

В заключение следует отметить, что выше из-за отсутствия литературных данных рассмотрены не все элементы периодической системы. Кроме того, результаты имеют статистический характер. Поэтому отклонения от обнаруженных закономерностей, превышающие среднюю ошибку эксперимента, возможны.

Автор выражает благодарность В. М. Титову и Ю. И. Фадеенко за полезные обсуждения.

Поступила 19 V 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Корявов В. П. Приближенное уравнение состояния твердых тел.— ПМТФ, 1964, № 5, с. 123.
2. Воскобойников И. М., Афанасенков А. А., Богомолов В. М. Обобщенная ударная адиабата органических жидкостей.— ФГВ, 1967, т. 3, № 4, с. 585.
3. Prieto Fernando E., Renero Claude. The equation of state of solids.— «J. Phys. Chem. Solids», 1976, vol. 37, N 2, p. 151.
4. Van Thiel M., Kusubov A. S., Mitchell A. C., Davis V. W. Compendium of shock wave data. Lawrence Radiation Lab., University of California, Livermore, UCRL-50108, 1966.
5. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Челышев В. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва. М., «Наука», 1975.
6. Van Thiel M., Hord B. L., Boutwell K. Shock waves in hydrogen isotopes and their high pressure equation of state.—In: Proceedings of the 4th International Conference on high pressure. Kyoto, 1974, p. 546.

УДК 539.374

### ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ДИСЛОКАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ УДАРНО-НАГРУЖАЕМЫХ ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКИХ СРЕД С УПРОЧНЕНИЕМ

Ю. И. Мещеряков, В. А. Морозов

(Ленинград)

В последние годы значительное число работ, касающихся изучения зависящих от скорости деформирования свойств материала, развивает микроскопический подход к описанию ударного поведения материалов (см., например, обзор [1]). Этот подход основан на использовании динамических свойств дислокаций в записи определяющего уравнения. Замкнутая система уравнений, используемая для описания упругопластических волн в случае одноосного нагружения, имеет вид

$$\begin{aligned} (1) \quad & \rho u_t + \sigma_x = 0; \\ (2) \quad & u_x + \varepsilon_t = 0; \\ (3) \quad & \sigma_t - \rho c^2 \varepsilon_t = -F, \end{aligned}$$

где  $u$  — скорость смещения частиц материала;  $\varepsilon$  — полная деформация в направлении распространения волны;  $\sigma$  — напряжение;  $\rho$  — плотность материала;  $c$  — скорость звука (адиабатическая);  $F$  — функция релаксации, вид которой определяет зависимость скорости пластической деформации материала от плотности подвижных дислокаций и их скорости.

Индексы  $t$  и  $x$  означают дифференцирование по времени и продольной координате соответственно. В случае поликристаллического материала функция релаксации имеет вид [2]

$$(4) \quad F = \frac{8}{3} \mu b v_* \left\{ N_0 + \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\mu} [(\lambda + 2\mu) \varepsilon - \sigma] \right\} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{\tau_0 + \frac{3}{8} \frac{H}{\mu} [(\lambda + 2\mu) \varepsilon - \sigma]}{\frac{3}{4} \left[ \sigma - \left( \lambda + \frac{2}{3} \mu \right) \varepsilon \right]} \right\},$$

где  $N_0$  — начальная плотность дислокаций;  $H$  — константа упрочнения;  $v_*$  — скорость поперечных звуковых волн;  $\alpha$  — коэффициент размножения дислокаций;  $b$  — вектор Бюргера;  $\tau_0$  — характеристическое напряжение торможения;  $\lambda$  и  $\mu$  — коэффициенты Ламэ.

Решение системы (1)–(4) методом характеристик позволяет количественно анализировать влияние параметров дислокационной структуры на затухание упругого предвестника волны [2]. В ряде работ [3–6] проводилось численное решение системы (1)–(4) методом конечных разностей с применением искусственной вязкости по Нейману и Рихтмайеру. При этом качественно и количественно выявлено влияние параметров дислокационной структуры на весь профиль упругопластической волны.

