

## ТУРБУЛЕНТНОЕ ТЕЧЕНИЕ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ОДНОСТОРОННИМ МАССООБМЕНОМ

Большое практическое значение каналовых течений с массообменом через пористую стенку вызывает широкий интерес [1—3]. Если анализ ламинарных течений может опираться на решение точных уравнений движения вязкой жидкости, то наиболее важные в прикладном отношении турбулентные движения, к сожалению, не поддаются пока надежному теоретическому анализу. Обоснованные надежды возлагаются на современные модели турбулентности, совершенствование которых может привести к возможности расчетно-теоретического прогнозирования многих сложных форм турбулентного течения. Однако без достаточной базы экспериментальных данных трудно рассчитывать на успешное продвижение вперед, только при обязательном сочетании эмпирического и аналитического подходов к проблеме следует надеяться на успех. Такого рода эмпирический материал для течения в каналах с гладкими непроницаемыми стенками получен в [4—7], а, например, с шероховатой стенкой — в [8]. Что же касается течения в каналах с массообменом через стенку, то, насколько нам известно, аналогичных исследований пока не имеется. Настоящая работа является частью общего исследования турбулентного течения в плоском канале с массообменом через пористые стенки.

1. Опыты проводились на установке, представляющей собой плоский канал шириной  $2B = 0,45$  м и высотой  $2H = 0,034$  м, работающий на нагнетательном режиме. Вентилятор имел мягкое соединение с воздухопроводом протяженностью около 20 м, от которого опять-таки через мягкое соединение воздух подавался в приемный диффузор, расположенный на входе стабилизационного участка канала длиной  $140H$ . Таким образом, исключалась возможность передачи па установку механических вибраций от вентилятора и металлического воздухопровода. Металлический диффузор выполнен по Витошинскому и соединен с экспериментальной установкой через систему сеток и решеток. Стабилизационный участок канала изготовлен из опилостружечных досок толщиной 0,03 м с полированными поверхностями, имел два стыковочных узла — один с подводящим диффузором, другой с рабочим участком. Последний представлял естественное продолжение деревянной части канала, но одна стенка выполнена из толстого оргстекла, а противоположная — пористая металлокерамическая пластина с коэффициентом порозности  $\epsilon_0 = 0,35$  и средним размером высоты элементов шероховатости  $2 \cdot 10^{-5}$  м. К внешней стороне пористой стенки канала герметично крепился короб, разделенный по длине рабочего участка на семь изолированных секций. Инжектируемый воздух подавался в каждую секцию независимо через ротаметры. На противоположной непроницаемой стенке по центральной линии рабочего участка канала имелись специальные отверстия для ввода измерительного зонда термоанемометра. Обращенная внутрь канала поверхность герметичных заглушек была тщательно подогнана заподлицо со стенкой канала. Измерительный зонд представлял собой спаренный однониточный датчик постоянного сопротивления, который перемещался поперек канала с помощью микрокоординатника с точностью  $5 \cdot 10^{-6}$  м. Одна пара ножек с пилкой позволяла производить измерения вблизи проницаемой стенки, вторая — у противоположной непроницаемой. Состояние нити, параллельность ее поверхности стенкам канала и расстояние до стенки при приближении к последней контролировались катетометром В-690 с точностью  $5 \cdot 10^{-6}$  м. Для измерения поперечных составляющих скорости и временных корреляций пользовались крестообразными датчиками (нити вольфрамовые диаметром  $6 \cdot 10^{-6}$  м, длиной  $1,6 \cdot 10^{-3}$  м). Ножки однониточных датчиков были направлены под углом  $30—35^\circ$  к стенкам канала и позволяли приблизиться к ним на расстояние до  $4 \cdot 10^{-5}$  м, крестообразным датчиком можно было подойти до  $1 \cdot 10^{-3}$  м. Для измерения статического давления вдоль всего канала имелись дренажные отверстия.

Опытам с массообменом предшествовала проверка всех основных характеристик течения в канале с непроницаемыми стенками без подклю-

чения рабочего участка. Они сопоставлялись с известными опытами [4—7]. Аналогичные измерения проведены с присоединенным рабочим участком без вдува. С целью выяснения возможного влияния массообмена на стабилизировавшиеся профили скорости до входа в рабочий участок (т. е. вверх по потоку) вновь производились измерения всех характеристик при входе в пористую часть канала при максимальном вдуве. Результаты всех этих тестовых измерений дали хорошее совпадение друг с другом.

