмотрим сначала, как отражается плотность сети пунктов наблюдения на результатах аппроксимации полей пространственными гармониками (16). Для анализа использовалось найденное с помощью численных расчетов точное решение системы (10) — (12) для модели среды (21) при заданном на дневной поверхности потенциале $E^{(0)}$. Решение получено на равномерной сетке с шагами по осям OX , OY и OZ , равными соответственно 60, 90 и 10 км. Размеры полигона $L_x = 1440$, $L_y = 1620$ и $L_z = 1600$ км. На глубине ставилось условие стремления поля к нулю, на боковых гранях — условия периодичности. По распределениям потенциалов $E^{(0)}$, $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, $E^{(1)}$ и $H^{(0)}$ при $z = 0$ находились коэффициенты рядов (16) с тригонометрическими функциями при $I, K \leq 3$. Эти пространственные спектры ниже будем называть теоретическими.

С помощью полученных рядов далее вычислялись значения компонент поля E_x, E_y, H_x, H_y, H_z в предполагаемых пунктах исследуемой сети наблюдений. По значениям всех этих компонент, как входным синтетическим экспериментальным данным, по описанной схеме обработки вновь восстанавливались пространственные спектры указанных потенциалов, которые для краткости далее назовем экспериментальными. На рис. 2 показаны амплитуды пространственных гармоник в представлениях теоретических и экспериментальных потенциалов рядами (16) в зависимости от их номера при выбранном способе нумерации. Для потенциала $E^{(0)}$ показаны пространственные спектры, полученные как по горизонтальным компонентам электрического поля (штриховая линия), так и по вертикальной компоненте магнитного поля. Временной период (обратный частоте зондирования), а также количество пунктов сети N указаны на рис. 2. В случае $N = 32$ расположение пунктов соответствовало одному из сеансов синхронной регистрации данных в эксперименте проекта BEAR. При $N = 60$ расположение пунктов задавалось случайным образом.

На поверхности теоретическое значение магнитного потенциала $H^{(0)} = 0$. Это следует из (19) и соответствует известному обращению в нуль магнитного поля электрической моды (тороидального магнитного поля) при выходе из проводящего полупространства. В ходе предлагаемой (и, на наш взгляд, любой другой) обработки экспериментальных данных при их пространственной аппроксимации не удастся обеспечить равенство нулю

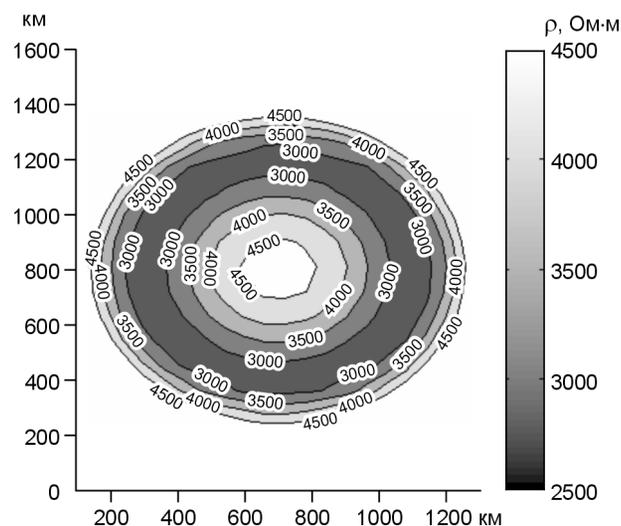


Рис. 1. Модель латеральной неоднородности сопротивлений, использованная для тестирования.

