

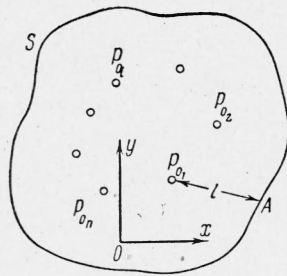
О МОДЕЛИРОВАНИИ В НЕФТЕПРОМЫСЛОВОЙ МЕХАНИКЕ (ОБЗОР)

Ю. П. Желтов

(Москва)

Области механики, в которых изучается движение жидкостей и газов в пластах-коллекторах, естественная и искусственная деформация этих пластов и разрушение горных пород при проводке скважин принято объединять под общим названием нефте-промысловой механики.

Первые работы в этой области были выполнены Л. С. Лейбензоном [1]. В последние годы в связи с усовершенствованием технологии добычи нефти и бурения круг вопросов, охватываемых нефтепромысловой механикой, значительно увеличился. Так, в связи с более детальным изучением нефтеотдачи в процессе вытеснения нефти водой и другими веществами возникла необходимость исследования капиллярных явлений в пористой среде; закачка в пласт для повышения нефтеотдачи различных растворителей — жидких и газообразных углеводородов, — требует анализа физико-химических явлений, сопровождающих этот процесс; применение гидравлического разрыва пласта вызвало необходимость более полного изучения деформации горных пород, слагающих нефтяные пласты; изучение фильтрации жидкостей и газов в неоднородных и трещиноватых пластах позволило обнаружить ряд новых явлений в пластах и т. д.



Фиг. 1

Характерная черта процессов, изучаемых нефтепромысловой механикой, состоит в том, что явления различной природы, происходящие при протекании этих процессов, существенно взаимодействуют между собой. Так, фильтрация жидкости в пластах вызывает деформацию пород, изменяющую их пористость и проницаемость, что, в свою очередь, влияет на процесс фильтрации жидкости; гидравлический разрыв пла-

ста, являющийся процессом образования и распространения трещин в породах путем закачки в пласт жидкости, представляет собой совокупность трех взаимодействующих явлений: деформации пород, фильтрации жидкостей в пористой среде и движения жидкостей и их смесей с песком в трещинах; процесс вытеснения нефти водой является примером взаимодействия капиллярных и вязкостных сил.

Взаимодействие явлений усложняет процессы. Поэтому многие вопросы нефтепромысловой механики не всегда можно изучать аналитически, даже с привлечением новейшей вычислительной техники, в виду чего приходится начинать с обобщения натуральных фактов и проводить экспериментальные исследования в природных или лабораторных условиях. Основная проблема здесь состоит в том, как сравнивать одинаковые по своей физической сущности процессы, но протекающие в природе в различных условиях (например, как сравнивать разработку различных нефтяных месторождений или бурение различных скважин) и как воспроизводить их в экспериментах. Эти проблемы решаются при существенном использовании методов подобия, получивших в последние годы значительное развитие и ставших важным средством исследования.

В обзоре излагаются важнейшие применения теории подобия в нефтепромысловой механике; более подробно рассматриваются некоторые новые вопросы, в разработке которых принимал участие автор: распространение трещин в горных породах, фильтрация жидкостей в трещиноватых коллекторах, движение смесей жидкостей с песком в трещинах и др.

Во всем дальнейшем используются общие представления анализа размерности и теории подобия, изложенные в книге Л. И. Седова [2].

§ 1. Фильтрация однородной жидкости в пористой среде. Процессы неустановившейся и установившейся фильтрации однородной жидкости в однородных и неоднородных нефтяных пластах моделируются в настоящее время в основном на электрических аналоговых устройствах, строящихся на основе электро-гидродинамической аналогии (ЭГДА), использованной впервые Н. Н. Павловским [3] при исследовании фильтрации под гидротехническими сооружениями. Моделирование этих процессов подробно рассматривалось Л. И. Гутенмахером [4], П. М. Белаш¹ и др. Заметим, что при моделировании методом электро-гидродинамической аналогии необходимо знать область существования линейного закона фильтрации (закона Дарси). Исследование области справедливости закона Дарси производилось М. Д. Миллионщиковым и В. Н. Щелкачевым [6], И. А. Чарным [7], Е. М. Минским [8] и др.

Рассмотрим горизонтально расположенный однородный и изотропный пласт постоянной мощности (фиг. 1), на контуре которого S поддерживается давление p_k , а в n скважинах при $t > 0$ (t — время) соответственно давления $p_{01}, p_{02}, \dots, p_{0n}$. В мо-

¹ Имеется в виду глава XV в монографии [5].

мент $t = 0$ давление во всем пласте было равно p_k . Считается, что поле скоростей и давлений жидкости одно и то же в любом сечении пласта горизонтальной плоскостью, т. е. рассматривается плоский случай. Требуется воспроизвести этот случай неустановившейся фильтрации в модели. Тогда давление в любой точке пласта p будет функцией координат точки x и y , времени t , а также параметров p_k , p_{0i} , κ (κ — пьезопроводность пласта [9]) и геометрии пласта, для характеристики которой выберем некоторый линейный параметр l , равный, скажем, расстоянию от первой скважины (фиг. 1) до точки A .

За параметры с независимой размерностью [2] выберем l , t и p_k . Имеем

$$[x] = L, \quad [y] = L, \quad [l] = L, \quad [p] = FL^{-2}, \quad [p_k] = FL^{-2}, \quad [\kappa] = L^2T^{-1}, \quad [t] = T$$

где F , L и T — размерности силы, длины и времени (знак [] означает размерность соответствующей величины).

Тогда на основе анализа размерности [2] получим

$$p/p_k = f(\kappa t/l^2, x/l, y/l, p_{0i}/p_k, l_i/l) \quad (1.1)$$

где l_i — любая линейная характеристика пласта.

Из (1.1) следует, что для выполнения подобия процессов фильтрации в модели и в натуре необходимо выполнить условие постоянства безразмерных величин

$$\kappa t/l^2, x/l, y/l, p_{0i}/p_k, l_i/l,$$

называемых параметрами подобия.

Расход жидкости, поступающей в каждую из скважин, определяется по формуле

$$Q_i = -2\pi \frac{k}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r=r_{0i}} \quad (1.2)$$

где k — проницаемость пласта, μ — вязкость жидкости, r_{0i} — радиус i -ой скважины.

В том случае, если пласт состоит из участков с различной проницаемостью, необходимо, помимо безразмерных параметров, входящих в формулу (1.1), соблюдать постоянство отношений проницаемости на отдельных участках.

§ 2. Фильтрация несмешивающихся жидкостей. Одним из наиболее распространенных процессов в практике разработки нефтяных месторождений является совместное движение в пористой среде двух несмешивающихся жидкостей — нефти и воды. Этот процесс происходит в залежах с естественным водонапорным режимом или при искусственном воздействии на пласт путем заводнения. При отборе нефти из залежи вода занимает часть пласта, до этого занятую нефтью. Вначале считалось, что в обводненной области либо совершенно не остается нефти, либо остается постоянное количество не извлекаемой впоследствии неподвижной нефти («остаточная» нефть). При этом, в любой момент времени существует четкая поверхность раздела нефти и воды — «водо-нефтяной контакт». Такая схема движения нефти и воды часто называемая схемой «поршневого вытеснения» была выдвинута Л. С. Лейбензоном и впоследствии развивалась Мускатом [10], М. Д. Миллионщиковым [11], П. Я. Полубариновой-Кочиной [12], Б. Б. Лапуком [13] и др. В последнее время ряд исследований, основанных на указанной схеме, выполнен В. Л. Даниловым [14].

Однако из фактических данных о разработке нефтяных пластов при водонапорном режиме следовало, что из скважин, находящихся в обводненной области, даже на значительном удалении от водо-нефтяного контакта, добывается одновременно и вода, и нефть. Это косвенно свидетельствовало о возможности совместного течения нефти и воды в пористой среде.

Эксперименты Леверетта [15] непосредственно подтвердили предположение о совместном движении нефти и воды в пористой среде.

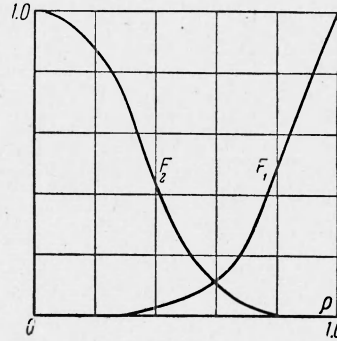
При этом возник вопрос, какой будет проницаемость пористой среды для нефти и для воды, движущихся одновременно в пласте.

Исследования Леверетта [15] показали, что между скоростью фильтрации и градиентом давления каждой из жидкостей существуют зависимости типа закона Дарси

$$v_1 = - \frac{kF_1}{\mu_1} \text{grad } p_1, \quad v_2 = - \frac{kF_2}{\mu_2} \text{grad } p_2 \quad (2.1)$$

$$p_2 - p_1 = p^\circ$$

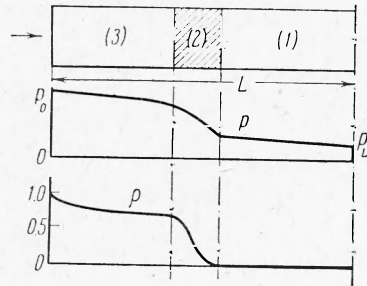
где v_1 , v_2 — скорости фильтрации, F_1 , F_2 — относительные проницаемости, p° — капиллярное давление. Индекс 1 относится к воде, а 2 — к нефти. При этом кривые относительной проницаемости имеют вид, показанный на фиг. 2 (ρ — насыщенность пористой среды водой).