Известно, что стабилизация пульсационных характеристик наступает значительно позже, чем осредненных. Поэтому, кроме измерения поперек канала  $x_2 = X_2/H$ , аналогичные измерения проводились и по ширине канала в направлении  $x_3 = X_3/B$ . Результаты показали, что однородность течения по всем параметрам сохраняется более чем на 80 % ширины канала. Причем данные, полученные на входе в рабочий участок, при отсутствии массообмена совпадают с результатами измерения на выходе из него с точностью 2—3 %.

Возможности установки ограничивались значением числа Рейнольдса ( $Re = U_0 H/\nu$ ) до 47000 ( $U_0$  — начальная среднерасходная скорость течения). Основная часть экспериментов проведена при  $Re = 4300$  и  $43000$  и интенсивности массообмена  $m = \pm 2; \pm 4; \pm 8,8$  и  $\pm 17,6$  %, определяемой как отношение расхода инжектируемого через пористую стенку газа к расходу воздуха основного потока:  $m = Q/Q_0$ . Здесь  $Q = v_w L B$ ;  $Q_0 = 4 H B U_0$ ;  $L$  — длина рабочего участка;  $v_w$  — скорость массообмена. Соответствующие этим значениям  $Re_w = v_w H/\nu$  равны:

при  $Re = 4300$   $Re_w = \pm 4,36; \pm 8,72; \pm 21,8; \pm 43,6$ ,

при  $Re = 43000$   $Re_w = \pm 43,6; \pm 87,2; \pm 218; \pm 436$ .

Отличительной особенностью канального течения с массообменом через одну стенку является нестабилизированность движения. Расход вниз по течению непрерывно изменяется, а профили продольной компоненты скорости деформируются, причем тем заметнее, чем интенсивней массообмен.

На рис. 1, 2 приведены некоторые данные измерения по вдуву на поперечных сечениях рабочего участка канала для  $m = 17,6$  % и  $Re =$