Конструктивный метод, позволяющий однозначно определить кинетические параметры дислокационной структуры  $N_0$ ,  $H$ ,  $\alpha$ ,  $\tau_0$  на основе квазистатической зависимости  $\sigma(\varepsilon)$ , развит в работе [6]. Полученные путем последовательных приближений значения параметров подстановки в уравнения (1)–(3) дали довольно близкое совпадение теоретических кривых затухания упругого предвестника с экспериментальными результатами работы [7], а монотонный характер зависимости значений этих параметров от размера зерна свидетельствует о правильности модели.

В данной работе предлагается несколько отличный метод определения кинетических параметров дислокационной структуры, основанный на аналитическом решении системы (1)–(3). Как будет показано ниже, это решение дает аналитическую связь стационарного пластического фронта упругопластической волны с кинетическими параметрами для нескольких типов функции релаксации  $F$ .

Проведем решение сначала для случая поликристаллического материала, взяв функцию релаксации в форме (4). В качестве новой переменной возьмем пластическую деформацию сдвига, которая связана с нормальными напряжением и деформацией соотношением

$$(5) \quad \gamma = - \frac{3}{8} \frac{1}{\mu} [\sigma - (\lambda + 2\mu) \varepsilon].$$

При этом определяющее уравнение (3) может быть преобразовано к виду

$$(6) \quad \gamma_t = A(M\gamma + 1) \exp \left( - \frac{\tau + B\gamma}{\varepsilon - 2\gamma} \right),$$

где  $A = b v_* N_0$ ;  $B = H/\mu$ ;  $M = \alpha/N_0$ ;  $\tau = \tau_0/\mu$ .

Из выражения (6) полная (упругая плюс пластическая) деформация в направлении распространения волны равна

$$(7) \quad \varepsilon = - \frac{\tau + B\gamma}{\ln [\gamma_t / A (M\gamma + 1)]} + 2\gamma.$$

Уравнения (1)–(2) можно свести к одному уравнению второго порядка относительно  $\sigma$  и  $\epsilon$

$$(8) \quad \sigma_{xx} - \rho \epsilon_{tt} = 0,$$

которое с учетом (5) примет вид

$$-(8/3)\mu\gamma_{xx} + \rho c^2 \epsilon_{xx} - \rho \epsilon_{tt} = 0.$$

Подставляя в это уравнение деформацию  $\epsilon$  из выражения (7), получим уравнение третьего порядка в частных производных относительно сдвиговой пластической деформации

$$(9) \quad -\frac{8}{3}\mu\gamma_{xx} + \frac{\rho c^2 (\tau + B\gamma)}{\left[\ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)}\right]^3} \left\{ \left[ \frac{2B\gamma_x \gamma_{,x}}{(\tau + B\gamma)\gamma_t} - \frac{2BM\gamma_x^2}{(M\gamma + 1)(\tau + B\gamma)} + \frac{\gamma_{t,xx}}{\gamma_t} - \frac{\gamma_{tx}^2}{\gamma_t^2} - \frac{M\gamma_{xx}}{M\gamma + 1} + \frac{M^2\gamma_x^2}{(M\gamma + 1)^2} \right] \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} - \frac{B\gamma_{xx}}{(\tau + B\gamma)} \left[ \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} \right]^2 - \right. \\ \left. - \frac{2\gamma_{tx}^2}{\gamma_t^2} + 4 \frac{M\gamma_{tx}\gamma_x}{\gamma_t(M\gamma + 1)} - 2 \frac{M\gamma_x^2}{(M\gamma + 1)^2} + \frac{2\gamma_{xx}}{\tau + B\gamma} \left[ \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} \right]^3 \right\} - \\ - \frac{\rho(\tau + B\gamma)}{\left[\ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)}\right]^3} \left\{ \left[ \frac{2B\gamma_{tt}}{\tau + B\gamma} - \frac{2BM\gamma_t^2}{(M\gamma + 1)(\tau + B\gamma)} + \frac{\gamma_{ttt}}{\gamma_t} - \frac{\gamma_{tt}^2}{\gamma_t^2} + \frac{M^2\gamma_t^2}{(M\gamma + 1)^2} - \frac{M\gamma_{tt}}{(M\gamma + 1)} \right] \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} - \frac{B\gamma_{tt}}{\tau + B\gamma} \left[ \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} \right]^2 - 2 \frac{\gamma_{tt}^2}{\gamma_t^2} + \frac{M\gamma_{tt}}{M\gamma + 1} - \right. \\ \left. - 2 \frac{M^2\gamma_t^2}{(M\gamma + 1)^2} - \frac{2\gamma_{tt}}{\tau + B\gamma} \left[ \ln \frac{\gamma_t}{A(M\gamma + 1)} \right]^3 \right\} = 0,$$

