

коэффициентов интенсивности напряжений от угла  $\alpha$  при  $l_1/l = 0,1$ . Отметим, что для такого же значения  $l_1/l$  рассчитанные на основе решения системы (2.2) коэффициенты интенсивности практически совпадают с данными [12].

Поступила 3 IV 1981

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Линьков А. М. Интегральные уравнения теории упругости для плоскости с разрезами, нагруженными уравновешенными системами сил. — ДАН СССР, 1974, т. 218, № 6.
2. Саврук М. П. Система криволинейных трещин в упругом теле при различных граничных условиях на их берегах. — Физ.-хим. мех. материалов, 1978, т. 14, № 6.
3. Theocaris P. S., Ioakimidis N. I. The symmetrically branched crack in an infinite elastic medium. — Z. Angew. Math. und Phys., 1976, vol. 27, N 6.
4. Панасюк В. В., Саврук М. П., Дацишин А. П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. Киев: Наукова думка, 1976.
5. Мухелишвили Н. И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Физматгиз, 1962.
6. Каландия А. И. Замечания об особенностях упругих решений вблизи углов. — ПММ, 1969, т. 33, № 1.
7. Зиновьев Б. М., Карманова Т. Ф. К учету особенностей при численном решении задач теории упругости. — Труды НИИЖТа, 1978, № 190/3.
8. Erdogan F., Gupta G. D. On the numerical solution of singular integral equations. — Quart. Appl. Math., 1972, vol. 29, N 4.
9. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М.: Наука, 1974.
10. Бойко А. В., Карпенко Л. Н. Предельное состояние пластины, ослабленной трещиной сложной формы, при двухосном растяжении. — Проблемы прочности, 1980, № 8.
11. Bilby B. A., Cardew G. E., Howard I. C. Stress intensity factors at the tips of kinked and forked cracks. — In: Advances Research in Strength and Fracture of Materials. 4th Int. Conf. Fract., Waterloo, 1977. Vol. 3A. N. Y. e. a., 1978.
12. Китагава Х., Юки Р. Коэффициенты интенсивности напряжений в задачах о ветвящихся трещинах при плосконапряженном состоянии. — Нихон кикай гаккай ромбунсю, 1975, т. 41, № 346. — Яп.

УДК 539.375

#### О РАСКРЫТИИ БЕРЕГОВ ЕСТЕСТВЕННОЙ МАКРОТРЕЩИНЫ

А. П. Владимиров, В. В. Стружанов

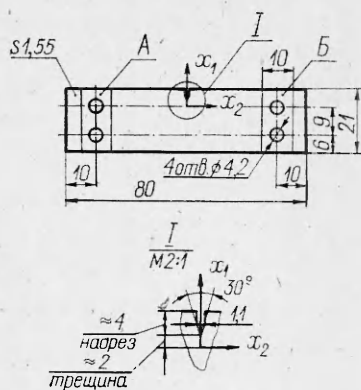
(Свердловск)

Недостатки простейших моделей макротрещин неоднократно отмечались в литературе. Попытки более совершенных моделей сводились к подбору тех или иных гипотез относительно поведения среды у концов щели [1, 2], однако не было уделено должного внимания процессу образования реальных макротрещин.

В [3, 4] предложена модель естественной макротрещины, учитывающая наличие остаточных сжимающих напряжений, возникающих у вершины трещины в процессе ее образования и препятствующих раскрытию макротрещины. Цель данного исследования — экспериментальное обоснование выдвинутой модели.

1. Для исследования закономерностей раскрытия естественных макротрещин был изготовлен прямоугольный образец из оргстекла СО-95, который матировали абразивом со средним размером частиц 20 мкм. Для увеличения коэффициента отражения на поверхность образца напыляли алюминий до образования пленки толщиной  $(5-10) \cdot 10^{-6}$  мм. Макротрещину выращивали, помещая предварительно надрезанный образец в нагружающее устройство и постепенно растягивая его до появления трещины, затем для остановки трещины нагрузку снимали. На фиг. 1 приведены вид и размеры образца, начало координат совпадает с вершиной трещины. Часть А образца прижималась к неподвижному захвату нагружающего устройства, часть Б — к подвижному захвату.