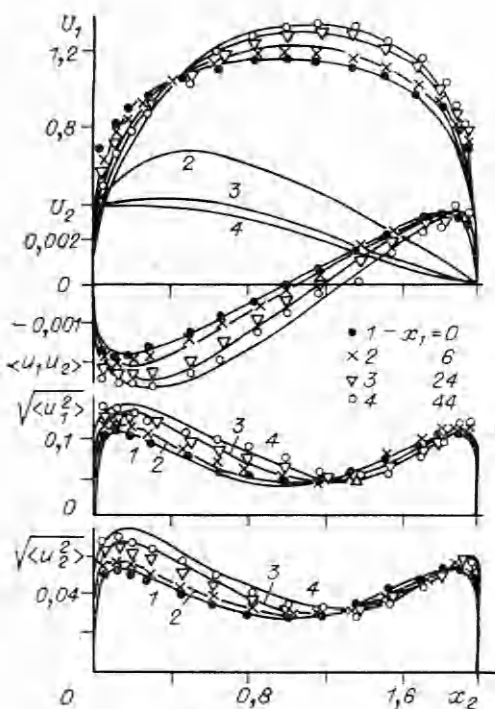


Рис. 1

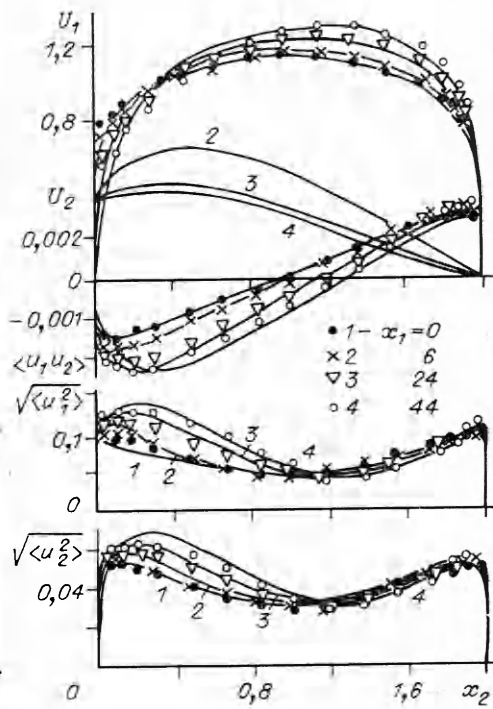
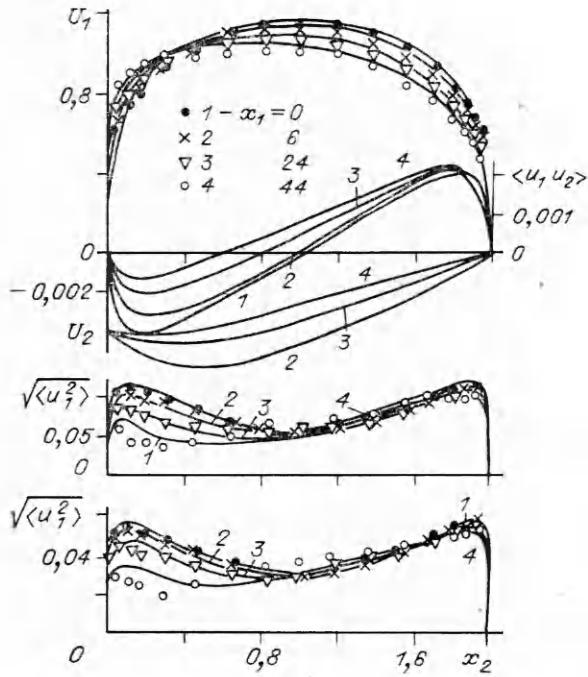


Рис. 2



Р и с. 3

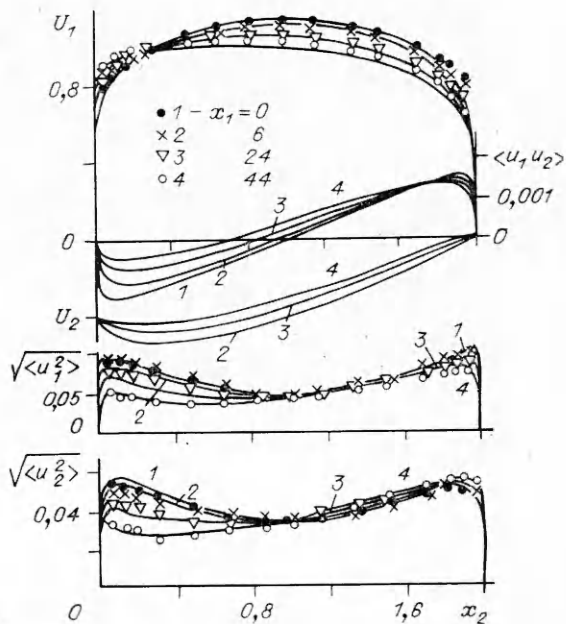
дется от пористой стенки ( $x_2 = 0$ ) до непроницаемой ( $x_2 = 2$ ).

Непрерывная деформация профиля скорости  $U_1$  на рабочем участке капала указывает на наличие не только касательных, но и нормальных составляющих сдвигового напряжения. В случае вдува профиль  $U_1$  отесняется от пористой стенки и наполняется у сплошной. Максимум отходит от оси в сторону сплошной стенки. Вдув газа вызывает рост турбулентных характеристик вблизи проницаемой поверхности. Величины турбулентного трения  $\langle u_1 u_2 \rangle$  и среднеквадратичных компонент  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  растут вниз по течению.

Нулевое значение  $\langle u_1 u_2 \rangle$  и минимумы  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  смещаются от оси канала (см. рис. 1, 2), причем местоположения их не совпадают с максимумом  $U_1$ . Они расположены ближе к сплошной стенке. Вблизи сплошной стенки величины  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  различаются незначительно в разных сечениях рабочего участка. Деформация профилей  $U_1$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  продолжается по всей длине рабочего участка, однако с ростом  $x_1$  их интенсивность снижается. В связи с наполнением  $U_1$  возрастает сопротивление на сплошной стенке, и оно будет

$= 4300$  и  $43000$  соответственно. Сверху точками показаны опытные профили продольной компоненты скорости  $U_1 = \bar{U}_1 / U_0$ , ниже — турбулентного трения  $\langle u_1 u_2 \rangle = \langle u_1 u_2 \rangle / U_0^2$ , еще ниже — среднеквадратичных компонент продольной  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle} = \sqrt{\langle u_1^2 \rangle} / U_0$  и поперечной  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle} = \sqrt{\langle u_2^2 \rangle} / U_0$  скоростей пульсационного движения.