Фиг. 2

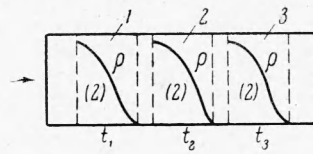
Интересно, что проницаемость для воды появляется, практически начиная не с нулевой водонасыщенности, и в то же время проницаемость для нефти падает до нуля, когда водонасыщенность еще не достигла единицы. При насыщении, меньшей единицы, сумма проницаемостей для нефти и воды оказывается меньше абсолютной проницаемости. Все это говорит о значительном влиянии капиллярных явлений на фильтрацию водо-нефтяной смеси.

Возьмем простейший случай вытеснения нефти водой из прямолинейного пласта. Процесс вытеснения будет выглядеть следующим образом. В области пласта, занятой нефтью (фиг. 3) происходит фильтрация однородной жидкости в соответствии с законом Дарси. Давление в этой области распределено по линейному закону, а насыщенность пористой среды водой ρ равна нулю (связанная вода отсутствует). За область (1) следует область (2), в которой происходит интенсивное перераспределение насыщенности: значительная часть порового пространства, ранее занятого нефтью, замещается вытесняющим агентом — водой. Именно в этой области, где насыщенность меняется резко, наиболее существенным образом проявляется действие капиллярных сил и имеет место значительное изменение капиллярного дав-



Фиг. 3

где насыщенность меняется резко, наиболее существенным образом проявляется действие капиллярных сил и имеет место значительное изменение капиллярного дав-



Фиг. 4

ления. Как показывают теоретические [16] и экспериментальные [17] исследования, распределение насыщенности в движущейся области (2) сравнительно мало изменяется в процессе вытеснения нефти водой.

Другими словами, в области (2), занимающей по мере вытеснения нефти из пласта последовательно положения 1, 2, 3, ... (фиг. 4) в моменты времени t_1, t_2, t_3, \dots распределение насыщенности остается практически неизменным.

Область (2) получила название «стабилизированной зоны». За областью (2) следует область (3), в которой происходит совместное движение нефти и воды. Схема распределения давления и насыщенности в пласте для данного случая показана на фиг. 3, при этом в области (2) в виду уменьшения суммарной проницаемости наблюдается более резкое изменение давления, чем в остальных областях.

Моделирование процесса вытеснения нефти водой с учетом совместного движения этих жидкостей в пористой среде рассматривалось Ф. А. Требиным и Д. А. Эфросом [18], Д. А. Эфросом и В. П. Оноприенко [19], А. Х. Мирзаджанзаде и М. Т. Абасовым [20], Ф. И. Котяховым [21], А. Г. Ковалевым и А. П. Крыловым [22], В. Г. Оганджаниянцем [23], Левреттом, Льюисом и Тру [24], Кресом, Гертсма и Шварцем [25], а также в других многочисленных исследованиях. Подробный обзор работ по вытеснению нефти водой выполнен в последнее время В. М. Рыжиком [26].

На основе этих работ можно заключить, что любая искомая характеристика движения (например, давление воды p_1) зависит от следующих величин:

$$x, y, z, l, \tau, k, \mu_i, \Delta p, \Delta p^0 \quad (i = 1, 2) \quad (2.2)$$

где x, y, z — координаты точки, в которой ищется величина p_1 ; τ — безразмерное время, определяемое в каждом конкретном случае различным образом (например, при вытеснении нефти водой из прямолинейного пласта $\tau = \Delta p k t / \mu_i m l^2$, Δp — перепад давления на некоторой характерной длине l , которая, в частности, может быть длиной пласта L ; Δp^0 — перепад капиллярного давления на длине l ; m — пористость.

Будем полагать, что величина ρ определяется соотношением $v = k(F_1 + \mu_1/\mu_2 F_2) \text{grad } p$, v — суммарная скорость фильтрации (нефти и воды).

Применяя анализ размерности к (2.2), получаем

$$p_1 = p_1(x/l, y/l, z/l, \sqrt{k}/l, \tau, m, \mu_1/\mu_2, \Pi^*)$$

$$\Pi^* = \frac{\Delta p^0}{\Delta p}, \quad \tau = \frac{\Delta p k t}{\mu_1 m l^2} \quad (2.3)$$

Здесь t — время.

В описанном выше случае вытеснения нефти водой из прямолинейного пласта получаем, считая, что процесс ведется при постоянном перепаде давления Δp

$$p_1 = p_1(x/l, \sqrt{k}/l, \mu_1/\mu_2, L/l, \tau, \Pi^*) \quad (2.4)$$

Величина Δp° , входящая в зависимости (2.3), (2.4), является функцией других характеристик. Поэтому необходимо рассмотреть ее более подробно.

Согласно Леверетту [27] имеем следующую формулу¹:

$$p^\circ = \frac{\sigma_*}{\sqrt{k}} I(\rho, m), \quad \left[p^\circ = \sigma_* \sqrt{\frac{m}{k}} I(\rho) \right] \quad (2.5)$$

где σ_* — поверхностное натяжение на границе порода-нефть-вода, $I(\rho, m)$ — безразмерная функция Леверетта. Тогда

$$\Delta p^\circ = \frac{\sigma_*}{\sqrt{k}} [I(\rho_1) - I(\rho_2)] \quad (2.6)$$

где ρ_1, ρ_2 — насыщенности на концах отрезка длиной l .

Можно требовать соблюдения равенства в модели и в натуре отношения перепадов Π^* на различных участках пласта. Обычно считают, что для соблюдения равенства в модели и в натуре относительных проницаемостей нужно потребовать, чтобы равенство отношений градиентов капиллярного и гидродинамического давлений выполнялось в модели и в натуре на участках порядка размера пор, хотя вопрос о том, является ли относительная проницаемость характеристикой, существующей на таких малых участках, в настоящее время еще не вполне ясен.

Рассматривают также равенство указанных отношений в модели и в натуре для пласта в целом. Тогда оно представляет собой соблюдение в модели и в натуре отношения полного перепада капиллярного к полному перепаду гидродинамического давления. Так как перепад капиллярного давления срабатывается главным образом в стабилизированной зоне, то отношение полного перепада капиллярного давления к полному перепаду гидродинамического давления, тераемого на всей длине пласта, характеризует известным образом отношение длины стабилизированной зоны к длине пласта.

Рассматривая отношение перепадов Π^* на участке $l = L$, получим известный параметр подобия

$$\Pi_1 = \frac{\sigma_*}{\sqrt{k} \Delta p} \quad (2.7)$$

который, как указано выше, характеризует отношение длины стабилизированной зоны к длине пласта.

Рассматривая же отношение Π^* на участках порядка размера пор, т. е. при $l \sim \sqrt{k}$, получаем также известный параметр подобия

$$\Pi_2 = \frac{\sigma_*}{|k| |\text{grad } p|}, \quad |\text{grad } p| = \Delta p / l \quad (2.8)$$

Параметр Π_2 влияет на относительные проницаемости F_i ($i = 1, 2$) и поэтому можно написать, учитывая, что F зависит и от насыщенности

$$F_i = F_i(\rho, \Pi_2) \quad (i = 1, 2) \quad (2.9)$$

Насыщенность ρ является искомой функцией. Таким образом, получается, что при моделировании вытеснения нефти водой нужно соблюдать равенство в модели и в натуре параметров μ_1/μ_2 , m , τ , Π_1 , Π_2 , а также идентичность функции $I(\rho, m)$. Из данных исследований процесса вытеснения нефти водой вытекает, что во многих случаях характеристики процесса вытеснения зависят только от Π_2 . Однако имеются данные, что они могут зависеть и от Π_1 . В тех случаях, когда процесс вытеснения не зависит от какого-либо параметра, обычно говорят, что процесс протекает в области «автомодельности» по этому параметру. Следовательно, экспериментальные данные указывают на существование областей автоматодельности процесса вытеснения нефти водой как по параметру Π_2 , так и по параметру Π_1 .

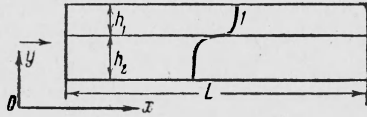
Долгое время ограничивались указаниями, что система параметров μ_1/μ_2 , m , τ , Π_1 , Π_2 и $I(\rho, m)$ вполне характеризует процесс вытеснения нефти водой. Некоторые авторы отмечали важность для этого процесса статического угла смачивания θ . При этом не рассматривалось детально движение воды и нефти вблизи фронта вытеснения, т. е. в стабилизированной зоне.

Эксперименты показывают, что на процессы, происходящие в стабилизированной зоне, оказывает влияние в первую очередь соотношение капиллярных и гидродинамических сил на фронте вытеснения.

Движение несмешивающихся жидкостей в стабилизированной зоне в одномерном случае исследовалось рядом авторов (см., например, обзор [26]). Однако физический смысл процессов, происходящих в стабилизированной зоне, наиболее ясно виден на примере вытеснения нефти водой из слоистых пластов, исследование которого проведено В. Г. Оганджянцем [28]. Оно было поставлено для изучения вытеснения нефти водой из слоистого пласта. Однако обнаруженные в результате его проведения эффекты важны и для понимания процесса вытеснения нефти водой из реальных однород-

¹ В скобках дается в точности по Леверетту.

ных пластов, характеризующихся микронеоднородностью. В. Г. Оганджаниянцем был взят прямолинейный пласт, состоящий из двух слоев, мощностью h_1 и h_2 (фиг. 5), обладающих соответственно проницаемостью k_1 и k_2 ($k_1 \neq k_2$). Если на таком пласте создать перепад давления Δp (фиг. 5), то, казалось бы, вытесняющая жидкость (вода) будет быстрее распространяться по более проницаемому пласту и расстояние между условными фронтами вытеснения в различных пропластках будет увеличиваться.