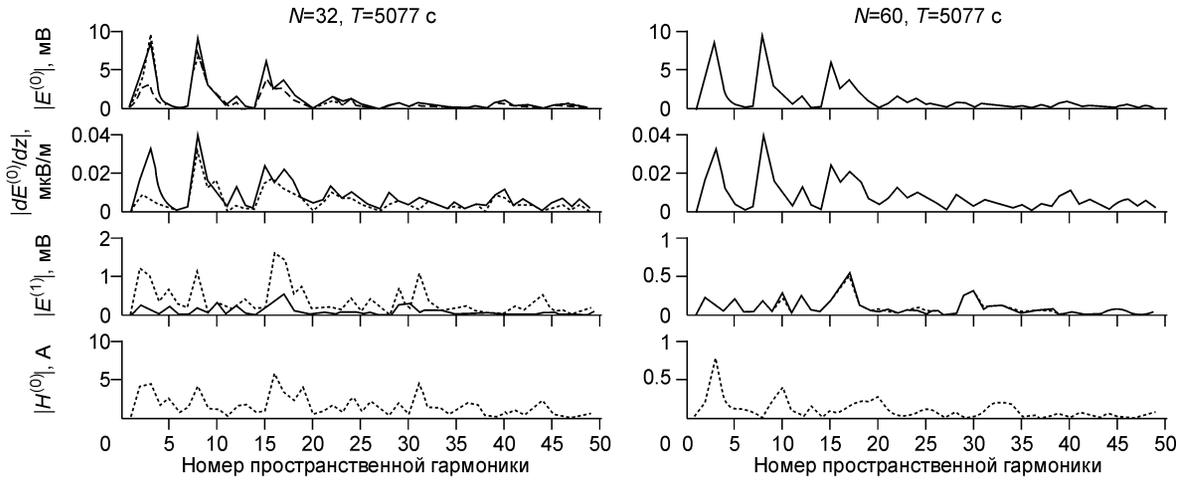


Рис. 2. Пространственные спектры исходных теоретических (сплошная линия) и экспериментальных (пунктирная линия) значений потенциалов электромагнитного поля.

этой части магнитного поля. Однако она заметно падает с увеличением плотности сети наблюдений, что и характеризует ее происхождение как погрешность при аппроксимации данных. Несущественными с увеличением количества пунктов наблюдений в сети становятся также расхождения теоретических и экспериментальных значений всех других потенциалов. Стоит, вероятно, отметить, что при аппроксимации данных по компонентам электрического поля погрешности сказываются более заметно.

Приведем теперь результаты нескольких тестов по восстановлению латеральной неоднородности (21) на различных сетях наблюдений. С использованием указанных синтетических входных экспериментальных данных по пяти компонентам электромагнитного поля решалась обратная задача. Осуществлялся подбор модели латеральной неоднородности среды методами оптимизации за счет согласования между собой входных распределений потенциалов $E^{(0)}$ и $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, $E^{(1)}$ электромагнитного поля на поверхности.

Модель электропроводности отыскивалась в виде

$$\sigma(x, y) = \sigma_0 \exp \left[\sum_m a_m Y_m(x, y) \right], \quad (22)$$

где a_m — коэффициенты, которые необходимо определить, σ_0 — базовое значение электропроводности. Оно задавалось обратной величиной от кажущегося сопротивления, среднего по всем пунктам полигона на выбранном временном периоде. Процесс поиска подходящей модели (22) заключался в минимизации функционала:

$$\left\{ \sum_m \left| \left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right)_{m0} - \left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right)_{mj} \right| \right\} / \left(M \cdot \max \left\{ \left| \left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right)_{m0} \right| \right\} \right) + \left\{ \sum_m \left| (E^{(1)})_{m0} - (E^{(1)})_{mj} \right| \right\} / \left(M \cdot \max \left\{ \left| (E^{(1)})_{m0} \right| \right\} \right), \quad (23)$$

где $\left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right)_{m0}$, $(E^{(1)})_{m0}$ — комплексные амплитуды при m -й пространственной функции (M — количество функций) в представлении рядами (16) распределений потенциалов $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, $E^{(1)}$ на поверхности $z = 0$, входных для решаемой обратной задачи, и $\left(\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right)_{mj}$, $(E^{(1)})_{mj}$ — текущие значения аналогичных величин после j -й итерации. Операторы суммы и максимума в (23) распространяются на все учитываемые пространственные гармоники. Для получения указанных текущих значений на каждой итерации использовались приближенные формулы (20) с одной и той же входной величиной $(E^{(0)})_{m0}$.