Аналогичный порядок соблюден для рис. 3, 4, где построены некоторые опытные данные по отсосу для  $m = -17,6\%$  и  $Re = 4300$  и  $43000$ . Построение рисунков унифицировано. На рисунках, где представлены результаты измерения поперек канала в направлении  $x_2$ , отсчет всюду ве-



Р и с. 4

компенсировать повышение  $\langle u_1 u_2 \rangle$  вблизи проницаемой поверхности.

При значении  $Re = 43000$  и  $m = 17,6\%$  характер поведения экспериментальных данных  $U_1$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  такой же, как при  $Re = 4300$  (см. рис. 2), но профили  $U_1$  более заполнены.

Как видно из рис. 3, 4, влияние отсоса на структуру течения противоположно по сравнению со вдувом. Экспериментальные профили (точки)  $U_1$  постепенно становятся положе вниз по течению. Известно, что отсос газа из пограничного слоя уменьшает сопротивление трения на проницаемой поверхности. Поэтому профили  $U_1$  наполняются у пористой стенки и оттесняются от сплошной. В связи с этим максимум  $U_1$  смещается от осп в сторону проницаемой поверхности. Опытные распределения  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  уменьшаются вниз по течению, особенно это заметно вблизи пористой стенки (см. рис. 3, 4). Как показывают экспериментальные данные, отсос потока приводит к ламинаризации течения.

2. Расчетно-теоретическое исследование производилось с помощью пятипараметрической модели турбулентных напряжений. Рассмотрим турбулентное движение несжимаемой жидкости в плоском канале. Ось  $Ox_1$  направим вдоль нижней стенки, а ось  $Ox_2$  — по его высоте. Движение жидкости описывается системой уравнений в приближении узкого канала

$$(2.1) \quad U_1 \frac{\partial U_1}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial U_2}{\partial x_2} = -\frac{dP}{dx_1} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_2^2} - \frac{\partial \langle u_i^2 \rangle}{\partial x_1} - \frac{\partial \langle u_1 u_2 \rangle}{\partial x_2};$$

$$(2.2) \quad \partial U_1 / \partial x_1 + \partial U_2 / \partial x_2 = 0.$$

Градиент давления находится из интегрального условия сохранения расхода

$$(2.3) \quad \int_0^2 U_1 dx_2 = 2 + V_w x_1$$

( $V_w = v_w / U_0$  — параметр массообмена).

Замыкание системы (2.1) — (2.3) проводится с помощью модели турбулентных напряжений [9]. Применительно для низких чисел Рейнольдса она имеет вид

$$(2.4) \quad U_1 \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{1}{Re} \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_2} - J_{ijk} \right) + P_{ij} + \Phi_{ij} - \varepsilon_{ij},$$

где  $P_{ij}$  — порождение турбулентных напряжений средним сдвигом;  $\Phi_{ij}$  — корреляция пульсаций давления со скоростями деформаций;  $J_{ijk}$  — молярный поток;  $\varepsilon_{ij}$  — вязкая диссипация. Член корреляции давление — деформация  $\Phi_{ij}$  аппроксимируется формулой

$$(2.5) \quad \Phi_{ij} = -c_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( \langle u_i u_j \rangle - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) - \alpha \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) - \\ - \beta \left( D_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) - \gamma k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) + \Phi_{ijw}.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$(2.6) \quad P_{ij} = - \left( \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right),$$

$$D_{ij} = - \left( \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \langle u_j u_k \rangle \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right),$$

$$\Phi_{ijw} = \left[ c_3 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} \delta_{ij} P \right) + c_4 k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right] f_w, \quad P = P_{kk}/2, \quad k = \langle u_i^2 \rangle / 2$$

( $\Phi_{ijw}$  — пристенная поправка  $\Phi_{ij}$ ,  $P$  — порождение кинетической энергии турбулентности  $k$ ).