где  $\gamma_t = \partial\gamma/\partial t$ ;  $\gamma_x = \partial\gamma/\partial x$ ;  $\gamma_{tx} = \partial^2\gamma/\partial t\partial x$ ; ... Это уравнение может быть записано в более наглядном виде, если ввести обозначения

$$(10) \quad \delta = \ln [\gamma_t/A(M\gamma + 1)], \quad \delta_t = \gamma_{tt}/\gamma_t - M\gamma_t/(M\gamma + 1), \quad \delta_x = \gamma_{tx}/\gamma_t - \\ - M\gamma_x/(M\gamma + 1), \\ \delta_{tt} = \gamma_{ttt}/\gamma_t - \gamma_{tt}^2/\gamma_t^2 - M\gamma_{tt}/(M\gamma + 1) + M^2\gamma_t^2/(M\gamma + 1)^2.$$

С помощью выражений (10) уравнение (9) преобразуется следующим образом:

$$(11) \quad -\frac{8}{3}\mu \frac{\delta^3}{\rho c^2} \gamma_{xx} + 2B\delta \left( \gamma_x \delta_x - \frac{1}{c^2} \gamma_t \delta_t \right) + \delta(\tau + B\gamma) \left( \delta_{xx} - \frac{1}{c^2} \delta_{tt} \right) - \\ - \delta^2 B \left( \gamma_{xx} - \frac{1}{c^2} \gamma_{tt} \right) - 2(\tau + B\gamma) \left( \delta_x^2 - \frac{1}{c^2} \delta_t^2 \right) + 2\delta^3 \left( \gamma_{xx} - \frac{1}{c^2} \gamma_{tt} \right) = 0.$$

Будем искать решение этого уравнения в виде  $\gamma = f(x - at)$ , а именно:

$$(12) \quad M\gamma + 1 = M_0 \exp(-kx + \omega t).$$

Тогда, как это следует из выражений (10),

$$\delta_t = \delta_x = \delta_{tt} = \delta_{xx} = 0$$

и подстановка (12) в уравнение (11) с учетом (10) приводит к уравнению

$$(13) \quad \delta = \ln \frac{\omega}{AM} = B \left/ \left( 2 - \frac{8}{3} \frac{\mu}{\rho c^2} \frac{1}{\frac{\omega^2}{k^2}} \right) \right.,$$

откуда

$$(14) \quad k = \frac{\omega}{c} \left/ \left( 1 - \frac{8}{3} \frac{\mu}{\rho c^2} \frac{1}{2 - \frac{B}{\ln \frac{\omega}{AM}}} \right)^{1/2} \right.$$

При этом сдвиговую деформацию можно записать в виде

$$(15) \quad \gamma = \frac{1}{M} \{ M_0 \exp [(AM e^\delta t) - kx] - 1 \},$$

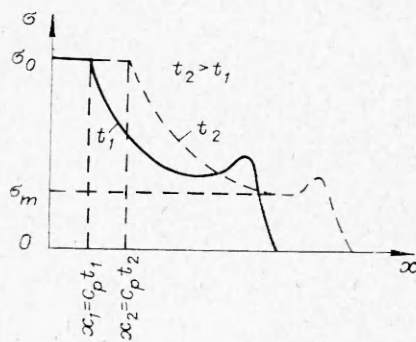
где  $\delta$  и  $k$  определяются выражениями (13), (14) соответственно. Предэкспоненциальный множитель  $M_0$  может быть определен из начальных условий  $\gamma = 0$  при  $x = 0$  и  $t = 0$ , откуда  $M_0 = 1$ .