Фиг. 5

Однако оказывается, что при определенных условиях отставания фронта вытеснения в менее проницаемом пропластке от фронта вытеснения в более проницаемом пропластке не происходит, и оба фронта, спустя некоторое время, движутся с равными скоростями (фиг. 5). Такая же картина наблюдается и в многослойном пласте. На фиг. 6 показана фотография движения фронта вытеснения в трехслойном пласте. Движение

фронтов вытеснения с равными скоростями происходит из-за вытеснения нефти из менее проницаемого в более проницаемый пропласток водой, проникающей из более проницаемого в менее проницаемый пропласток под действием перепада капиллярного давления.

Экспериментально доказано [28], что перетоки нефти и воды происходят в основном вблизи фронта вытеснения. Получается, что, если, например, фронт вытеснения в более проницаемом пропластке опередил фронт вытеснения в менее проницаемом пропластке, то на границе пропластков на участке между фронтами возникает большой градиент капиллярного давления из-за разности насыщенных и абсолютных проницаемостей в пропластках. Под действием этого градиента вода устремляется в менее проницаемый пропласток, вытесняя из него нефть в более проницаемый пропласток. Переток нефти происходит частично перед фронтом вытеснения, где движется однородная жидкость и частично на самом фронте вытеснения за счет капиллярного противотока [29].

Замечательным фактом является существование саморегулировки перетоков из одного пропластка в другой, обуславливающей постоянство формы фронта вытеснения. Если, например, часть фронта, проходящая по менее проницаемому пропластку (фиг. 5), очень близко подойдет к части фронта в более проницаемом пропластке, то количество воды, поступающей в менее проницаемый пропласток, уменьшится ввиду уменьшения площади перетока и участок фронта в более проницаемом пропластке начнет продвигаться быстрее, чем в менее проницаемом пропластке; это приведет к увеличению площади перетока, возрастанию количества перетекающей в менее проницаемый пропласток воды и замедлению продвижения участка фронта в более проницаемом пропластке и т. д.

Образование единого фронта вытеснения в слоистом пласте наблюдалось также Ричардсоном и Перкинсом [30]. Анализ процесса вытеснения нефти водой из слоистого пласта на основе теории подобия дан В. Г. Оганджаниянцем [23]. Существование или отсутствие единого фронта вытеснения в рассматриваемом процессе определяется наряду с величинами других параметров подобия величиной параметра [23]

$$\Pi_{yx} = \frac{\Delta p_y^0}{\Delta p_x} = \frac{\Delta p^0 / h}{\Delta p / l} \quad (2.10)$$

где $\Delta p_x = \Delta p / l$ — составляющая градиента гидродинамического давления в направлении вытеснения, $\Delta p_y^0 = \Delta p^0 / h$ — составляющая градиента капиллярного давления в направлении, перпендикулярном к направлению вытеснения (фиг. 5). Следует заметить, что вообще в данном случае нужно рассматривать четыре параметра вида (2.10)

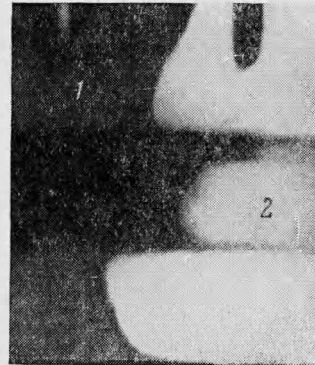
$$\Pi_{xx} = \frac{\Delta p_x^0}{\Delta p_x}, \quad \Pi_{yx} = \frac{\Delta p_y^0}{\Delta p_x}, \quad \Pi_{xy} = \frac{\Delta p_x^0}{\Delta p_y}, \quad \Pi_{yy} = \frac{\Delta p_y^0}{\Delta p_y} \quad (2.11)$$

где Π_{xx} , Π_{yx} ... — отношения составляющих градиентов капиллярного и гидродинамического давлений в соответствующих направлениях.

При образовании единого фронта вытеснения должно быть

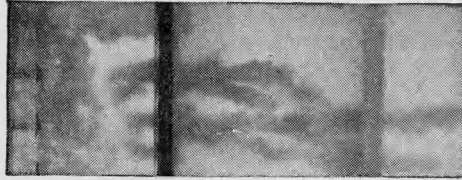
$$\Delta p_y^0 \gg \Delta p_x^0, \quad \Delta p_y > \Delta p_x$$

Тогда из (2.11) получаем, что наиболее существенным является параметр Π_{yx} , указанный работе [23].



Фиг. 6

Исследования Сафмана и Тейлора [31], Чуока, Мерса и Ван дер Поля [32] и Б. Е. Киселенко [33] позволили установить интересные факты, касающиеся устойчивости водо-нефтяного контакта при вытеснении нефти водой из реальных однородных пластов. Под реальными однородными пластами здесь опять-таки понимаются пласты, обладающие лишь микронеоднородностью. Эти исследования показали, что распределение по порам воды и нефти, оставшейся в обводненной области, зависит от устойчивости фронта вытеснения. Последующее вытеснение нефти из обводненной области существенным образом определяется этим распределением жидкостей по порам. В самом деле, при одной и той же насыщенности, образовавшейся позади стабилизированной зоны, нефть будет вытесняться из пор по-разному, в зависимости от того, находится она в мелких или в более крупных порах, так как из-за этого будет различным капиллярное давление. Характер процессов, происходящих в стабилизированной зоне, влияет и на величину безводной нефтеотдачи. Оказывается, что устойчивое перемещение фронта вытеснения, т. е. его продвижение в равной мере и по мелким и по крупным порам имеет место лишь при определенной скорости продвижения фронта. При скоростях вытеснения, превышающих эту критическую скорость, преобладают гидродинамические силы над капиллярными и вытесняющая жидкость, проникая по более проницаемым участкам (более крупным порам), образует языки. Водо-нефтяной контакт является неустойчивым, а нефтеотдача — низкой. Наоборот, при скоростях вытеснения, меньших критической скорости, капиллярные силы преобладают над гидродинамическими и снова образуются языки ввиду капиллярной пропитки вытесняющей жидкости по более мелким порам. Нефтеотдача также снижается. Описанная выше картина относится к гидрофильным пластам. В гидрофобных пластах неустойчивость фронта будет наблюдаться, по-видимому, лишь при больших скоростях вытеснения.



Фиг. 7

На фиг. 7 показан вид фронта вытеснения [33] в случае, когда вблизи него существенным образом проявляются капиллярные силы.

Из экспериментов и физических соображений вытекает, что устойчивость фронта вытеснения зависит от соотношения капиллярных и гидродинамических сил, отношения вязкостей жидкостей, структуры порового пространства и смачиваемости на границе порода-нефть-вода. В настоящее время эти зависимости изучены еще недостаточно. Не ясно также, какие параметры, характеризующие структуру порового пространства, необходимо при этом учитывать, какой будет величина угла смачивания и вообще капиллярного давления в динамических условиях и т. д. Однако очевидно, что изучение процессов, происходящих вблизи фронта вытеснения, является ключом к пониманию механизма вытеснения нефти водой из пластов.

Данные, получаемые при моделировании процессов вытеснения нефти водой, в настоящее время не всегда могут быть использованы для количественной оценки исследуемого процесса. Например, лабораторные данные о безводной и конечной нефтеотдаче редко соответствуют реальным значениям указанных параметров. Основными причинами этого несоответствия является различие в структурах порового пространства в модели и натуре и физико-химических свойств жидкостей. Эти факторы и методы их моделирования также еще мало изучены. Однако для практических целей в ряде случаев важно описать процесс даже качественно. Так, представляет интерес предсказать, сколько потребуется прокачать через данный пласт воды для достижения заданной величины относительной нефтеотдачи, выражаемой в долях от количества нефти, которую можно извлечь из данной пористой среды. Эту величину можно определить, пользуясь зависимостью $\beta^* = f(Q^*)$, построенной А. Г. Ковалевым [34] на основе полученных им и другими авторами экспериментальных данных (β^* — относительная нефтеотдача, Q^* — количество прокачанной через пласт воды, отнесенное к количеству нефти, которую можно извлечь из пористой среды). При построении зависимости $\beta^* = f(Q^*)$ выбирались данные тех экспериментов, в которых капиллярные силы не играли существенной роли. Учитывая сказанное, имеем зависимость β^* от величин

$$Q^*, \mu_1, \mu_2 \quad (2.12)$$

и на основе анализа размерности получаем

$$\beta^* = \beta^*(Q^*, \mu_2 / \mu_1) \quad (2.13)$$

Зависимость (2.13), выраженная в форме [34]

$$B = B(\sqrt{Q^*}, \mu_2 / \mu_1), \quad B = 100 - \beta^*$$

представлена на фиг. 8, где точки 1 взяты из данных [34], 2 — по Кресу и Шварцу, 3 — по Д. А. Эфросу, 4 — по Ричардсону.

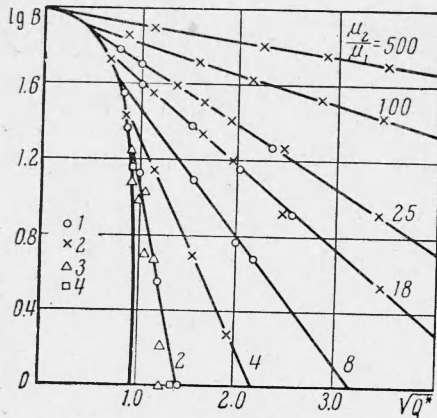
§ 3. Движение смеси жидкостей с песком в трубах и трещинах. В ряде областей, связанных с добычей нефти и бурением скважин, происходят процессы транспортировки взвешенных частиц в потоке жидкости. Эти процессы возникают при промывке песчаных пробок в скважинах, выносе выбуренной породы и, наконец, гидравлическом разрыве пласта [35,36].