На рис. 3 отражены итоговые результаты минимизации функционала (23) в первом случае, не включавшем этапы вычисления и аппроксимации данных по станциям. Это значит, что потенциалы $E^{(0)}$,

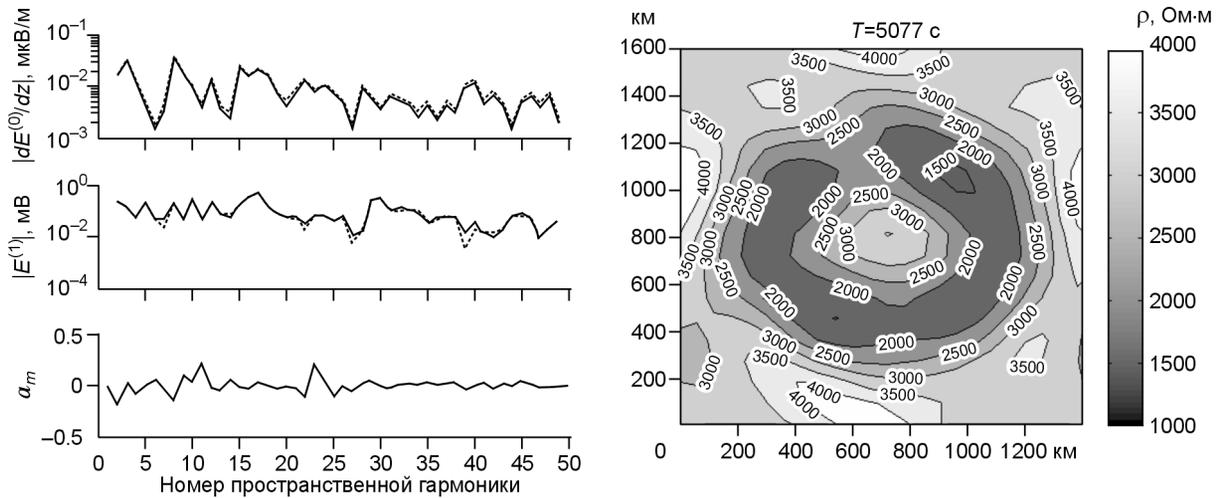


Рис. 3. Пространственные спектры входных (сплошная линия) и выходных (пунктирная) потенциалов $\left| \frac{\partial E^{(0)}}{\partial z} \right|_m$ и $|E^{(1)}|_m$, коэффициенты a_m и карта восстановленного латерального распределения сопротивлений.