Полная деформация в направлении распространения волны и нормальное напряжение могут быть записаны в виде

$$(16) \quad \varepsilon = -\frac{\tau}{\delta} + \frac{2 - B/\delta}{M} [\exp(\omega t - kx) - 1];$$

$$(17) \quad \sigma = -\frac{\tau}{\delta} \rho c^2 + \frac{1}{M} \left[ \rho c^2 \left( 2 - \frac{B}{\delta} \right) - \frac{8}{3} \mu \right] [\exp(\omega t - kx) - 1].$$

Смысл полученных выражений может быть выяснен из фиг. 1, на которой изображен профиль упругопластической волны в зависимости от продольной координаты  $x$ .



Ф и г. 1

Напряжения на пластическом фронте волны, начиная от координаты  $x = c_p t$ , экспоненциально падает от величины  $\sigma_0$ , равной начальному напряжению, прикладываемому на границе  $x=0$  в момент  $t=0$ , до некоторого постоянного значения  $\sigma_m$ , определяемого параметрами материала. Координата начала спада пластического фронта перемещается в положительном направлении оси  $x$  со скоростью  $c_p$ . Таким образом, величина  $c_p$  определяет скорость пластического фронта. Напряжение на пластическом фронте равно

$$(18) \quad \sigma = \sigma_0 + (\sigma_0 - \sigma_m) \{ \exp [-k(x - c_p t)] - 1 \} \quad \text{при } x \geq c_p t, \\ \sigma = \sigma_0 \quad \text{при } x < c_p t.$$

Условия (18) определяют скорость спада напряжения на пластическом фронте.

$$(19) \quad \sigma_0 = -\frac{\tau}{\delta} \rho c^2;$$

$$(20) \quad \omega = AM \exp \left( -\frac{\tau}{\sigma_0} \rho c^2 \right).$$

При известной скорости пластического фронта  $c_p$  выражение (16) с учетом (19) определяет величину коэффициента деформационного упрочнения

$$(21) \quad B = \frac{\tau}{\sigma_0} \rho c^2 \left( \frac{8}{3} \frac{\mu}{\rho} \frac{1}{c^2 - c_p^2} - 2 \right).$$

Наконец, сопоставление выражений (18) и (19) дает связь между коэффициентом размножения дислокаций и напряжением  $\sigma_m$  на минимуме профиля упругопластической волны:

$$(22) \quad M = \frac{8}{3} \mu / (\sigma_0 - \sigma_m) \left( \frac{c^2}{c_p^2} - 1 \right).$$

Таким образом, если известны скорость пластического фронта  $c_p$ , начальное напряжение  $\sigma_0$ , напряжение  $\sigma_m$ , начальная плотность дислокаций  $N_0$  и константа торможения  $\tau_0$ , то выражения (20)—(22) однозначно определяют остальные параметры дислокационной структуры материала: коэффициент размножения дислокаций  $\alpha = N_0 M$ , коэффициент упрочнения материала  $H = \mu B$ , инкремент нарастания пластического фронта волны

$$(23) \quad \omega = b v_* \alpha \exp \left( - \frac{\tau_0}{\mu \sigma_0} \rho c^2 \right)$$

и волновое число

$$k = \omega / c_p.$$

Величины характеристического напряжения торможения  $\tau_0$  и начальной плотности подвижных дислокаций могут быть, как известно [2], определены из данных по затуханию упругого предвестника с использованием метода характеристик. Из экспериментов по ударному нагружению могут быть определены параметры  $\sigma_0$ ,  $\sigma_m$  и  $c_p$ . Таким образом, с помощью выражений (19)—(23) можно определить усредненные характеристики скорости размножения дислокаций и коэффициента упрочнения материала.