Диффузионный поток определяется выражением

$$(2.7) \quad J_{ijk} = -c_s \frac{k}{\varepsilon} \left( \langle u_i u_e \rangle \frac{\partial \langle u_j u_k \rangle}{\partial x_e} + \langle u_j u_e \rangle \frac{\partial \langle u_k u_i \rangle}{\partial x_e} + \langle u_k u_e \rangle \frac{\partial \langle u_i u_j \rangle}{\partial x_e} \right).$$

Уравнение переноса диссипации кинетической энергии турбулентности  $\varepsilon$  записано в форме Чжена [10]

$$(2.8) \quad U_1 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \left[ \left( \frac{1}{\text{Re}} + c_\sigma \frac{k \langle u_2^2 \rangle}{\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_2} \right] + c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} P - c_{2\varepsilon} f_\beta \frac{\varepsilon^2}{k} - \frac{2g_\beta \varepsilon}{\text{Re} x_2^2}$$

( $x_2$  — расстояние, отсчитываемое от стенки). В соответствии с (2.8) член вязкой диссипации  $\varepsilon_{ij}$  определяется формулой

$$(2.9) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \varepsilon + \frac{2}{\text{Re}} \frac{\delta_{i1} \delta_{jm}}{x_2^2} \langle u_1 u_m \rangle.$$

В расчетах вместо третьей компоненты турбулентного напряжения  $\langle u_3^2 \rangle$  использовалось уравнение кинетической энергии турбулентности, получаемое из (2.4) путем свертки по индексам  $i, j$ :

$$(2.10) \quad \bar{U}_1 \frac{\partial k}{\partial x_1} + U_2 \frac{\partial k}{\partial x_2} = - \langle u_i u_k \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial}{\partial x_2} \left( \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial k}{\partial x_2} - \frac{J_{ijk}}{2} \right) - \varepsilon - \frac{2k}{\text{Re} x_2^2}.$$

В систему (2.4) — (2.9) входят константы и пристеночные функции  $c_1 = 1,5$ ,  $c_2 = 0,4$ ,  $c_3 = 0,45$ ,  $c_4 = 0,08$ ,  $c_s = 0,11$ ,  $c_{1\varepsilon} = 1,35$ ,  $c_{2\varepsilon} = 1,8$ ,  $c_\sigma = 0,15$ ,  $g_\beta = \exp(-0,5x_2 V_* \text{Re})$ ,  $f_\beta = 1 - \frac{0,4}{1,8} \exp\left(-\frac{k^2 \text{Re}}{6\varepsilon}\right)$  ( $V_* = v_*/U_0$  — динамическая скорость в начальном сечении рабочего участка). Константы  $\alpha, \beta$  принимают такие же значения, как в [9], а значение  $\gamma$  подправлено. Лучшее согласование с опытом дает  $\gamma = (30c_2 - 4,3)/55$ .

Пристеночная функция  $f_w$  определена согласно гипотезе Себеси [11] и выражается формулой

$$f_w = \exp(-2x_2 \text{Re} V_*/A),$$

где  $A = 26 \left\{ -\frac{P_*}{V_{w*}} \exp(11,8V_{w*} - 1) + \exp(11,8V_{w*}) \right\}^{-1/2}$ ;  $P_* = -\frac{dP}{dx_1} \times \frac{1}{\text{Re} V_*^3}$ ;  $V_{w*} = V_w/V_*$ . Для непроницаемой стенки ( $V_{w*} = 0$ ) из соотношения  $A$  следует  $A = 26(1 - 11,8P_*)^{-1/2}$ .

Система уравнений движения (2.1) — (2.3) решается совместно с уравнениями переноса  $\langle u_1^2 \rangle$ ,  $\langle u_2^2 \rangle$ ,  $k$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\varepsilon$  при граничных условиях

$$x_1 \geq 0, x_2 = 0: U_1 = 0, U_2 = V_w, \langle u_1^2 \rangle = \langle u_2^2 \rangle = \langle u_1 u_2 \rangle = k = \varepsilon = 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 = 2: U_1 = 0, \langle u_1^2 \rangle = \langle u_2^2 \rangle = \langle u_1 u_2 \rangle = k = \varepsilon = 0.$$

Граничные условия на входе в область с массообменом находятся из решения системы уравнений стабилизированного течения в канале с непроницаемой стенкой.