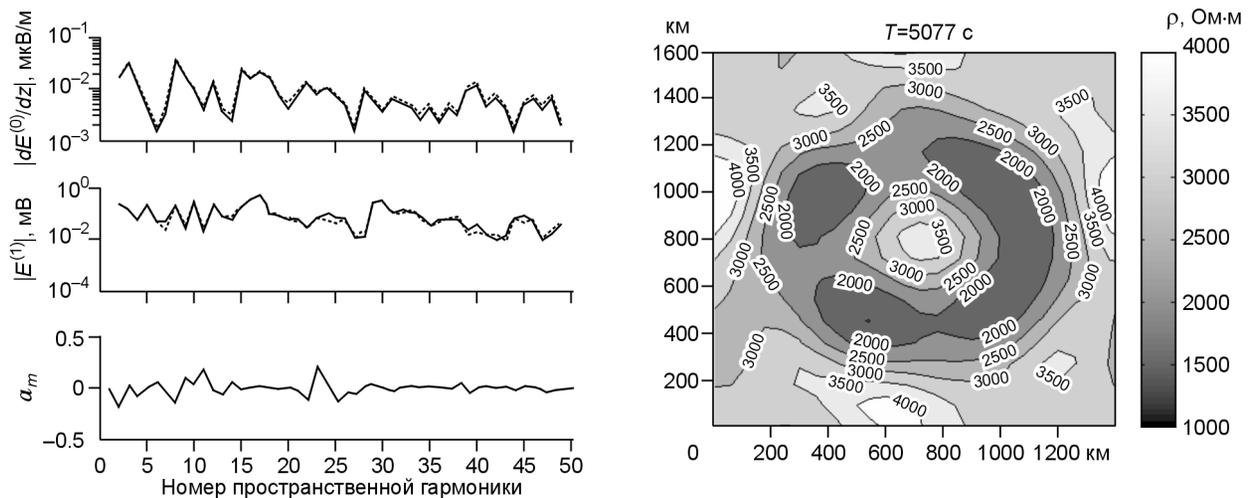


Рис. 4. То же, что на рис. 3, но с учетом обработки данных по станциям с $N = 60$.

$\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, $E^{(1)}$, полученные с помощью точных численных расчетов, непосредственно согласовывались между собой по приближенным формулам (20) для плавно-неоднородной среды. Достигнутый при этом минимум функционала (23) равен 0.048. Учитывая существенную экономию во временных затратах при вычислениях с формулами (20), сходство исходного и восстановленного распределений электропроводности, приближение плавно-неоднородной среды можно признать удовлетворительным.

На рис. 4, аналогичном предыдущему, показаны результаты для второго случая, когда использовалась полная процедура восстановления тестовой неоднородности (21) на сети с 60 пунктами, расположение которых на полигоне задавалось случайным образом. После такого же количества (14) итераций минимум функционала оказывается несколько больше (0.060), но различия между представленными на рисунках данными не существенны.

На рис. 5 отражена третья ситуация — при расположении и количестве станций, соответствующем условиям одного из сеансов эксперимента BEAR. Данные по компонентам магнитного поля были зарегистрированы на 32 пунктах сети, а данные по электрическому полю имелись только на 23 пунктах из них. По достигнутым результатам можно говорить лишь об отдаленном сходстве исходного и восстановленного распределений сопротивлений. Недостаточное количество станций не позволяет получить всю

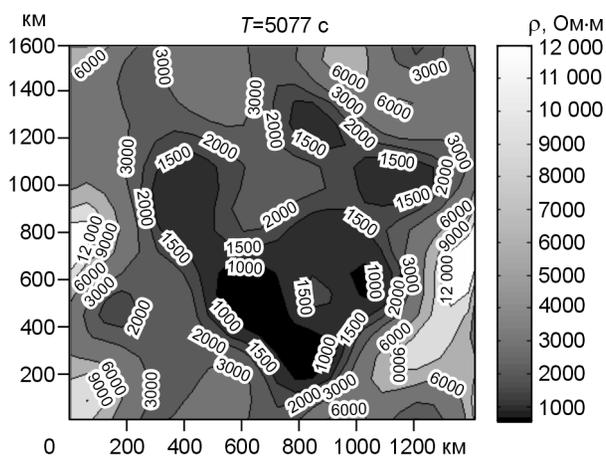
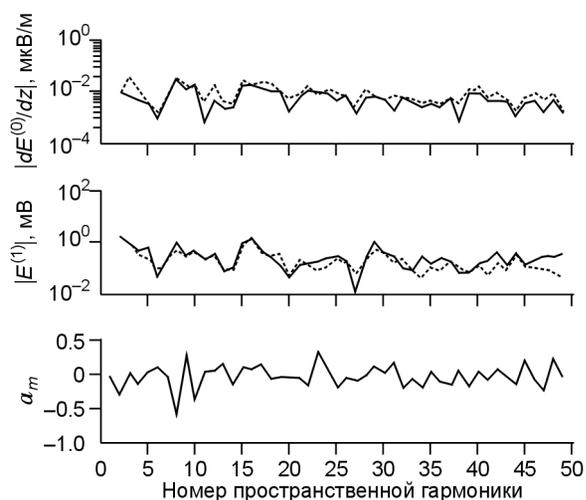


Рис. 5. То же, что на рис. 3, но с учетом обработки данных по станциям для реальной ситуации.