Однако, как отмечается в целом ряде работ [8—10], вытекающая из данных по затуханию упругого предвестника величина начальной плотности дислокаций  $N_0$  оказывается на 2—3 порядка выше наблюдаемой по ямкам травления. Уместно в этой связи определить  $N_0$  из аналитического решения (18), подбирая параметры  $\tau_0$ ,  $N_0$ ,  $\alpha$  и  $H$  так, чтобы расчетный пластический фронт волны совпал с экспериментальным. Обработка профилей волн в экспериментах работы [7] дает значения параметров, приведенных в таблице. При этом величина характеристического напряжения торможения  $\tau_0$  была взята равной 19,8 кбар, а динамически равновесная амплитуда упругой волны определена из асимптотического значения скорости свободной поверхности  $u_{fs} = 0,028$  мм/мкс с помощью соотношения Гюгонио — Ранкина  $\sigma_m = (1/2) \rho c u_{fs}$ . Как видно из приведенных в таблице данных, начальная плотность дислокаций, определяемая из условия совпадения пластических фронтов, отвечает значениям, полученным из анализа данных о затухании упругого предвестника работы [2].

Для того чтобы выяснить, какой зависимости между  $\sigma$  и  $\epsilon$  соответствует полученное выше аналитическое решение (17), обратимся снова к определяющему уравнению (6). Как было показано выше, решение системы (1)—(4) возможно только при  $\delta = \text{const}$ , когда она становится линейной. Сравнение выражений (6) и (10) дает  $\delta = -(\tau + B\gamma)/(\epsilon - 2\gamma)$ .

Материал	Параметры упругопластической волны				Параметры структуры из пластического фронта			Параметры структуры из упругого предвестника		Источники
	$c_p$ , мм/мкс	$c_s$ , мм/мкс	$\sigma_0$ , кбар	$\sigma_m$ , кбар	$N_0$ , см <sup>-2</sup>	$\alpha$ , см <sup>-2</sup>	$H$ , кбар	$N_0$ , см <sup>-2</sup>	$\tau_0$ , кбар	
Армко-железо: удар № 5694 удар № 5650 NaCl LiF	4,65	6,0	37,4	6,8	$1,02 \cdot 10^8$	$4,4 \cdot 10^{10}$	90	$2 \cdot 10^8$	49,8	[2]
	5,05	6,0	87,5	6,8	$0,7 \cdot 10^8$	$0,42 \cdot 10^{10}$	410	$2 \cdot 10^8$	49,8	[2]
	3,36	4,73	2,5	0,21	$1,9 \cdot 10^8$	$1,13 \cdot 10^{10}$	49,7	$1,5 \cdot 10^9$	0,422	[9]
	4,95	6,63	29,3	3,6	$1,12 \cdot 10^9$	$1,28 \cdot 10^{10}$	100	$1,5 \cdot 10^9$	10	[10]

предвестника. О возможности существования установившихся пластических фронтов неоднократно указывалось в литературе. В частности, в работе [11] теоретически и экспериментально определяются условия появления таких фронтов в алюминии.

Развитая в данной работе методика аналитического описания пластических фронтов по существу основывается на замене нелинейной зависи-

Подставляя в это выражение  $\sigma$  путем замены  $\gamma$  по формуле (5), получим искомое соотношение в виде

$$(24) \quad \sigma = \rho c_p^2 \varepsilon + \frac{\tau}{B} \left[ \frac{8}{3} \mu - 2\rho (c^2 - c_p^2) \right].$$

Обозначая через  $c_h = \left( c^2 - \frac{4}{3} \frac{\mu}{\rho} \right)^{1/2}$  гидростатическую скорость в среде, выражение (24) можно переписать в форме

$$(25) \quad \sigma = \rho c_p^2 \varepsilon + \frac{2\tau\rho}{B} (c_p^2 - c_h^2).$$