Система уравнений (2.1) — (2.4), (2.8), (2.10) решается численным методом на неравномерной прямоугольной сетке, построенной по рекомендации [10]. Минимальный шаг сетки по поперечной координате выбирается с расчетом, чтобы внутри ламинарного подслоя ( $x_2^* \leq 5$ ) нашлось до 10 узлов сетки. Аппроксимация уравнений проводилась двухслойной неявной схемой [12]. Градиент давления определялся методом расщепления [13] из условия сохранения расхода (2.3).

3. Основные режимные параметры задачи —  $\text{Re}$  и  $V_w$ . Расчеты проведены при фиксированных  $\text{Re}$  и  $V_w$  в диапазоне  $4 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 5 \cdot 10^4$ ,

$-0,01 \leq V_w \leq 0,01$ . В соответствии с выбором системы координат отрицательные значения  $V_w$  относятся к отсосу, а положительные — к вдуву. Сравнение расчета с экспериментом проводилось по всей длине рабочего участка ( $L/H = 44$ ).

Для обобщения опытных данных была привлечена более простая трехпараметрическая модель турбулентности [9, 14]. В этом случае совместно с (2.1) — (2.3) решалась система уравнений переноса  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $k$  и  $\epsilon$ . Однако полного согласия расчета с экспериментом не удалось достичь несмотря на вариацию значений констант. По-видимому, это объясняется упрощением связи между турбулентными характеристиками течения в трехпараметрической модели турбулентности.

Как показано выше, рассматриваемая модель турбулентных напряжений отличается от исходного варианта [9] формой источниковых членов диссипации энергии турбулентности  $\epsilon_{ij}$ . Нужно отметить, что первоначальный вариант модели тоже привлекался в расчетах. В ходе численных экспериментов имела место неустойчивость конечно-разностного алгоритма, тогда как счет системы (2.1) — (2.4), (2.8), (2.10) был всегда устойчив.

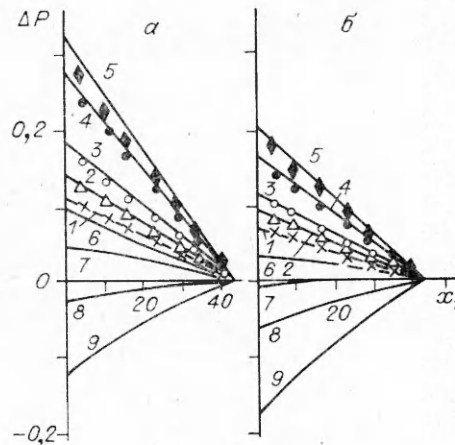
Простота модели Чжена и применимость ее в канальных течениях отмечались во многих обзорах [15]. Тем не менее проводились тестовые расчеты системы (2.1) — (2.4), (2.8), (2.10), которые показали удовлетворительное согласие расчета с известными экспериментальными и расчетными данными [5—7, 16].

На рис. 1—4 приведены расчетные кривые, полученные при тех же параметрах, что и опытные точки. На них помимо данных  $U_1$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  построены расчетные профили поперечной компоненты скорости  $U_2$ , показывающие поперечную конвекцию в поле течения. Попытки измерения  $U_2$  не увенчались успехом ввиду малости их значений, хотя размеры крестообразного датчика позволили проникнуть в вязкий подслои.

Как видно из рис. 1—4, расчетные кривые  $U_1$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  находятся в удовлетворительном согласии с опытными данными в ядре течения и лишь вблизи стенки имеются некоторые расхождения. Это может быть связано с недостатком модели в пристенной области. Тем не менее расчетные данные достаточно хорошо описывают характерные закономерности течения: деформацию профилей  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $\langle u_1 u_2 \rangle$ ,  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  вниз по течению, сдвиг максимума  $U_1$  и минимумов  $\sqrt{\langle u_1^2 \rangle}$ ,  $\sqrt{\langle u_2^2 \rangle}$  от оси канала, несовпадение нуля турбулентного трения и максимума продольной составляющей скорости  $U_1$ , турбулизацию потока при вдуве и, наоборот, ламинаризацию его при отсосе.

