

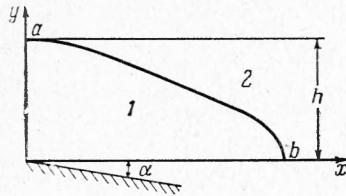
О ФИЛЬТРАЦИИ ДВУХЖИДКОСТНОЙ СМЕСИ

А. К. Курбанов, А. Х. Фаткуллин

(Москва)

Данные экспериментальных исследований показывают, что процесс вытеснения жидкостей в пластах большой мощности сопровождается значительным гравитационным разделением смеси [1].

В работе [2] рассмотрено течение двухфазной жидкости с учетом различия в плотностях и вязкостях. Показано, что если распределение давлений в поперечных сечениях пласта принять по гидростатическому закону, то среднее значение скорости фильтрации в сечении будет функцией средней насыщенности одной из фаз. Ниже двухмерное течение смеси двух весоных жидкостей в вертикальной плоскости рассматривается с учетом поверхностного натяжения σ на границе между жидкостями [3,4].



Фиг. 1. 1 — зона двухфазной смеси, 2 — зона вытесняемой жидкости, ab — линия фронта вытеснения

Пусть жидкость 1 вытесняет жидкость 2 из пласта (фиг. 1) постоянной мощности h . Начальную проницаемость пласта обозначим через k , вязкости и объемные веса жидкостей через $\mu_1, \gamma_1, \mu_2, \gamma_2$, прямоугольные координаты через x, y .

Тогда, считая давления вдоль координаты y распределенными по гидростатическому закону и применяя теорию размерности, можем написать для средних значений скоростей фильтрации

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{\sigma}{\mu_1} f_1 \left(\rho^\circ, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial P_1}{\partial x}, \frac{\sigma}{\sqrt{k} \Delta \gamma h}, \mu_0 \right) \\ U_2 &= \frac{\sigma}{\mu_2} f_2 \left(\rho^\circ, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial P_2}{\partial x}, \frac{\sigma}{\sqrt{k} \Delta \gamma h}, \mu_0 \right) \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ρ° — среднее значение насыщенности в сечении вытесняющей фазой

$$\mu_0 = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \Delta \gamma = \gamma_1 - \gamma_2, \quad P_1 = p_1 + \gamma_1 z, \quad P_2 = p_2 + \gamma_2 z \quad (2)$$

Между фазовыми давлениями p_1, p_2 и насыщенностью ρ существует зависимость

$$p_1 - p_2 = p(\rho) \quad (3)$$

определяемая экспериментально. Пользуясь выражением (3), из (2) получим

$$P_2 = P_1 - p(\rho) - \Delta \gamma z, \quad \frac{\partial P_2}{\partial x} = \frac{\partial P_1}{\partial x} - \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} - \Delta \gamma \sin \alpha \quad (4)$$

где α — угол наклона пласта к горизонту.

Уравнения неразрывности будут

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} + m \frac{\partial \rho^\circ}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x} + m \frac{\partial (1 - \rho^\circ)}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

Здесь m — пористость, t — время. Из (5) следует, что

$$\frac{\partial U_1}{\partial x} + \frac{\partial U_2}{\partial x} = 0, \quad U_1 + U_2 = \frac{Q(t)}{S} \quad (6)$$

Здесь $Q(t)$ — суммарный объемный расход, равный известному расходу жидкости 1 в некотором начальном сечении, S — площадь сечения.

Подставляя выражения (1) для U_1 и U_2 в последнее уравнение, получим, принимая во внимание (4)

$$\mu_0 f_1 \left(\rho^\circ, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial P_1}{\partial x} \right) + f_2 \left(\rho^\circ, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial P_1}{\partial x}, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} \right) = \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma} \quad (7)$$

Отсюда

$$\frac{k}{\sigma} \frac{\partial P_1}{\partial x} = f_3 \left(\rho^\circ, \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma}, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} \right) \quad (8)$$

В результате подстановки этого выражения в первое уравнение (1) будем иметь

$$U_1 = \frac{\sigma}{\mu_1} f_1 \left[\rho^\circ, f_3 \left(\rho^\circ, \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma}, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} \right) \right] = \frac{Q(t)}{S} f \left(\rho^\circ, \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma}, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} \right) \quad (9)$$

Подставляя U_1 из (9) в соответствующее уравнение неразрывности (5), получим

$$\frac{Q(t)}{S} \frac{\partial}{\partial x} f \left(\rho^\circ, \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma}, \frac{k}{\sigma} \frac{\partial p(\rho)}{\partial x} \right) + m \frac{\partial \rho^\circ}{\partial t} = 0 \quad (10)$$