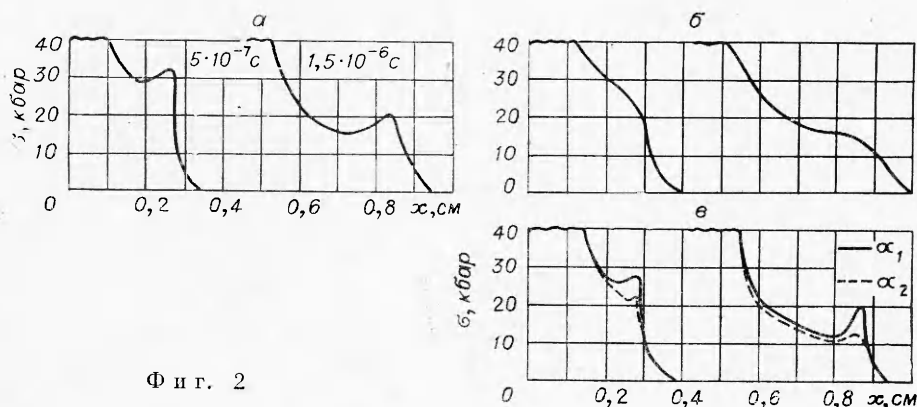
Выражения (24), (25) дают линейную связь между  $\sigma$  и  $\varepsilon$ . Наклон пластической части этой зависимости определяется скоростью распространения пластического фронта  $c_p$ , которая присутствует в выражениях (24), (25) как параметр. Так как скорость пластического фронта меньше акустической, наклон пластической части зависимости  $\sigma - \varepsilon$  меньше, чем наклон ее упругой части, определяемой, как известно, соотношением  $\sigma = \rho c^2 \varepsilon$ . Наименьший наклон пластическая часть зависимости  $\sigma - \varepsilon$  имеет при равенстве скорости пластического фронта и гидростатической скорости в рассматриваемой среде. Таким образом, полученное выше аналитическое решение системы (1) — (4) соответствует известной жестко-пластической схеме, параметры которой определяются параметрами дислокационной структуры материала, согласно выражению (24).

Путем соответствующего выбора (12) из всего класса решений системы (11) получено решение, удовлетворяющее линейной зависимости  $\sigma - \varepsilon$  в пластической области динамической диаграммы нагружения. Жестко-пластическая схема с упрочнением не может учитывать дисперсию волновых параметров, определяющих профиль пластического фронта. Это значит, что полученное аналитическое решение описывает только установившиеся пластические фронты, напряжение в любой точке которых остается неизменным в процессе их распространения, а сами фронты как целое перемещаются со скоростью  $c_p$ , меньшей скорости упругого



мости  $\sigma - \epsilon$  на линейную жестко-пластическую зависимость с упрочнением, наклон которой к оси абсцисс определяется скоростью пластического фронта. Вычисленное из обработки экспериментов работы [7] значение начальной плотности дислокаций весьма близко аналогичной величине, полученной на основе данных по затуханию упругого предвестника. Как видно из приведенных расчетных данных, из профиля пластического фронта можно получить дополнительную информацию об упрочнении материала и мультипликативных свойствах дислокационной структуры. Методика обладает существенными преимуществами и в том смысле, что всю необходимую информацию об усредненных параметрах дислокационной структуры можно извлечь из одного экспериментально снятого профиля упругопластической волны, в то время как для построения кривой затухания упругого предвестника необходима серия ударов для нескольких толщин мишени.