$N = 32$, $N = 23$ соответственно набору данных, имеющихся для магнитного и электрического полей.

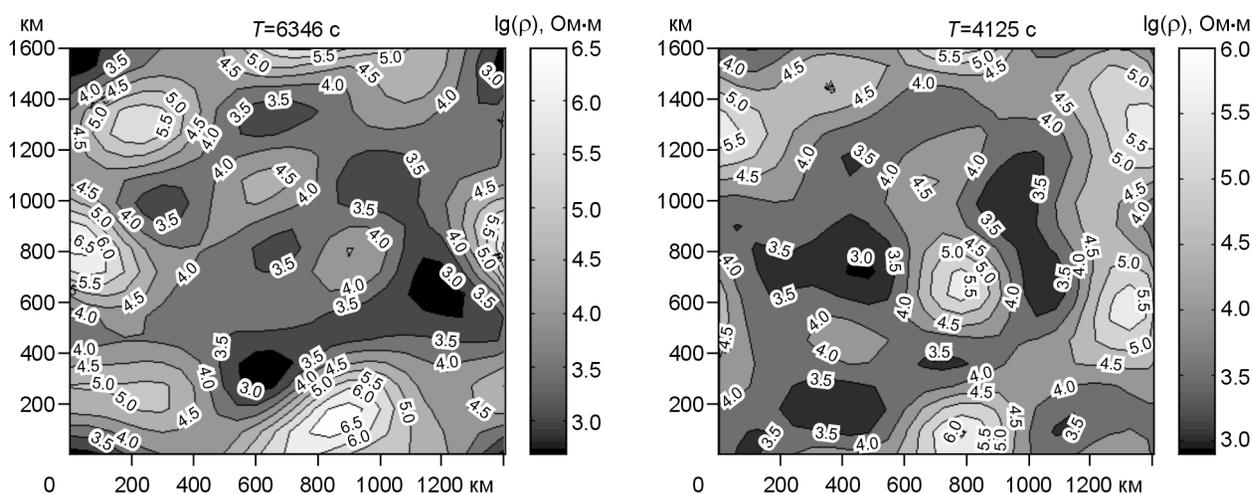


Рис. 6. Карты восстановленного латерального распределения сопротивлений (в логарифмической шкале) для двух разных временных периодов при наличии случайных помех (~0.3 %).

полноту информации о пространственных изменениях поля на поверхности исследуемого объема неоднородной среды (минимум функционала 0.230).

Интересно отметить, что для указанного временного периода и при рассматриваемых величинах электропроводности основной вклад при поиске минимума функционала (23) вносят члены, характеризующие поле электрической моды, возбуждаемой за счет неоднородности среды. Поле магнитной моды при данных значениях упомянутых величин менее информативно и слабо зависит от базового значения σ_0 электропроводности среды. В этих условиях влияние помех существенно, и восстановление исходной неоднородности среды становится возможным лишь с помощью процесса накопления полезной информации.

Чтобы продемонстрировать это, применялось усреднение результатов восстановления неоднородности по нескольким соседним временным периодам. Вновь использовалась модель неоднородности (21) и упомянутые выше данные по вертикальной компоненте магнитного поля одного из сеансов проекта BEAR на нескольких соседних временных периодах (31 период). Это позволяло считать известным распределение потенциала $E^{(0)}$. В приближении плавно-неоднородной среды для модели (21) рассчитывались распределения производной $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, на которые далее накладывались помехи. С использованием

полученных распределений в качестве входных данных осуществлялось восстановление неоднородности на каждом из выбранных временных периодов. Для примера на рис. 6 отражены два из 31 варианта