Эксперимент проводили следующим образом. Сначала голографировали образец при нулевой нагрузке. Затем, перемещая подвижный захват, деформировали его на величину  $0,39 \cdot 10^{-3}$  и голографировали второй раз.



Ф и г. 1

таких деформациях обнаружить нарушение сплошности среды.

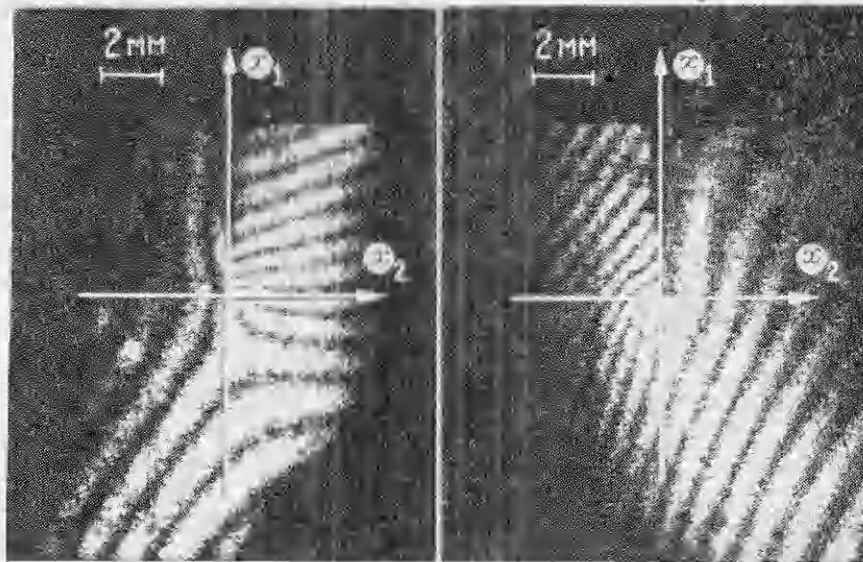
Для проверки результатов эксперимент проводился еще на одном образце, причем опыты на обоих образцах повторялись несколько раз, т. е. для каждого образца было изготовлено несколько серий голограмм.

Голографирование осуществляли во встречных пучках [5], на стадии восстановления изображений использовалась методика, описанная в [6, 7], позволяющая выделять и измерять любую компоненту вектора перемещений точек поверхности, а именно картину интерференционных полос фотографировали через две оптические системы, оси которых расположены в плоскости  $x_2Ox_3$  и исходят из начала координат, образуя с осью  $Ox_2$  углы  $\beta_2 = 65^\circ$  и  $\beta_2 = 115^\circ$ , т. е. симметрично относительно оси  $Ox_3$ . Типичные картины полос приведены на фиг. 2. Фиг. 2, а соответствует наблюдению под углом  $65^\circ$ , фиг. 2, б — под углом  $115^\circ$ , деформация образца  $1,54 \cdot 10^{-3}$ .

Заметим, что на образцах без напыленного алюминия получали те же результаты, яркое изображение необходимо для надежных количественных исследований.

2. Анализ полученных голограмм показал, что при деформациях, меньших  $0,77 \cdot 10^{-3}$ , трещина раскрывается только частично, затем происходит полное раскрытие. Для определения величин раскрытия берегов трещины использована одна из последних серий голограмм, полученных

Далее фотопластинка заменялась и первая экспозиция проводилась уже при деформации  $0,39 \cdot 10^{-3}$ , вторая — при деформации  $0,77 \cdot 10^{-3}$  и т. д. Таким образом, получали от 5 до 10 двухэкспозиционных голограмм, доводя деформацию образца до  $0,7-0,8$  от деформации, при которой была выращена трещина. Деформирование осуществлялось с шагом  $0,39 \cdot 10^{-3}$  потому, что при этом реализуется оптимальная для измерений частота полос и, кроме того, при начальной деформации, меньшей  $0,39 \cdot 10^{-3}$ , интерференционные полосы непрерывны на всей поверхности, следовательно, чувствительность метода в данном эксперименте не позволяла при