На рис. 5 дано изменение статического давления в рабочей части канала при  $m = 0; 2; 4; 8,8; 17,6; -2; -4; -8,8; -17,6$  % (кривые 1—9), а также при  $Re = 4300$  (а) и  $43000$  (б). Расчетные данные (линии) показывают падение давления при вдуве и его восстановление в случае отсоса по длине канала через пористую стенку. К сожалению, в опытах измерение статического давления проводилось для случая вдува и, как видно из рис. 5, опытные данные удовлетворительно согласуются с расчетом.

Таким образом, результаты исследования показывают, что модель



Р и с. 5

турбулентных напряжений с приемлемой точностью описывает экспериментальные данные и она может использоваться для расчета течений с отсосом и вдувом.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ерошенко В. М., Зайчик Л. И. Гидродинамика и тепломассообмен на проницаемых поверхностях.— М.: Наука, 1984.
2. Калинина С. В., Луговской П. П., Миронов Б. П. Гидродинамика течения в проницаемом канале с двухсторонним вдувом // ПМТФ.— 1981.— № 6.
3. Алимиев В. И., Калинина С. В., Луговской П. П. Исследование гидродинамики течения однофазной среды в узких зазорах со вдувом // Турбулентный пограничный слой при сложных граничных условиях.— Новосибирск: ИТ СО АН СССР, 1977.
4. Конт-Белло Ж. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками.— М.: Мир, 1968.
5. Хуссейн, Рейнольдс. Экспериментальное исследование полностью развитого турбулентного течения в канале // ТОИР.— 1975.— № 4.
6. Eckelman H. The structure of the viscous sublayer and the adjacent wall region in a turbulent channel flow // J. Fluid Mech.— 1974.— V. 65, pt 3.
7. Laufer J. The structure of turbulence in fully-developed pipe flow.— N. Y., 1954.— (Rep./NASA; N 1174).
8. Hanjalić K., Launder B. E. Fully developed asymmetric flow in a plane channel // J. Fluid Mech.— 1972.— V. 52, pt 4.
9. Hanjalić K., Launder B. E. Contribution towards a Reynolds-stress closure for low Reynolds-number turbulence // J. Fluid Mech.— 1976.— V. 74, pt 4.
10. Chien K. Y. Predictions of channel and boundary layer flows with a low-Reynolds-number two-equation model of turbulence // AIAA J.— 1982.— V. 20, N 1.
11. Sebeci T. Behaviour of turbulent flow near a porous wall with pressure gradient // AIAA J.— 1970.— V. 12, N 8.
12. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена.— М.: Наука, 1984.
13. Симуни Л. М. Движение вязкой несжимаемой жидкости в плоской трубе // ЖВММФ.— 1965.— Т. 5, № 6.
14. Лущик В. Г., Павельев А. А., Якубенко А. В. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1978.— № 3.
15. Пейтел В. К., Роди В., Шойерер Г. Модели турбулентности для течений в пристеночной области с малым числом Рейнольдса. Обзор // Аэрокосмич. техника.— 1986.— № 2.
16. Жаибасбаев У. К., Кожахметов Т. Б., Смольянинов А. В. Расчет течения в канале на основе модели турбулентных напряжений, применимой при низких числах Рейнольдса // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат.— 1989.— № 3.

г. Алма-Ата

Поступила 7/III 1989 г.,  
в окончательном варианте — 29/IX 1989 г.

УДК 532.546

В. В. Воинов

### О ТОЧНЫХ РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧИ ДВИЖЕНИЯ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Рассматривается стационарное движение двух жидкостей в пористой среде со стационарной границей раздела. Получены точные решения плоской и осесимметричной задач движения капель. Закономерности движения капель связываются с механизмом распада фронта вытеснения на нелинейной стадии.

Как известно, при вытеснении вязкой жидкости из пористой среды жидкостью с меньшей вязкостью граница раздела неустойчива. Малые возмущения поверхности быстро растут, принимая на нелинейной стадии форму пальцев. Периодические решения плоской задачи изучались в [1—3]. В [4, 5] численно исследовалась эволюция малых периодических возмущений плоской границы раздела, задавались возмущения в виде суперпозиции возмущений разного периода. При этом не только получены пальцы на нелинейной стадии, но и наблюдалось их дробление на капли.

Представляет интерес аналитическое описание капель и одиночных пальцев, движущихся в пористой среде.