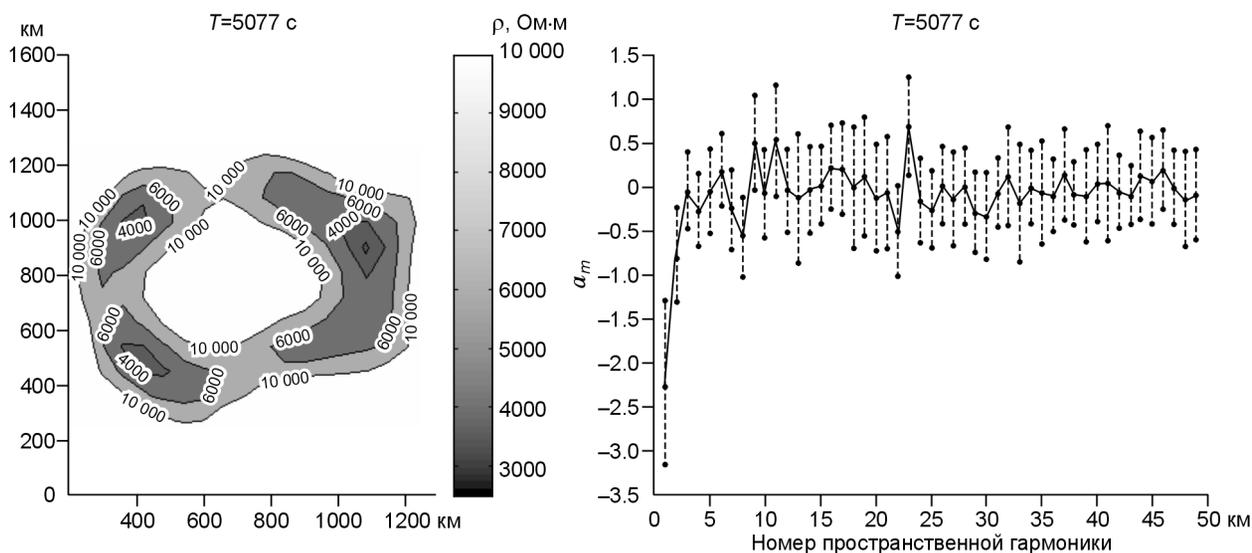


Рис. 7. Карта восстановленного латерального распределения сопротивлений, полученная усреднением данных для каждого временного периода (слева); итоговые коэффициенты a_m пространственного спектра неоднородности и их с.к.о. (штриховые линии).