При проведении гидравлического разрыва пласта оказывается важным не только создать трещину в пласте, но и предотвратить ее смыкание при снижении давления жидкости и, следовательно, потерю пропускной способности трещины.

Прежде чем войти в трещину, песок вместе с жидкостью при гидравлическом разрыве проходит значительное расстояние по трубам; поэтому возникает вопрос, как влияет присутствие песка в жидкости на гидравлические характеристики потока и, главным образом, на величину гидравлических потерь. Из многочисленных экспериментальных исследований известно, что перепад давления Δp в трубе при ламинарном и турбулентном движении суспензий твердых частиц в ньютоновских жидкостях можно определять по формуле Дарси—Вейсбаха

$$\Delta p = \lambda \frac{l\gamma v^2}{2dg} \quad (3.1)$$

$$\lambda = \lambda_l = \frac{64}{N_{Re}}, \quad \lambda = \lambda_t = \frac{0.3164}{\sqrt{N_{Re}}}$$



Фиг. 8

где l , d — соответственно длина и диаметр трубы, γ — объемный вес суспензии, v — скорость суспензии, g — ускорение силы тяжести, λ_l — при ламинарном и λ_t — при турбулентном течении, N_{Re} — число Рейнольдса, если при этом пользоваться величиной эффективной вязкости суспензии.

Как известно, впервые эффективная вязкость суспензии μ_s была определена аналитическим путем А. Эйнштейном для случая, когда твердые частицы, взвешенные в жидкости, имеют шарообразную форму и не взаимодействуют одна с другой, что имеет место при малой концентрации C твердой фазы в жидкости ($C < 0.01$). Им была получена формула

$$\mu_s = \mu_l (1 + 2.5C), \quad C = \frac{\gamma_s - \gamma_l}{\gamma_p - \gamma_l} = \frac{V_p}{V_l + V_p} \quad (3.2)$$

где μ_l — вязкость основной жидкости, V_p — объем твердых частиц в смеси, V_l — объем жидкости в смеси, γ_s — объемный вес суспензии, γ_p — объемный вес материала твердых частиц, γ_l — объемный вес основной жидкости.

Для того чтобы определить эффективную вязкость такой грубодисперсной смеси, какой является смесь жидкостей, применяемых при гидравлических разрывах пластов с песком (размер песчинок 0.6—0.85 мм), были проведены [37] специальные экспериментальные исследования движения смеси жидкости с песком в вертикальной круглой трубе.

Перепад давления при движении смеси жидкости с песком сравнивался с перепадом давления при движении чистой жидкости, который определяется по формуле Пуазейля.

При движении смеси жидкости с песком в случае [37] имеем зависимость параметра

$$A = \frac{\pi d^4 \Delta p}{128 l Q \mu_l} \quad \text{от} \quad d_0, d, \Delta \gamma = \gamma_p - \gamma_l, \mu_l, v_l, \rho_l, C \quad (3.3)$$

где d_0 — средний диаметр песчинок, ρ_l — плотность жидкости, v_l — скорость жидкости, Q — расход жидкости.

Выберем в качестве параметров с независимой размерностью величины d_0 , μ_l , v_l . Тогда на основе анализа размерности получаем

$$A = A(d_0/d, B_0, B_1, C) \quad \left(B_0 = \frac{\Delta \gamma d_0^3}{\mu_l v_l}, B_1 = \frac{\rho_l v_l d_0}{\mu_l} \right) \quad (3.4)$$

В качестве основных жидкостей в опытах [37] использовались технический глиперин и сульфит-спиртовая барда, вязкость которых изменялась в широких пределах. Применялся кварцевый песок, большей частью фракции 0.6—0.85 мм. Однако использовался и песок других фракций. Отношение d_0/d , таким образом, не превышало 0.1 и поэтому, как было установлено экспериментами, параметр A практически

не зависел от d_0/d . Параметр B_0 , как нетрудно видеть, характеризует скорость песчинок относительно жидкости.

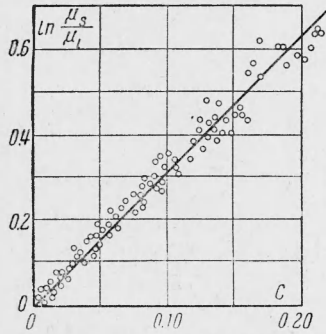
Эта скорость в данных экспериментах была мала. Поэтому можно было считать, что параметр A также очень мало зависит от второго параметра (3.4).

Таким образом, имеем

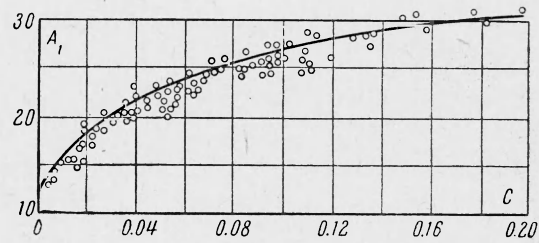
$$A = A(B_1, C) \tag{3.5}$$

Параметр B_1 есть число Рейнольдса N_{Re} . Ввиду независимости параметра A от d_0/d рассматривалось число Рейнольдса, отнесенное к диаметру трубы.

Экспериментами было обнаружено, что параметр A не зависит от N_{Re} , если это число меньше 200. Таким образом, $A = A(C)$ при $N_{Re} \leq 200$. Обработка результатов опытов при $N_{Re} \leq 200$ позволила получить прямолинейную зависимость $\ln(\mu_s/\mu_l)$ от C , показанную на фиг. 9.



Фиг. 9



Фиг. 10

Распространение смеси песка с жидкостью по трещинам, поверхности которых деформируются, является чрезвычайно сложным процессом. Однако, если рассматривать процесс заполнения песком предварительно расширенных трещин, можно пренебрегать деформацией трещин во время этого процесса.

В работе [37] был исследован наиболее простой случай движения смеси жидкости и песка в прямолинейной полосообразной горизонтальной узкой щели с параллельными стенками, в связи с чем были проведены соответствующие эксперименты.

При проведении опытов достигалось установившееся движение смеси в щели, после чего производились замеры всех необходимых параметров.

Эксперименты показали, что в данном случае быстро образуется два слоя: верхний, в котором движется чистая жидкость, и нижний, содержащий смесь жидкости с песком. Если концентрация песка C , замеренная до входа в щель, составляет величину меньше 0.02, то концентрация песка в нижнем слое ϕ оказывается равной примерно 0.5.

Было установлено [37], что движение смеси песка с жидкостью в рассматриваемом случае происходит аналогично двухслойному движению жидкости с разными вязкостями. Перепад давления Δp по длине щели зависит от величин

$$w_0, Q, \mu_l, \Delta\gamma, \rho_l, h, \phi \tag{3.6}$$

где Q — расход жидкости на единицу горизонтальной ширины щели, h — высота нижнего слоя. Применяя анализ размерности, получаем

$$A_1 = A_1(h/w_0, B_2, B_3, \phi) \quad \left(A_1 = \frac{\Delta p w_0^3}{l \mu_l Q}, B_2 = \frac{\Delta \gamma w_0^3}{\mu_l Q}, B_3 = \frac{\rho_l Q}{\mu_l} \right) \tag{3.7}$$

Третий параметр в выражении (3.7) является числом Рейнольдса. Так как изучался ламинарный режим течения, то параметр A_1 не зависел от B_3 .

С другой стороны, величина h в данном случае не является задаваемым по нашему желанию параметром: она выражается через $w_0, Q, \mu_l, \Delta\gamma$ и концентрацию песка в жидкости до входа в щель. Следовательно, имеем

$$h/w_0 = f(B_2, C) \tag{3.8}$$

Из (3.7) и (3.8) получаем, учитывая сделанные выше замечания относительно числа Рейнольдса

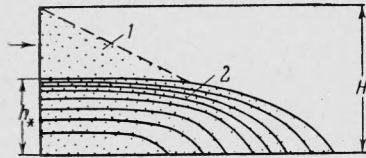
$$A_1 = A_1(C, \phi) \tag{3.9}$$

Эксперименты показали, что $\phi \approx 0.5$ при $h \geq d_0$ и $\phi = \phi(C)$ при $h = d_0$. Таким образом, получаем зависимость [37]

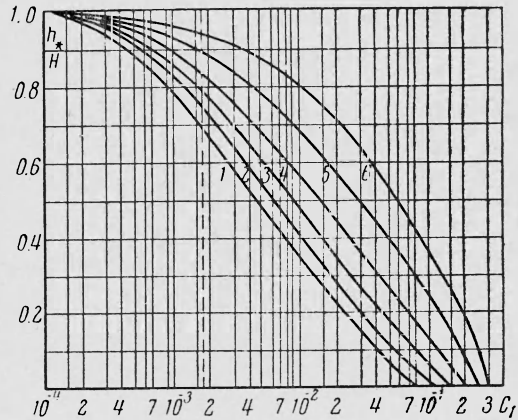
$$A_1 = A_1(C) \tag{3.10}$$

изображенную на фиг. 10. Очевидно, при $C = 0$ имеем $A_1 = 12$.

Так как движение песка в щели в рассматриваемом случае аналогично двухслойному движению жидкостей с различными вязкостями, можно установить аналогию этого движения и фильтрации двухфазной жидкости, считая, что аналогом насыщенности в данном случае является величина h/w_0 . Эта аналогия движения песка в горизонтальных щелях и фильтрации двухфазной жидкости позволяет рассчитывать движение песка в данном случае по теории Бакли — Леверетта [38]. Однако нужно заметить следующее. Используемая выше схема пригодна для описания движения смеси жидкости с песком в достаточно узкой щели. Если же ширина ее части трещины велика, то в нижней ее части будет образовываться «мертвая зона», состоящая из осевшего песка. Для описания этого случая нужна иная схема.