Ф и г. 2

в ходе эксперимента. Согласно [7], имеем

$$\Delta u_2 = \lambda (\Delta N_2 - \Delta N_2') / (2 \cos \hat{\rho}_2), \quad (2.1)$$

где  $\Delta u_2$  — проекция вектора перемещения на ось  $Ox_2$ ;  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения, равная 0,633 мкм;  $\Delta N_2$  и  $\Delta N_2'$  — величины, определяемые вдоль трещины по картинам полос, полученным через первую и вторую оптические системы соответственно, причем переход от максимума освещенности к соседнему минимуму освещенности в картине полос соответствует изменению их на 0,5.

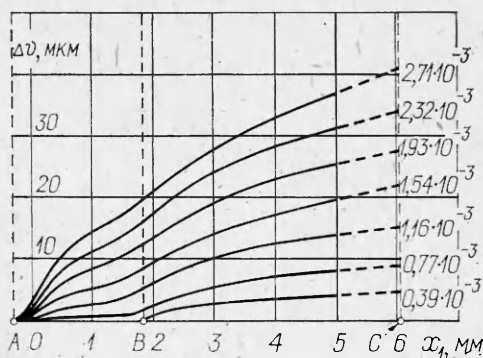
Для каждого берега трещины строили два совмещенных графика зависимости  $\Delta N_2$  и  $\Delta N_2'$  от координаты  $x_1$ . Экспериментальные точки — координаты максимумов и минимумов освещенности — соединяли плавными кривыми. Значение разности  $\Delta N_2 - \Delta N_2'$  между двумя кривыми в фиксированной точке подставляли в формулу (2.1). Точки брались с шагом 0,1 мм. Вычитая из полученных перемещений перемещение трещины как единого целого, за которое принимали перемещение ее вершины по оси  $Ox_2$ , получали искомые значения  $\Delta v_1$  и  $\Delta v_2$  раскрытия соответственно правого и левого берегов. Полученные данные приведены на фиг. 3, где  $\Delta v = (1/2)[\Delta v_1(x_1) + \Delta v_2(x_1)]$ ,  $OA$  — величина подрастания трещины,  $OB$  — длина естественной макротрещины,  $BC$  — длина выреза. Для каждой кривой приведена соответствующая ей деформация образца.

3. Неполное раскрытие естественной макротрещины при малых деформациях объясняется, очевидно, тем, что при ее образовании возникают силы, препятствующие расхождению берегов. Для определения природы этих сил проводились следующие опыты. Из того же оргстекла были изготовлены 9 образцов с надрезами. Каждый образец помещали в нагружающее устройство и голографировали первый раз. Затем выращивали трещину, после чего снимали нагрузку и снова голографировали. Эту процедуру повторяли неоднократно, увеличивая каждый раз трещину на 1—2 мм.

Во всех опытах получали интерференционные полосы, терпящие разрыв при пересечении трещины. Таким образом, остаточные перемещения, которые и являются причиной появления зафиксированных в эксперименте полос, не неразрывны, и поэтому исследуемый материал не является сплошным. Отсюда следует, что после образования естественной макротрещины и последующей разгрузки силы атомного взаимодействия не восстанавливаются, так как чувствительность метода такова, что если бы между атомами, расположенными на противоположных берегах трещины, возникло взаимодействие, то невозможно было бы зафиксировать нарушение сплошности, а именно разрыв перемещений.

Дальнейшее изучение картин полос показывает, что полосы распределены по поверхности образца неравномерно. Вблизи вершины трещины, в так называемой зоне разрыхления, наблюдается их концентрация, т. е. поле остаточных перемещений и, следовательно, поле остаточных деформаций неоднородны.