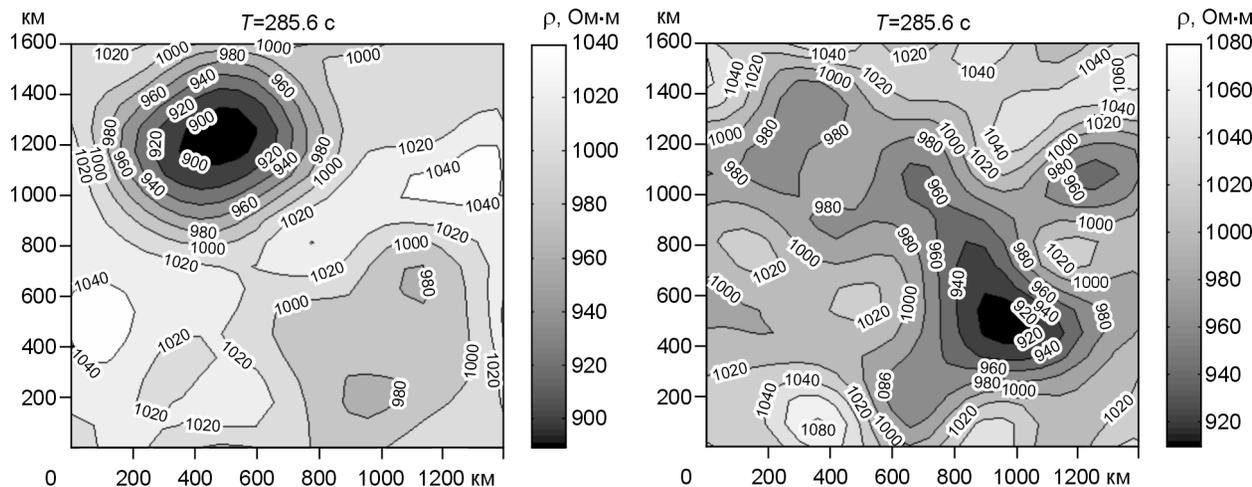


Рис. 8. Карты восстановленного латерального распределения сопротивлений в двух разных по глубине слоях.

восстановления, а на рис. 7 — итоговый результат усреднения данных по всем временным периодам. Хотя результаты, полученные по отдельным временным периодам, далеки от исходного распределения, итоговая усредненная карта воспроизводит основные особенности модели (21).

Для проверки возможности восстановления латеральной зависимости электропроводности в нескольких слоях, залегающих на разных глубинах, была также рассмотрена модель однородного полупространства с базовым значением σ_0 и двумя латерально неоднородными слоями, расположенными на разных глубинах. В первом слое на глубинах 50—80 км латеральная неоднородность задавалась формулой (21) с $x_0 = 450$, $y_0 = 1200$, $r_0 = 50$ км, т. е. в виде кольца повышенной электропроводности (пониженных сопротивлений), аналогичного изображенному на рис. 1, но меньшего радиуса и расположенного в верхнем левом углу полигона. Во втором слое на глубинах 120—150 км кольцо задавалось с параметрами $x_0 = 1000$, $y_0 = 450$, $r_0 = 40$ км и располагалось в нижнем правом углу полигона. С помощью упомянутой ранее точной программы рассчитывались синтетические входные данные для такого случая. Ниже 200 км при точных численных расчетах глубинная зависимость электропроводности соответствовала сферически-симметричной модели Лайри—Прайса $\sigma(h) = \sigma_0 e^{h/(R/55)}$, где $\sigma_0 = 10^{-3}$ См/м, h — глубина в км, $R = 6370$ км — средний радиус Земли [Рокитянский, 1981].

Далее на основе согласования полученных потенциалов $E^{(0)}$, $\frac{\partial E^{(0)}}{\partial z}$, $E^{(1)}$ решалась обратная задача с использованием формул (20) и (20б) для плавно-неоднородной среды. Результаты восстановления показаны на рис. 8. Более глубокий второй слой воспроизводится хуже, поскольку вклад от него в величину $E^{(1)}(0)$ меньше, чем от верхнего первого слоя (20б). Толщина скин-слоя при выбранных параметрах ($\omega = 0.022$ рад/с, $\sigma_0 = 1$ мСм/м) составляла ≈ 190 км, т. е. оба рассматриваемых слоя охватывались толщиной скин-слоя. Отметим, что глубины исследуемых слоев при решении обратной задачи считались известными. Как видно, в этом случае «разделение» по глубине слоев с различной латеральной неоднородностью, находящихся внутри скин-слоя, становится возможным.

ВЫВОДЫ

Для достоверной интерпретации данных регионального МТЗ в общем случае возбуждения произвольным электромагнитным полем трехмерно-неоднородной среды необходима синхронная площадная съемка, поскольку отклик среды становится нелокальным.

Возможный алгоритм обработки синхронных площадных данных заключается в согласовании между собой вариаций компонент магнитного и электрического полей, наблюдаемых на всех пунктах сети, на основе сравнения поверхностных распределений потенциалов поля в процессе поиска модели электропроводности в исследуемом объеме.

Для сокращения времени обработки данных возможно применение приближения плавной неоднородности среды, если характерные горизонтальные масштабы поля малы в сравнении с горизонтальными масштабами неоднородности.

Полученные результаты тестирования предлагаемого алгоритма указывают на его работоспособность в условиях плотной сети пунктов наблюдений. Влияние помех можно устранять с помощью процесса накопления, в частности, усреднением по соседним временным периодам.