Фиг. 11



Фиг. 12

Рассмотрим теперь самый простой случай движения смеси жидкости с песком в вертикальной трещине — заполнение песком, взвешенным в нефилтующейся жидкости, вертикальной щели постоянной ширины w_0 и высоты H . Исследование этого процесса производилось Н. Н. Шаньгиным и А. М. Изюмовой [39], Керном, Перкинсом и Уэйнтом [40] и Ю. В. Желтовым [41]. На основе этих работ можно представить себе следующую картину движения смеси в щели. При определенных условиях, о которых говорится ниже, в начальный период закачки смеси в трещину песок будет главным образом оседать в нижней части трещины вблизи входа в нее и частично транспортироваться в глубь трещины. Так будет продолжаться до тех пор, пока вблизи входа в трещину, в нижней части, не образуется слой осевшего песка. В дальнейшем рост этого слоя замедлится и, наконец, совсем прекратится, и песок будет транспортироваться в глубь трещины (фиг. 11, где 1 — песок, взвешенный в жидкости, 2 — слой осевшего песка). Предельная высота слоя осевшего песка h_* зависит от параметров процесса заполнения трещины смесью и параметров трещины.

Имеем зависимость h_* от следующих величин:

$$Q, \mu_l, \Delta\gamma = \gamma_p - \gamma_l, d_0, w_0, H, C \quad (3.11)$$

где $\Delta\gamma$ — разность объемных весов зерен песка и жидкости, d_0 — средний диаметр зерен песка.

Применяя анализ размерности, получаем

$$\frac{h_*}{H} = f_1 \left(\frac{d_0}{w_0}, C, C_1 \right), \quad C_1 = \frac{Q\mu_l}{\Delta\gamma w_0 H^3} \quad (3.12)$$

Зависимость (3.12) была исследована Ю. В. Желтовым [41] экспериментально на модели вертикальной трещины. В процессе эксперимента прокачка смеси жидкости с песком в трещину производилась до установления предельной высоты слоя осевшего песка. После достижения установившегося течения производились замеры h_* , Q , μ_l и C . Результаты экспериментов обрабатывались в координатах (3.12).

В работе [41] имеются зависимости h_*/H от C_1 при различных C и d_0/w_0 .

На фиг. 12 показана зависимость (3.12) при значении $d_0/w_0 = 0.16$; кривые соответствуют концентрации песка в жидкости

$$1 - C = 0.002 - 0.004, \quad 2 - C = 0.004 - 0.006, \quad 3 - C = 0.006 - 0.015,$$

$$4 - C = 0.015 - 0.025, \quad 5 - C = 0.025 - 0.04, \quad 6 - C = 0.04 - 0.1$$

Следует подчеркнуть, что величина h_*/H зависит от высоты трещины H в кубе. Это означает, что при одной и той же средней скорости движения одинаковой жидкости — песконосителя в трещине — в пластах большой мощности песок будет оседать в вертикальной трещине до тех пор, пока слой осевшего песка не заполнит почти всю

трещину вблизи скважины, и лишь после этого он будет переноситься в глубь трещины. В пластах же малой мощности песок будет перемещаться главным образом в глубь трещины и если не изменить параметров процесса закачки песка (например, если не уменьшить произведение $Q\mu$, или концентрацию песка в жидкости C), то вертикальная трещина останется практически не заполненной песком.

При определенном значении C_1 слоя осевшего песка вблизи входа в трещину может совсем не оказаться: песок будет транспортироваться внутрь трещины.

§ 4. Моделирование механических процессов, происходящих в горных породах. Методы моделирования в настоящее время широко используются при решении многих вопросов геологии, геофизики, механики грунтов, строительной механики, горного дела и т. д.

Прежде чем перейти к созданию модели, воспроизводящей некоторый процесс в горных породах, необходимо отчетливо представить себе, какие свойства пород проявляются в данном процессе. Это положение, относящееся к моделированию явлений в любых телах, является очень важным при моделировании явлений, происходящих в горных породах, так как последние могут обладать самыми различными свойствами в зависимости от размера области, в которой протекает данный процесс, длительности и интенсивности процесса, а также тех последствий, к которым он приводит. Например, при распространении волн напряжений сравнительно небольшой интенсивности можно считать породы упругими; в области же значительных напряжений необходимо учитывать свойства пород, характеризующих их пластичность.

В процессах, происходящих за промежутки времени, сравнимые с человеческой жизнью, многие горные породы считаются «твердыми», проявляющими свойства упругости или пластичности. Однако в процессах, протекающих за геологические периоды времени (порядка 10^6 лет), эти же породы ведут себя как реологические тела.

Напомним, что общую физическую модель линейного реологического тела можно охарактеризовать [42] следующим линейным уравнением состояния:

$$a_0 + a_1\varepsilon + a_2 \frac{d\varepsilon}{dt} + a_3\sigma + a_4 \frac{d\sigma}{dt} = 0$$

Здесь σ — напряжение, ε — деформация, t — время, a_i — коэффициенты.

При $a_0 = a_2 = a_4 = 0$, $a_1 = E/(1 + \nu)$ (E — модуль Юнга, ν — коэффициент Пуассона), $a_3 = 1$ из приведенной выше формулы получаем уравнение состояния упругого тела.

При $a_0 = a_1 = a_4 = 0$, $a_2 = 2\mu$, $a_3 = 1$ будем иметь уравнение состояния ньютоновской жидкости.

При $a_0 = a_1 = 0$, $a_2 = 1$, $a_3 = -1/2 K_M$, $a_4 = -1/2 \mu_M$ — уравнение состояния тела Максвелла (K_M и μ_M — соответственно максвелловские модуль сжимаемости и вязкость).

При $a_0 = a_4 = 0$ и $a_1 = 2K_k$, $a_2 = 2\mu_k$, $a_3 = -1$ имеем тело Кельвина (K_k и μ_k — кельвиновские модуль сжимаемости и вязкость).

При $a_1 = a_4 = 0$ — тело Бингама, а при $a_1 = 0$ — тело Шведова.

Шейдеггер [43] отмечает, что при протекании процессов малой длительности (до 4 часов) слой земли на глубине до 2900 км от дневной поверхности ведет себя как упругое тело с модулем Юнга $E = 4 \div 5 \text{ кг/см}^2$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.25$. Это утверждение основывается на наблюдениях за прохождением сейсмических волн при землетрясениях. В процессах средней длительности (от 4 до 15000 лет по Шейдеггеру) горные породы ведут себя как тело Кельвина, обладающее вязкостью порядка $3 \cdot 10^{17} \text{ пуаз}$. Указанная величина вязкости определена по данным о движениях земной коры при годовых перемещениях масс воздуха, а также по деформациям пород после землетрясений (упругому последствию). При медленных же движениях, имеющих продолжительность порядка миллиона лет, горные породы ведут себя как тела Бингама, обладающие вязкостью 10^{22} пуаз и напряжением сдвига $4 \cdot 10^3 \text{ кг/см}^2$. Указанное значение вязкости определено на основе данных по поднятию Фенно-Скандинавского щита после ледникового периода, а напряжение сдвига — по данным об устойчивости горных массивов на основе формулы Терцаги устойчивости откосов [44]. Примерно такое же значение вязкости горных пород в процессах большой длительности указано ранее Хаббертом [45] и принимается М. В. Гзовским [46].

По данным К. В. Руппенейта и Ю. М. Либермана [47] такие породы, как глины, в процессах малой и средней длительности так же ведут себя, как максвелловские тела, но с меньшей вязкостью (порядка 10^{16} пуаз), а песчаники и песчано-глинистые сланцы — как линейные реологические тела, деформация которых не растет безгранично с течением времени t , а стремится к некоторой конечной величине при $t \rightarrow \infty$. Это, по-видимому, соответствует действительности, так как в природе известны пласты с открытыми трещинами и пластовым давлением ниже вертикального горного давления; трещины в них не «затекли» за геологические периоды времени.

Горные породы в большинстве случаев являются неоднородными и обладают трещиноватостью [48, 49]. Если рассматриваемый процесс протекает в области, размеры которой сравнимы с размерами отдельных неоднородностей или трещин, то необходимо

учитывать наличие в породах этих конкретных включений. В том же случае, когда масштаб процесса намного больше масштаба неоднородностей или трещин, породы можно считать однородными, обладающими определенными свойствами, зависящими от характера протекающего в них процесса. Таким образом, выбор механической модели горных пород, адекватной рассматриваемому процессу, является важнейшим условием моделирования этого процесса.

Причины, приводящие к возникновению деформации горных пород, т. е. силы, могут быть двоякого характера — внешние, прилагаемые извне к поверхности пород, и массовые или объемные, действующие на каждый элемент во всем теле или в некоторой его области. Можно привести многочисленные примеры внешних сил (действие механических инструментов на породы, тектонических сил и т. д.). Примерами массовых сил являются сила тяжести, фильтрационные, магнитные силы и т. д. В строительстве и горном деле очень важным фактором является сила тяжести, например, при исследовании прочности зданий под действием собственного веса, горных выработок от действия горного давления и т. д. Распределение напряжений σ в горных породах в данном случае зависит от величины вертикального горного давления $q = \gamma H$ (γ — средний объемный вес пород, или материала здания, H — глубина залегания рассматриваемого объекта или высота здания), бокового давления $q_{\infty} = \alpha q$ (α — коэффициент бокового давления), линейного размера данного объекта L (например высоты горной выработки по вертикали), времени и механических свойств пород.

Вначале рассмотрим такой процесс, при котором проявляются лишь упругие свойства пород. Породы считаются однородными и изотропными. На деформацию пласта, которая в модели может быть произвольной, не налагается никаких условий, лишь бы только она происходила в пределах упругости.