Одновременно проведено численное решение системы (1)–(4) при различных значениях входящих в уравнения параметров дислокационной структуры. Для решения использован метод конечных разностей с введением искусственной вязкости по Нейману и Рихтмайеру. На фиг. 2, *a–в* показаны профили напряжения в волне, рассчитанные для двух фиксированных моментов  $t_1 = 5 \cdot 10^{-7}$  с и  $t_2 = 1,5 \cdot 10^{-6}$  с при  $\tau_0 = 19,6$  кбар,  $H = 4,1$  кбар (*a* —  $N_0 = 10^6$  см $^{-2}$ ,  $\alpha = 7 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ ; *б* —  $N_0 = 10^8$  см $^{-2}$ ,  $\alpha = 7 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ ; *в* —  $N_0 = 10^6$  см $^{-2}$ ,  $\alpha_1 = 3 \cdot 10^{10}$  см $^{-2}$ ,  $\alpha_2 = 3 \cdot 10^{12}$  см $^{-2}$ ). Видно, что наиболее существенное влияние на форму упругопластической волны оказывает начальная плотность подвижных дислокаций. При  $N_0 = 10^6$  см $^{-2}$  значительного затухания упругого предвестника, соответствующего экспериментам работы [7], удается достичь только при введении аномально большого коэффициента размножения дислокаций  $\alpha = 3 \times 10^{12}$  см $^{-2}$ . Полученные из численных расчетов довольно высокие значения коэффициента размножения дислокаций наряду с чрезвычайно большой начальной плотностью дислокаций, полученной независимо из анализа затухания упругого предвестника [2] и аналитического приближения данной работы, не противоречат развиваемой в последние годы модели гетерогенного размножения дислокаций на упругом предвестнике волны. В соответствии с этой моделью разумное согласие скорости затухания предвестника с экспериментом получается при введении в теоретическую модель дополнительных механизмов рождения дислокаций взрывного характера, ответственных за быструю релаксацию напряжения и спад упругого предвестника до динамически равновесного значения. Механизмы такого размножения остаются пока не выясненными, хотя имеется ряд данных о влиянии на него примесного состава материала [10, 12].



Ф и г. 2

Проведенное выше решение системы (1)—(3) описывает ударно-волновое поведение поликристаллических материалов. Более удобными для анализа свойств дислокационной структуры являются экспериментальные данные, полученные при ударно-волновом нагружении монокристаллов [8—10, 12]. В случае монокристаллов вид функции релаксации  $F$  определяется ориентацией кристалла по отношению к направлению распространения волны. Для различных типов кристаллических систем и направлений удара вид функций релаксации получен в работе [8]. С учетом данных этой работы определяющее уравнение (3) в общем случае может быть записано в виде

$$\sigma_t - \rho c^2 \varepsilon_t = -Rbv_* \{N_0 + \alpha[\rho c^2 \varepsilon - \sigma]\} \exp \{-[\tau_0 + H(\rho c^2 \varepsilon - \sigma)]/q\sigma\},$$

где коэффициенты  $R$  и  $q$  определяются типом кристалла и направлением распространения волны (см. [8]). Для сдвиговой деформации это уравнение приобретает вид

$$\gamma_t = A(M\gamma + 1) \exp [-(\tau_0 + H\gamma)/q\sigma],$$

откуда

$$(26) \quad \sigma = -(\tau_0 + H\gamma)/q \ln [\gamma_t/A(M\gamma + 1)].$$

Выражая полную деформацию через напряжение и сдвиговую деформацию по формуле (5), уравнение (8) может быть преобразовано к виду

$$\sigma_{xx} - (1/c^2)(\sigma_{tt} - R\gamma_{tt}) = 0.$$

Наконец, подставляя сюда  $\sigma$  из выражения (26) и предполагая снова решение в форме (12), получим с учетом (10) следующее дисперсионное уравнение:

$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \frac{Rq}{H} \ln \frac{\omega}{AM}},$$