В большинстве [5] практически интересных случаев $P_1 \gg |p(\rho)|$. Тогда уравнение (10) примет вид

$$\frac{Q(t)}{S} \Phi(\rho^\circ, q) \frac{\partial \rho^\circ}{\partial x} + m \frac{\partial \rho^\circ}{\partial t} = 0 \quad (11)$$

Здесь

$$\Phi(\rho^\circ, q) = \frac{\partial}{\partial \rho^\circ} f(\rho^\circ, q) \cdot \left(q = \frac{Q(t) \mu_2}{S \sigma} \right)$$

Уравнение (11) аналогично уравнению одномерной фильтрации двухфазной жидкости [3], причем роль насыщенности играет средняя насыщенность в сечении пласта. Следовательно, известные решения задач одномерной фильтрации можно распространить на случай вытеснения одной жидкости другой в пластах большой мощности, где происходит значительное гравитационное разделение фаз, заменив в них насыщенность и фазовые проницаемости их средними значениями в поперечном сечении пласта. С уменьшением мощности пласта возрастает влияние капиллярных сил по сравнению с силой тяжести и распределение насыщенности в поперечном сечении пласта приближается к равномерному и в пределе уравнение (12) переходит в уравнение одномерной фильтрации.

Решением уравнения (11) будет [3]

$$x(\rho^\circ, t) = \frac{1}{mS} \int_0^t \Phi(\rho^\circ, q) Q(t) dt + \varphi(\rho^\circ) \quad (12)$$

где $\varphi(\rho^\circ)$ определяется из начального условия. При $Q = \text{const}$

$$x(\rho^\circ, t) = \frac{Qt}{mS} \Phi_1(\rho^\circ) + \varphi(\rho^\circ) \quad (13)$$

Эффективное решение задачи можно получить, определяя функцию $\Phi_1(\rho^\circ)$ опытным путем. Метод нахождения аналогичной функции для одномерной фильтрации по данным опытов, проведенных при нестационарном течении на моделях предложен в работе [4].

По аналогии имеем при $\varphi(\rho^\circ) = 0$

$$\Phi_1(t) = \xi(t) = \frac{v}{V(t)}$$

$$\int_0^{\xi} \rho^\circ(\xi) d\xi = \frac{V_2(t)}{V(t)} = \lambda(t)$$

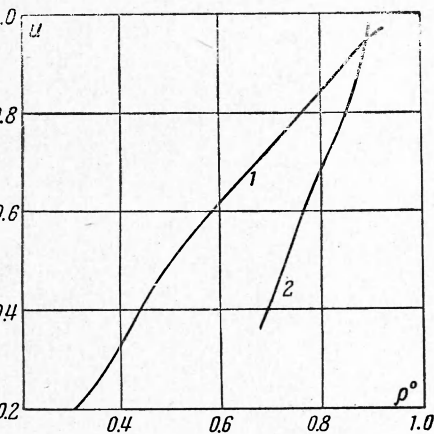
$$\left(V(t) = Qt, \quad \xi = \frac{xmS}{V(t)} \right) \quad (14)$$

Здесь v — объем пор модели, $V_2(t)$ — объем вытесняемой жидкости, вышедшей из модели. Исключая время из соотношений (14), найдем λ как функцию ξ

$$\lambda = \int_0^{\xi} \rho^\circ(\xi) d\xi = v(\xi) \quad (15)$$

Отсюда

$$\rho^\circ = \frac{dv}{d\xi} = \psi(\xi)$$

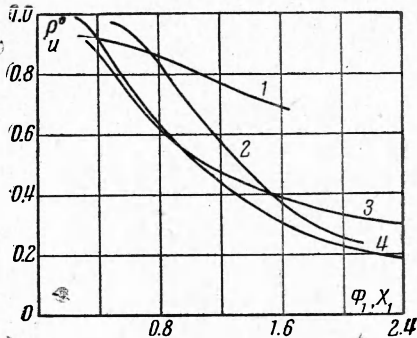


Фиг. 3. 1 — $u(\rho^\circ)$ при $\mu_0 = 3.8, q = 2.2 \cdot 10^{-4}$; 2 — $u(\rho^\circ)$ при $\mu_0 = 2, q = 1.5 \cdot 10^{-4}$

Искомая функция получается из этого равенства как обратная функция

$$\xi = \Phi_1(\rho^\circ) \quad (16)$$

На фиг. 2 показан пример зависимости $\Phi_1(\rho^\circ)$ (кривые 1 и 3), найденной по данным опытов, проведенных на модели пласта [1] при $\sigma / \sqrt{k} \Delta \gamma h = 0.717$.