Тогда на основе анализа размерности получаем

$$\sigma / \gamma H = f(L/H, \alpha) \quad (4.1)$$

Первый параметр означает геометрическое подобие в модели и в натуре. Кроме того, должно быть выполнено условие постоянства α . При решении технических вопросов часто бывает необходимым исследовать прочность здания или подземного сооружения. Пусть горные породы деформируются упруго вплоть до разрушения; их прочность можно характеризовать величиной предела прочности на разрушение σ^* .

Тогда σ зависит от σ^* , γ , L , H , α и из анализа размерности получаем

$$\sigma / \gamma H = f_1(L/H, \alpha, \sigma^* / \gamma H) \quad (4.2)$$

Таким образом, кроме выполнения условий геометрического подобия и постоянства α , необходимо еще обеспечить равенство в модели и в натуре параметра $\sigma^* / \gamma H$. Это можно обеспечить двумя различными путями, имея в виду, что величина H должна быть меньше в модели, чем в натуре, — либо путем увеличения γ , либо путем уменьшения σ^* . Первый путь привел к созданию Н. Н. Давиденковым [50] и Г. И. Покровским [51] метода центробежного моделирования, осуществляемого путем увеличения эффективного γ за счет вращения модели на центрифуге, а второй — к разработке Г. Н. Кузнецовым метода эквивалентных материалов [52], основанного на применении в модели «эквивалентных материалов» — вещество с пониженной прочностью.

При практическом осуществлении моделирования методом эквивалентных материалов [52] модель горного массива и горной выработки изготавливается из искусственных материалов, таких, например, как смесь парафина с песком, гипсо-песчаных растворов и др., механические свойства которых предварительно точно определяются. Напряжения и деформации в моделях измеряются обычно при помощи тензометров. Применение метода эквивалентных материалов позволяет изучать прочность подземных сооружений (шахт, штреков и т. д.), устойчивость крепи, характер обрушения горных выработок и др. вопросы, связанные с разработкой рудных и угольных месторождений.

В том случае, когда налагаются особые условия на деформацию пород или материалы обладают различными упругими характеристиками на различных участках пород, необходимо выполнение, кроме того, условий

$$\left(\frac{E}{\gamma H}\right)_n = \left(\frac{E}{\gamma H}\right)_m, \quad \left(\frac{E_i}{E_k}\right)_n = \left(\frac{E_i}{E_k}\right)_m, \quad (v_i)_n = (v_i)_m$$

$$(i, k — \text{номера участков}) (i \neq k)$$

Здесь индексы n и m относятся соответственно к натуре и модели.

Во многих случаях прочностные свойства пород нельзя характеризовать одним предельным напряжением σ^* , а нужно описывать зависимость между интенсивностью касательных напряжений [53] и средним нормальным напряжением, что приводит к необходимости подобия в модели и в натуре соответствующих зависимостей. Заметим, что при моделировании многих процессов соблюдение $(v_i)_n = (v_i)_m$ не является жестким условием. Метод эквивалентных материалов может быть применен к решению задач нефтепромышленного дела, что было отмечено, например, в работе Н. П. Лесика и др. [54].

Попытки проведения экспериментов, воспроизводящих тектонические движения земной коры, делались еще в конце прошлого столетия. Однако теория подобия при моделировании тектонических процессов была применена впервые, по-видимому, Хаббертом [45]. Моделирование тектонических процессов в земной коре в настоящее время проводится М. В. Гзовским [46, 55, 56], Клоосом [57], Паркером и Мак Дауэллом [58] и др. При моделировании этих процессов учитываются [46] реологические свойства пород.

Если горные породы являются, например, телом Максвелла, то напряжение σ зависит от

$$\sigma^*, \gamma, L, H, P, E, \mu_M, t \quad (4.3)$$

где P — тектоническое напряжение.

Величину α в данном случае считаем функцией указанных выше параметров.

На основе анализа размерности получаем

$$\sigma / E = f_2(\gamma H / E, \sigma^* / E, P / E, \mu_M t / E, L / H) \quad (4.4)$$

Модели, на которых изучаются тектонические процессы, изготавливаются из растворов этилцеллюлозы в бензиловом спирте, студней желатины и др. веществ [59]. По условиям моделирования эти вещества обладают следующими механическими характеристиками: модуль Юнга порядка $0.1 \div 1.0 \text{ кг / см}^2$, вязкость от 10^4 до 10^6 пуаз , предел прочности на сдвиг $10^{-3} \div 10^{-1} \text{ кг / см}^2$.

При изучении тектонических процессов путем моделирования считается обязательным определение не только деформации моделей пород, но и возникающих в них напряжений. Измерение напряжений производится [46] методом фотоупругости, из-за чего модели горных пород делаются прозрачными.

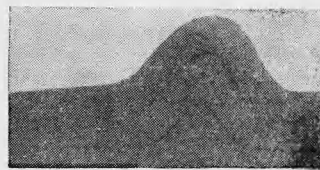
Применение метода моделирования в тектонофизике позволило [46] выяснить ряд существенных положений, касающихся механизма образования различного типа складок, сбросов, тектонических разрывов, трещин и т. д. Оно применялось также для изучения причин землетрясений [46]. На фиг. 13 показана фотография складки, образовавшейся в результате расплющивания пород.

Выше при описании моделирования не учитывались инерционные силы; однако в определенных случаях, например, при изучении на моделях сейсмических волн, такой учет становится необходимым. При учете инерционных сил необходимо, помимо указанных выше параметров, соблюдать постоянно в модели и в натуре параметра $\rho r H^2 / Et^2$ (ρr — плотность пород). Моделирование сейсмических волн рассматривалось Ю. В. Ризниченко, Б. Н. Ивакиным и В. Р. Бугровым [60].

§ 5. Моделирование образования трещин в горных породах при гидравлическом разрыве пласта. Попытки воспроизведения гидравлического разрыва пласта [35, 36] в лабораторных условиях делались [61] с самого начала широкого использования этого процесса в нефтедобывающей промышленности. Тогда еще не было достаточно ясного представления о том, что в действительности происходит в пласте при гидравлическом разрыве, т. е. при образовании трещин в горных породах путем закачки в них через скважины вязкой жидкости с большим расходом, и поэтому все лабораторные опыты были направлены на изучение процесса образования начальной трещины в пласте, т. е. самого разрыва пород [61]. Однако после накопления соответствующего опыта стало ясным, что практически начального надрыва пород не происходит ввиду наличия в пластах естественных нарушений, и основным является процесс распространения трещин путем закачки в них жидкости. Существенным в понимании механизма образования трещин при гидравлическом разрыве пласта явилось положение о конечности напряжений в концах трещин, сформулированное С. А. Христиановичем (условие С. А. Христиановича).

Из теории упругости известно [62], что при приложении поверхностных или массовых сил к твердому телу, содержащему в себе остроконечную трещину, в концах этой трещины возникает вообще бесконечно большое напряжение. Горные породы при образовании в них трещин во время гидравлического разрыва пласта можно считать упругими ввиду малых деформаций. Породы, как и всякие реальные тела, могут противостоять, не разрушаясь, лишь определенному конечному напряжению. Если к породам с трещиной приложены силы, стремящиеся их разорвать, а силы, сдавливающие породы отсутствуют, то трещина будет распространяться до тех пор, пока данный блок породы не разорвется полностью.

Однако этот процесс происходит иначе, если на рассматриваемый блок или массив горных пород действуют не только силы, разрывающие породы, но и силы, препятствующие распространению трещины. Действие указанных систем сил при определенном условии приводит к тому, что трещина, достигнув некоторых размеров, останавливается. Таким образом, в породах устанавливается равновесное напряженное состояние. Форма и размеры образовавшейся трещины в данном случае зависят от соотношения величин и распределения в породах этих противоположных сил. Напряжения в концах трещины не будут бесконечными, а поверхности трещины в ее конце будут



Фиг. 13

плавно смыкаться. В этом и состоит смысл условия С. А. Христиановича [35, 63]. В последнее время условие конечности напряжения в конце трещины и плавности смыкания ее поверхностей было выведено Г. И. Баренблаттом [64] из принципа возможных перемещений.

Вначале рассмотрим случаи, когда единственными силами, препятствующими распространению трещины, являются силы, обусловленные горным давлением.

Тогда процесс распространения трещин при гидравлическом разрыве пласта определяется отношением давления жидкости к горному давлению и не зависит от прочности породы.

В процессах распространения трещин, являющихся подобными, форма трещины, т. е. отношение w/w_0 (w_0 — максимальная ширина трещины, w — текущая ширина трещины), должна быть одинаковой в каждый момент времени при одинаковых значениях безразмерного времени. Покажем, какие условия при этом надо выполнить. При распространении трещин во время гидравлического разрыва пласта происходят в общем случае три явления: упругая деформация горных пород, движение вязкой жидкости по трещине и фильтрация ее в горных породах.

Если рассматривать только деформацию пород, которая в данном случае вызывается действием на породы массовых сил, обусловленных передачей на породы градиентов давления фильтрующей жидкости, то получим, что σ зависит от

$$\gamma, L, H, \alpha, \nu, \quad \Delta p_0 = p_0 - p_k \quad (5.1)$$

где p_0 — давление жидкости в центре трещины, например, в скважине, p_k — давление на контуре, ограничивающем область профильтровавшейся в пласт жидкости. На основе анализа размерности имеем

$$\sigma/\Delta p_0 = f(\gamma H/\Delta p_0, L/H, \alpha, \nu) \quad (5.2)$$

В данном случае в число определяющих параметров не входит проницаемость пласта и другие его параметры, а также вязкость жидкости, так как берется непосредственно давление жидкости, а не ее расход.