причем пластическая деформация сдвига и напряжение в волне определяются выражениями

$$\gamma = (1/M) \{ \exp [k(c_p t - x)] - 1 \},$$

$$\sigma = -\tau_0/q\delta - (H/q\delta M) \{ \exp [k(c_p t - x)] - 1 \}.$$

С момента времени  $t_1 = x/c_p$  (см. фиг. 1) напряжение остается постоянным и равным  $\sigma_0$  для всех значений координаты  $0 < x \leq x_1$ . Таким образом, из условий  $\sigma = \sigma_0$  при  $t = t_1$  имеем

$$\sigma_0 = -\tau_0/q\delta, \quad \omega = AM \exp (-\tau_0/q\sigma_0).$$

Из этого выражения, в частности, видно, что скорость нарастания пластического фронта не зависит от типа кристаллической решетки и определяется только параметрами дислокационной структуры материала. При известной скорости пластического фронта  $c_p$  коэффициент упрочнения материала определится как

$$H = \frac{\tau_0}{\sigma_0} \frac{R}{c^2/c_p^2 - 1}.$$



Коэффициент размножения дислокаций  $\alpha = N_0 M$  может быть определен из условия (при  $x \rightarrow \infty$   $\sigma \rightarrow \sigma_m$ ), определяющего напряжение за упругим предвестником:

$$M = R \left/ \left( \frac{c^2}{c_p^2} - 1 \right) \right. (\sigma_0 - \sigma_m).$$

Полученные выражения были использованы для обработки экспериментальных данных по ударно-волновому нагружению монокристаллов поваренной соли [9] и литиевого флюорида [10]. Результаты расчета для направления удара [100] представлены в таблице.

Таким образом, как для поликристаллических материалов, так и для монокристаллов полученные выражения позволяют однозначно определять усредненные параметры дислокационной структуры в рамках модели Гилмана — Джонстона.

Авторы выражают благодарность А. Н. Орлову и В. И. Владимирову за полезные обсуждения работы, Л. А. Антоновой за проведение численных расчетов.

Поступила 27 IV 1977

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Gilman J. J. Dislocation dynamics and the response of materials to impact.— «Appl. Mech. Rev.», 1968, vol. 21, N 8, p. 767—783. Рус. пер.— Сб. пер. Механика, 1970, № 2.
2. Taylor J. W. Dislocation dynamics and dynamic yielding.— «J. Appl. Phys.», 1965, vol. 36, N 10, p. 3146—3150. Рус. пер.— Сб. пер. Механика, 1966, № 4.
3. Johnson I. N., Band W. Investigation of precursor decay in iron by the artificial viscosity method.— «J. Appl. Phys.», 1967, vol. 38, N 4, p. 1578—1585.
4. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений.— В кн.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., «Мир», 1967.
5. Гулидов А. И., Фомин В. М., Яценко Н. Н. Структура волны сжатия в неупругих средах.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1975, № 5, с. 92—98.
6. Нигматулин Р. И., Холин Н. Н. К модели упругопластической среды с дислокационной кинетикой пластического деформирования.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1974, № 4.
7. Taylor J. W., Rice M. H. Elastic-plastic properties of iron.— «J. Appl. Phys.», 1963, vol. 34, N 2, p. 364—371.
8. Johnson J. N., Jones O. E., Michaels T. E. Dislocation dynamics and single-crystal constitutive relation shock-wave propagation and precursor decay.— «J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 6, p. 2330—2339.
9. Murri W. J., Anderson G. D. Hugoniot elastic limit of single-crystal sodium chloride.— «J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 8, p. 3521—3525.
10. Asay I. R., Fowles G. R., Duvall G. E., Miles M. H., Tinder R. F. Effect of point defect on elastic precursor decay in LiF.— «J. Appl. Phys.», 1972, vol. 43, N 5, p. 2132—2145.
11. Johnson J. N., Barker L. M. Dislocation dynamics and steady plastic wave profiles in 6061-T6 aluminium.— «J. Appl. Phys.», 1969, vol. 40, N 11, p. 4321—4334.
12. Gupta Y. M., Duvall G. E., Fowles G. R. Dislocation mechanisms for stress relaxation in shocked LiF.— «J. Appl. Phys.», 1975, vol. 46, N 2, p. 532—540.