Появление неоднородных остаточных деформаций вызвано тем, что деформации, возникающие в теле в процессе образования макротрещины в начальный момент, не удовлетворяют условиям совместности из-за разной степени деформирования материала в зоне разрыхления и в неповрежденной области. Материал, расположенный в зоне разрыхления, стремится занять больший объем, а окружающий его неповрежденный материал препятствует этому. В результате появляются сжимающие самоуравно-



Ф и г. 3

вешенные в теле напряжения, которые будем называть наведенными и которые препятствуют раскрытию трещины, являясь своеобразной реакцией материала на разрушение.

Наличие наведенных напряжений, препятствующих раскрытию трещины, подтверждается также тем, что результаты, полученные выше, не были воспроизведены на образце с естественной макротрещиной, который пролежал около года в комнатных условиях. При тех же условиях эксперимента трещина раскрывалась при деформациях, значительно меньших  $0,39 \cdot 10^{-3}$ . Этот факт объясняется, очевидно, релаксацией наведенных напряжений.

В заключение отметим, что при малых деформациях не происходит полного раскрытия естественной макротрещины, что раскрытию берегов препятствуют сжимающие наведенные напряжения и так как при образовании естественной трещины зона разрыхления появляется, очевидно, в любом материале, то результаты данной работы, по-видимому, справедливы и для более широкого класса материалов.

Поступила 13 I 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Панасюк В. В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев: Наукова думка, 1968.
2. Разрушение. Математические основы теории разрушения/Под ред. Г. Либовица. Т. 2. М.: Мир, 1975.
3. Волков С. Д., Ставров В. П. Статистическая механика композитных материалов. Минск: изд. БГУ, 1978.
4. Волков С. Д. К теории макротрещин. Сообщение 2. Модели класса М.— Проблемы прочности, 1981, № 3.
5. Островский Ю. И., Бутусов М. М., Островская Г. В. Голографическая интерферометрия. М.: Наука, 1977.
6. Голография. Методы и аппаратура/Под ред. В. М. Гинзбург и Б. М. Степанова. М.: Сов. радио, 1974.
7. Владимиров А. П. Применение толстослойных фотоэмulsionей в голографической интерферометрии естественных трещин.— ВИНТИ, деп. № 3577—80, 1980.

УДК 539.214 + 539.374 + 517.9

### СУЩЕСТВОВАНИЕ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ОДНОМЕРНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

А. М. Хлуднев

(Новосибирск)

Отличительной особенностью в формулировках упругопластических и жесткопластических задач является наличие неравенства, связывающего скорости пластического деформирования с величинами текущих напряжений. Это неравенство, называемое принципом максимума Мизеса, включает в себя  $r$  компонент скоростей пластических деформаций ( $r$  зависит от размерности задачи), причем оно устроено так, что фактически заменяет  $r$  уравнений и система определяющих соотношений при этом является замкнутой. Таким образом, оказывается, что при задании начальных и граничных условий скорости и напряжения определяются в каждой точке и притом единственным образом. Отметим, что часто при нахождении приближенных решений (численным или аналитическим методом) используют следствие из упомянутого неравенства, записывая пропорциональность компонент пластического деформирования компонентам градиента поверхности текучести. Как правило, это приводит к незамкнутости системы уравнений. В этом смысле использование принципа максимума в его первоначальном виде предпочтительнее, несмотря на то, что само неравенство является следствием более общего постулата Друккера. В частности, формулировка задачи с использованием неравенства рассматривалась в [1], что позволило установить разрешимость трехмерной динамической упругопластической задачи.

При постановке упругопластических и жесткопластических задач для тонкостенных конструкций типа оболочек, пластин и балок в формулировке участвуют обобщенные напряжения (усилия, моменты и т. д.) и скорости деформаций срединной поверхности. Они также связаны между собой с помощью неравенства [2, 3]. В исследовании задач такого рода достигнут определенный прогресс с точки зрения прибли-