Таким образом, важно выдерживать постоянство в модели и в натуре отношения $\Delta p_0/\gamma H$. Деформации в модели в данном случае не обязательно должны быть равны деформациям в натуре, если на границах на них не налагается особых условий. Однако для того чтобы определить, каким образом можно обеспечить равенство в модели и в натуре величины $\Delta p_0/\gamma H$, рассмотрим одно соотношение [65], существующее в общем случае на контуре трещины.

Допустим, что еще до проведения разрыва в пласте существовала поверхность нарушения сплошности породы, которая, расширяясь при разрыве пласта, становится трещиной. Пусть срединная поверхность трещины, являющейся достаточно тонкой, задана уравнением $F(x, y, z)$, причем ξ и ζ — направления двух взаимно перпендикулярных касательных к этой поверхности, а n_1 — направление нормали к ней. Рассматривая баланс жидкости, поступающей в элементарный объем трещины $w d\xi d\zeta$ и уходящей из него в пласт, а также учитывая расширение трещины с течением времени, получаем [65]

$$w \frac{\partial v_\xi}{\partial \xi} + w \frac{\partial v_\zeta}{\partial \zeta} + 2v_{n_1} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \quad (5.3)$$

где v_ξ , v_ζ — скорости жидкости соответственно в направлениях ξ и ζ ; v_{n_1} — скорость фильтрации через стенки трещины.

Для скоростей движения жидкости по трещине и скорости фильтрации имеем

$$v_\xi = -\frac{w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \xi}, \quad v_\zeta = -\frac{w^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial \zeta}, \quad v_{n_1} = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n_1} \quad (5.4)$$

где k — проницаемость пласта. Из (5.3) и (5.4) получаем, что для равенства

$$(\Delta p_0/\gamma H)_n = (\Delta p_0/\gamma H)_m$$

должны быть соблюдены условия

$$\left(\frac{k}{L^2} \frac{E^3}{\gamma^3 H^3}\right)_n = \left(\frac{k}{L^2} \frac{E^3}{\gamma^3 H^3}\right)_m, \quad \left(\frac{\gamma^3 H^3 t}{E^2 \mu}\right)_n = \left(\frac{\gamma^3 H^3 t}{E^2 \mu}\right)_m \quad (5.5)$$

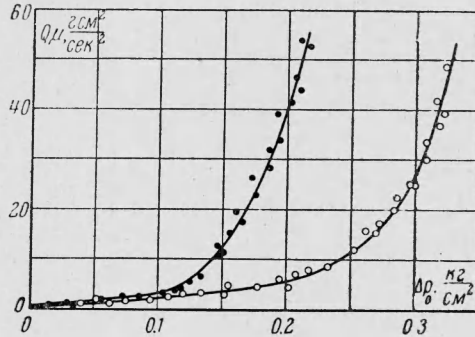
Первое условие (5.5) применимо лишь в случае разрыва пласта фильтрующей жидкостью; в его выражение входит характерная длина L , которая в частности может быть длиной трещины. Это не всегда удобно, так как длина трещины является определяемой величиной, а не заранее заданной. Используя уравнения баланса жидкости в трещине [66] из первого равенства (5.5), получаем условие

$$\left(\frac{\gamma H Q^2 \mu^2}{k^3 E^3}\right)_n = \left(\frac{\gamma H Q^2 \mu^2}{k^3 E^3}\right)_m \quad (5.6)$$

В случае, когда разрыв пласта производился жидкостью, имеющей вязкость μ , а пластовая жидкость обладает вязкостью μ_0 , необходимо соблюдение условия

$$(\mu/\mu_0)_n = (\mu/\mu_0)_m$$

Практически моделирование процесса распространения трещин при гидравлическом разрыве пласта было осуществлено на моделях из пористой резины [66] с модулем Юнга порядка 1 кг/см^2 , пористостью 70%, плотностью 0.28 г/см^3 и проницаемостью 20 *дарси*. В такой модели была заранее создана вертикальная трещина, которая была сомкнута под действием усилий, имитировавших боковое горное давление. Расширение этой трещины производилось при помощи закачки в «скважину» жидкости с той же вязкостью, что и жидкость, насыщавшая пористую среду модели. В качестве рабочей жидкости использовался технический глицерин вязкостью 50—125 *сантинпуаз*. На фиг. 14 показаны кривые $Q_L = f(\Delta p_0)$, замеренные при расширении трещины на этой модели, а на фиг. 15 форма трещины, построенная по замерам толщины слоя песка, закачанного в трещину для ее фиксации. Форма трещины в модели соответствует форме трещин, полученных из решений задач теории упругости [35, 63, 67].

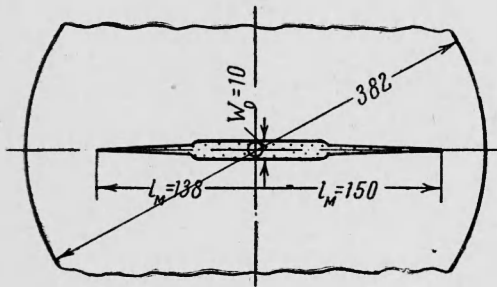


Фиг. 14

Выше был рассмотрен случай, когда единственным фактором, препятствующим неограниченному распространению трещины, является горное давление. Однако при распространении трещины в первоначально ненарушенных горных породах таким фактором, помимо горного давления, являются молекулярные силы сцепления. В этом случае необходимо учитывать дополнительную характеристику материала, введенную Г. И. Баренблатом [68], модуль сцепления K , имеющую размерность $FL^{-1/2}$ (F , L — соответственно размерности силы и длины). Отсюда, в формуле (5.2) появится дополнительный параметр, подобия $KL^{-1/2} / \gamma H$, характеризующий отношение сил сцепления к горному давлению. Оценим его величину на примере образования вертикальной трещины в пласте, сжатом в горизонтальном направлении боковым давлением q_∞ . Тогда вместо указанного выше параметра будем иметь

параметр

$$N = KL^{-1/2} / q_\infty.$$



Фиг. 15

Пусть $q_\infty = 100 \text{ кг/см}^2$, $K \sim 10^3 \text{ кг/см}$, согласно [68, 69]. Тогда $N = 0.014$ при $L = 50 \text{ м}$, $N = 0.032$ при $L = 10 \text{ м}$, а $N = 0.1$ при $L = 1 \text{ м}$. Как видно из этих расчетов, силы сцепления при реальных разрывах пласта, по-видимому, не играют существенной роли, что оправдывает подход к изучению гидравлического разрыва пласта, использованный в работах [35, 63, 67]. Однако в лабораторных условиях при моделировании распространения трещин в первоначально ненарушенном материале, когда L мало, эти силы приобретают решающее значение.

воначально ненарушенном материале, когда L мало, эти силы приобретают решающее значение.

Вопрос о возможности образования трещин, т. е. гидравлического разрыва пласта, является важным при бурении скважин, когда из-за высокого давления на забое скважины могут наблюдаться серьезные осложнения — уходы глинистого раствора в образовавшиеся в горных породах трещины и при создании подземных хранилищ газа и нефтепродуктов, а также при осуществлении новых методов извлечения нефти из недр, например, закачке в пласт газа высокого давления, когда в пластах приходится создавать высокое давление, из-за чего возникает опасность расширения вертикальных нарушений, которые могут быть в пластах, образования открытых трещин и прорыва закачиваемых в пласт веществ в вышележащие пласты и на дневную поверхность. Пусть, например, скважина, через которую ведется закачка в пласт газа или жидкости, прошла через сомкнутую под действием бокового горного давления вертикальную трещину.

Вертикальный разрез пласта показан на фиг. 16.

Сверху и снизу пласт ограничен глинистым пластом мощностью h_1 . Мощность пласта песчаника равна h_2 . Боковое давление в песчаном пласте q_∞^2 , а в глинистом q_∞^1 . Ввиду релаксации напряжений боковое давление в глинистом пласте больше, чем в песчаном. Критическим является перепад давления, при котором вертикаль-

ная трещина достигнет вершины глинистого пласта. По аналогии с задачей распространения вертикальной трещиной при гидравлическом разрыве пласта [35] имеем выражение для этого критического перепада давления Δp_0^*

$$\Delta p_0^* = q_{\infty}^1 - (q_{\infty}^1 - q_{\infty}^2) \left(1 - \frac{2}{\pi} \arccos \frac{h_2/2}{h_1 + h_2/2} \right) \quad (5.7)$$

Допустим, что

$$q_{\infty}^1 = 100 \text{ кг/см}^2, \quad q_{\infty}^2 = 50 \text{ кг/см}^2, \quad h_2 = 10 \text{ м}, \quad h_1 = 10 \text{ м}.$$

Тогда по формуле (5.7)

$$\Delta p_0^* \approx 75 \text{ кг/см}^2$$

Этот перепад давления и является предельным для данного пласта. Если он будет превышен, трещина пройдет через глинистый пласт и сообщит рассматриваемый пласт с вышележащими пластами.

§ 6. Движение жидкости в трещиноватых породах. В настоящее время в связи с открытием крупных залежей нефти и газа в трещиноватых породах, а также накоплением фактических данных о наличии раскрытых естественных трещин в обычных пористых коллекторах, приобретают большое значение вопросы движения жидкости в таких породах.

Одним из первых вопросов изучения фильтрации в трещиноватых породах является определение их эффективной проницаемости. Этот вопрос изучался Г. М. Ломизе [70], Ф. И. Котяховым [71], Е. С. Роммом [72] и др.