Фиг. 2. Кривая 1 — $\Phi_1 = \Phi_1(\rho^\circ)$, 2 — $X_1 = X_1(u)$ при $\mu_0 = 2, q = 1.5 \cdot 10^{-4}$; 3 — $\Phi_1 = \Phi_1(\rho^\circ)$, 4 — $X_1 = X_1(u)$ при $\mu_0 = 3.8, q = 2.2 \cdot 10^{-4}$

В [2] установлена зависимость между ρ° и ординатой фронта вытеснения $y = y(x, t)$, учитывая ее закономерность движения фронта вытеснения, можно представить в виде

$$x(u, t) = \frac{Qt}{mS} X_1(u) + \chi(u) \quad \left(u = \frac{y}{h}\right) \quad (17)$$

Здесь $\chi(u)$ — уравнение первоначальной границы раздела жидкостей.

Благодаря прозрачности модели по опытным данным была построена также функция $X_1(u)$, приведенная на фиг. 2 (кривые 2 и 4). По опытным кривым $\Phi_1(\rho^\circ)$ и $X_1(u)$ была найдена зависимость $u = u(\rho^\circ)$. График $u(\rho^\circ)$ показан на фиг. 3, откуда видно, что эта зависимость близка к линейной, что согласуется с расчетами работы [2].

В тех случаях, когда $Q = Q(t)$, задача может быть решена приближенно следующим известным приемом. Общее время процесса вытеснения разбивается на ряд промежутков, в пределах которых можно приближенно считать суммарный расход постоянным. Имея семейство кривых $\Phi_1(\rho^\circ)$ с параметром $Q\mu_2/S\sigma$, можно рассчитать процесс вытеснения в каждом промежутке и таким образом получить приближенную картину течения в целом.

Поступила 7 IX 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф а т к у л л и н А. Х., Л а н и т и н а А. А. Экспериментальное исследование движения водонефтяного контакта при заводнении. Гостоптехиздат НХ, 1961, № 41.
2. К у р б а н о в А. К. О некоторых обобщениях уравнений фильтрации двухфазной жидкости. ВНИИ, НТС по добыче нефти, 1961, № 15.
3. П и р в е р д я н А. М. Движение двухфазной несжимаемой смеси в пористой среде. ПММ, 1952, т. XVI, вып. 6.
4. Э ф р о с Д. А. Определение относительных проницаемостей и функций распределения при вытеснении нефти водой. ДАН СССР, 1956, т. 110, № 5.
5. М а с к е т М. Физические основы технологии добычи нефти. М. Гостоптехиздат, 1953.

ЗАМЕЧАНИЕ К ТЕОРИИ ВДАВЛИВАНИЯ ШТАМПА В ПЛАСТИЧЕСКУЮ СРЕДУ

А. И. Кузнецов

(Ленинград)

В заметке В. А. Жалнина и Д. Д. Ивлева [1] в качестве непосредственного обобщения задачи Прандтля (о вдавливании прямоугольного штампа в полуплоскость) рассматривается задача о вдавливании штампа в пластическую среду в случае, когда штамп и среда очерчены по некоторой кривой линии. В качестве примера приведено решение численным методом характеристик задачи о вдавливании штампа с основанием в виде дуги окружности в среду, ограниченную окружностью того же радиуса. Если в задаче Прандтля различные решения задачи (решение Прандтля, решение Хилла и другие) приводят к одному и тому же значению предельной нагрузки, то в этой задаче решение, аналогичное решению Хилла приводит к наименьшему значению предельной нагрузки. Поэтому решение Хилла задачи Прандтля можно рассматривать как предельное среди минимальных решений рассмотренной в [1] задачи при стремлении кривизны дуги окружности к нулю. Как отмечено в [1], это не будет иметь места в общем случае.

Последнее обстоятельство показывается в предлагаемой заметке.

Рассмотрим задачу о вдавливании жесткого штампа без трения в пластическую среду, ограниченную произвольной гладкой выпуклой кривой AB , симметричной относительно оси x , и двумя прямыми AC и BD — касательными к AB в точках A и B соответственно (фиг. 1). Влияние выпучивания пластической среды не учитывается. Построение линий скольжения очевидно из фиг. 1. Нормальное давление под штампом находится элементарно. В точке E оно равно

$$\sigma_n = -k(\pi + 2 - 2\theta) \quad (1)$$

Здесь θ — угол между нормальными к AB в точках A и E , k — предел текучести при сдвиге. Легко убедиться, что построение поля скоростей может быть выполнено.

Как следует из формулы (1), нормальное давление убывает по величине от точки A к точке B . Поэтому всякое другое решение типа, изображенного на фиг. 2, и, в частности, решение, аналогичное решению Хилла задачи Прандтля, приводит к большему