Восстановление латеральной зависимости электропроводности в нескольких слоях, залегающих на разных глубинах, охватываемых толщиной скин-слоя, возможно при априори известных глубинах залегания указанных слоев.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 07-05-00007).

Авторы благодарят рецензентов В.С. Могилатова и А.В. Поспеева за внимание к работе и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

Бердичевский М.Н., Жданов М.С. Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. М., Недра, 1981, 327 с.

Ваньян Л.Л., Кузнецов В.А. Проводящий слой в земной коре Центральной Финляндии: миф или реальность? // Физика Земли, 1999, № 3—4, с. 62—64.

Варенцов И.М., Соколова Е.Ю. Рабочая группа проекта BEAR. Диагностика и подавление авральных искажений передаточных операторов электромагнитного поля в эксперименте BEAR // Физика Земли, 2003, № 4, с. 21—48.

Жданов М.С. Аналогии интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М., Наука, 1984, 326 с.

Жданов М.С. Электроразведка. М., Недра, 1986, 316 с.

Кузнецов А.Н., Егоров И.В. Эффект экранирования магнитотеллурического поля плохо проводящими слоями по результатам трехмерного численного моделирования // Физика Земли, 2006, № 2, с. 78—84.

Плоткин В.В. Электромагнитное поле в неоднородном шаре (трехмерный случай) // Геология и геофизика, 2004, т. 45 (9), с. 1154—1167.

Плоткин В.В. Метод согласования компонент для исследования латеральных неоднородностей по данным глобального МВЗ и МТЗ // Геология и геофизика, 2005, т. 46 (5), с. 568—578.

Плоткин В.В., Белинская А.Ю., Гаврыш П.А. Подходы к оценке латеральной неоднородности верхней мантии электромагнитными методами // Физика Земли, 2007а, т. 43, № 3, 59—64 с.

Плоткин В.В., Белинская А.Ю., Гаврыш П.А. О возможностях оценки латеральной неоднородности верхней мантии с помощью глобального магнитовариационного зондирования // Геология и геофизика, 2007б, т. 48 (7), с. 798—810.

Плоткин В.В., Белинская А.Ю., Гаврыш П.А., Губанов А.И. Применение нелокальных функций отклика при глобальном электромагнитном зондировании // Геология и геофизика, 2007в, т. 48 (11), с. 1241—1251.

Рокитянский И.И. Индукционные зондирования Земли. Киев, Наук. думка, 1981, 296 с.

Lahti I., Korja T., Kaikkonen P., Vaittinen K., Bear Working Group. Decomposition analysis of the BEAR magnetotelluric data: implications for the upper mantle conductivity in the Fennoscandian Shield // Geophys. J. Int., 2005, v. 163, № 3, p. 900—914.

Malcolm R.I. The use of invariant impedances in magnetotelluric interpretation // Geophys. J. Int., 1988, v. 92, № 1, p. 165—169.

Mareschal M. Modelling of natural sources of magnetospheric origin in the interpretation of regional induction studies: a review // Surv. Geophys., 1986, v. 8, № 3, p. 261—300.

Osipova I.L., Hjelt S.E., Vanyan L.L. Source field problems in northern parts of the Baltic shield // Phys. Earth Planet. Inter., 1989, v. 53, № 3—4, p. 337—342.

Viljanen A., Pirjola R., Amm O. Magnetotelluric source effect due to 3D ionospheric current systems using the complex image method for 1D conductivity structures // Earth Planets Space, 1999, v. 51, № 9, p. 933—945.

Wannamaker P.E., Hohmann G.W., Ward S.H. Magnetotelluric responses of three-dimensional bodies in layered earths // Geophysics, 1984, v. 49, № 9, p. 1517—1533.

*Рекомендована к печати 21 апреля 2008 г.
М.И. Эповым*

*Поступила в редакцию
10 сентября 2007 г.*