Вначале рассматривались лишь породы с совершенно непроницаемыми блоками. При умеренных скоростях движение жидкости в таких породах характеризуется линейным законом сопротивления, вполне аналогичным закону Дарси для пористых пород. При этом средняя проницаемость чисто трещиноватых пород характеризуется величиной w_*^3/l_* (w_* , l_* — соответственно средняя ширина и длина трещин). Установившееся движение жидкости в трещиноватых породах с пористыми блоками также можно описать уравнением типа закона Дарси. Проницаемость таких пород будет

зависеть от проницаемости блоков k и эффективной проницаемости трещин. Параметр, характеризующий соотношение этих двух проницаемостей, имеет вид w_*^3/kl_* .

Однако при неустановившемся движении жидкости в трещиноватых породах с пористыми блоками возникает новое явление — обмен жидкостью между блоками и трещинами [73,74]. При этом можно считать [73], что при сравнительно небольших перепадах давления движение жидкости в каждой из систем, если изолировать одну систему от другой, описывается обычным уравнением упругого режима [9]. Выражение [73] для массы q_0 жидкости, перетекающей из блоков в трещины в единицу времени на единицу объема трещиноватой породы, можно получить из соображений анализа размерностей. В самом деле, q_0 зависит: 1) от перепада давлений $p_2 - p_1$ (p_2 , p_1 — соответственно давления жидкости в блоках и трещинах), 2) вязкости жидкости μ , 3) плотности жидкости ρ_l и 4) некоторой пока неизвестной характеристики трещиноватой среды, которая может быть только геометрической, т. е. иметь размерность L^n . Таким образом имеем

$$[q_0] = MT^{-1}L^{-3}, \quad [\rho_l] = ML^{-3}, \quad [\mu] = ML^{-1}T^{-1}, \quad [p_2 - p_1] = ML^{-1}T^{-2}$$

где M — размерность массы.

Выберем в качестве параметров с независимой размерностью величины ρ_l , μ и L^n . Тогда, используя анализ размерности, получаем [73,74]

$$q_0 = \frac{\alpha_0 \rho_l (p_2 - p_1)}{\mu}, \quad n = 0$$

где α_0 — новая характеристика трещиноватой среды, оказавшаяся безразмерной.

Эта безразмерная характеристика α_0 может быть выражена через проницаемость блоков k_2 и степень развитости трещиноватости породы, мерой которой является удельная поверхность трещин λ_0 , т. е. поверхность трещин, приходящаяся на единицу объема породы, или средний размер блока l . Тогда $\alpha_0 \sim k_2 \lambda_0^2 \sim k_2 l^{-2}$.

При описании неустановившегося движения жидкости в трещиноватых породах удобно использовать [74] не α_0 , а величину $\eta = k_1/\alpha_0$ (k_1 — проницаемость в системе трещин), $[\eta] = L^2$. Используя соображения анализа размерности, легко установить, от каких безразмерных параметров будет зависеть распределение давления при неустановившейся фильтрации жидкости в трещиноватом пласте.

Пусть, например, жидкость притекает из прямолинейного трещиновато-пористого полубесконечного пласта к галерее [74]. В начальный момент времени давление в пласте

было P_0 , затем давление на границе пласта внезапно изменяется, принимая значение P_1 , отличное от P_0 , которое в дальнейшем остается постоянным.

Пользуясь анализом размерности, можно установить зависимость

$$u = \frac{p_1 - P_1}{p_0 - P_1} \quad \text{от } x, t, \eta, \kappa \quad (6.1)$$

Выберем в качестве параметров с независимой размерностью величины κ и t . Тогда

$$u = u \left(\frac{x}{\sqrt{\kappa t}}, \frac{\kappa t}{\eta} \right) \quad (6.2)$$

Зависимость (6.2)—определенная [74] на основе решения соответствующей задачи теории фильтрации, представлена на фиг. 17.

При движении жидкости в деформируемых трещиноватых породах с чисто трещинной пористостью [75] функция u зависит от параметров $\kappa, x, t, \beta_* = \beta_c / m$ —здесь β_c ; сжимаемость пород, m —трещинная пористость и p_0 —начальное давление.

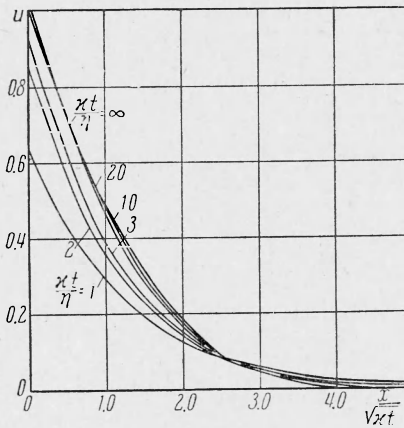
Тогда при движении жидкости в полубесконечном прямолинейном пласте имеем

$$u = u \left(\beta_* p_0, \frac{x}{\sqrt{\kappa t}} \right) \quad (6.3)$$

Заметим, что в данном случае

$$\kappa = \frac{k \beta_*^3 p_0^3}{4 \beta \mu}, \quad \beta = m \beta_l + \beta_c$$

(β_l —сжимаемость жидкости)



Фиг. 17

§ 7. Фильтрация жидкости с учетом реологических свойств пород. При изучении неустановившейся фильтрации жидкости в нефтяных пластах вначале считалось, что жидкость и породы пласта обладают только упругими свойствами. Отсюда возникло понятие «упругого режима» [9]. В дальнейшем оказалось, что на процессах неустановившейся фильтрации может существенно сказываться необратимость деформации горных пород, возникающая при их нагружении (снижении пластового давления) и разгрузке (восстановлении давления). Типичная зависимость напряжения σ от деформации ϵ для необратимо деформирующейся породы представлена на фиг. 18, где сплошная линия соответствует нагружению, а пунктирная — разгрузке породы.

Учет необратимости деформации горных пород при фильтрации в них жидкости привел к созданию А. П. Крыловым и Г. И. Баренблаттом [76] теории упруго-пластического режима пласта. Ими было принято, что деформация пород при нагружении и разгрузке является чисто упругой, но происходит с различными модулями сжимаемости. Деформация не зависит от времени, т. е. каждое приращение напряжения мгновенно вызывает определенное приращение деформации. Кривые типа фиг. 18 характерны для слабо цементированных песчаников, некоторых видов сланцев и т. д. Однако деформация таких нефтесодержащих пород, как алевролиты, может характеризоваться фактором времени, т. е. необходимо учитывать реологические свойства этих пород.

Более существенным образом эти свойства будут проявляться, по-видимому, у пород, залегающих на больших глубинах.

Рассмотрим процесс неустановившейся фильтрации жидкости в пористой среде, являющейся телом Максвелла, т. е. характеризующейся следующей зависимостью напряжения σ от деформации ϵ

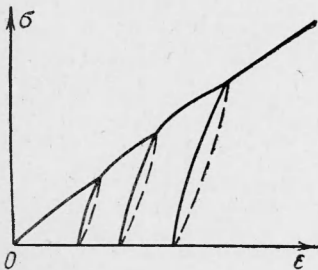
$$\frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{K_M} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\mu_M} \quad (7.1)$$

так как $\sigma = p - p_0$, где p_0 —начальное давление, то по аналогии с (7.1) имеем

$$\frac{dm}{dt} = \beta_C \frac{dp}{dt} + \frac{p - p_0}{\mu_M}, \quad \beta_C = \frac{1}{K_M} \quad (7.2)$$

Уравнение фильтрации в среде Максвелла имеет вид (β_l —сжимаемость жидкости)

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \omega P = \kappa \nabla^2 P \quad \left(P = p - p_0, \quad \omega = \frac{1}{\mu_M (m \beta_l + \beta_C)} \right) \quad (7.3)$$



Фиг. 18

Уравнение (7.3) аналогично уравнению распространения тепла в пространстве с источниками поглощения или излучения [7].

Пусть в полубесконечном прямолинейном пласте в момент времени $t=0$ давление на границе $x=0$ стало равным p_1 . В начальный момент времени оно было равно p_0 . Фильтрация описывается уравнением (7.3). Тогда давление жидкости p зависит от

$$x, t, \kappa, \omega, \omega/\kappa \quad (7.4)$$

Здесь в число определяющих параметров включена величина ω/κ ввиду существования стационарного распределения давления, не возрастающего безгранично при $x \rightarrow \infty$. На основе анализа размерности, получаем

$$p = p \left(\frac{x^2 \omega}{\kappa}, \frac{x}{\sqrt{\kappa t}}, \omega t \right) \quad (7.5)$$

Аналитическое решение указанной задачи имеет вид

$$\frac{p - p_0}{p_1 - p_0} = \frac{1}{2} \left[\exp \left(-x \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\kappa t}} - \sqrt{\omega t} \right) + \exp \left(\kappa \sqrt{\frac{\omega}{\kappa}} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{1}{2} \frac{x}{\sqrt{\kappa t}} + \sqrt{\omega t} \right) \right] \quad (7.6)$$

При $\omega \rightarrow 0$ получаем известное решение о неустановившемся притоке жидкости к галерее при упругом режиме.

В заключение автор благодарит за советы Г. И. Баренблатта, при составлении этого обзора, а также А. Г. Ковалева, А. А. Кочешкова, В. Г. Оганджаниянца, В. Л. Данилова и В. М. Рыжика за участие в его обсуждении.

Поступила 29 IV 1962

ЛИТЕРАТУРА

1. Лейбензон Л. С. Нефтепромысловая механика. Ч. 2. М., Гос. науч.-техн. горн.-геол. нефтян. изд-во, 1934.
2. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. Изд. 4-е. М., Гостехиздат, 1957.
3. Павловский Н. Н. Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями и ее основные приложения. Пб., 1922.
4. Гутенмахер Л. И. Электрическое моделирование. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1943.
5. Крылов А. П., Глоговский М. М., Мирчинк М. Ф., Николаевский Н. М., Чарный И. А. Научные основы разработки нефтяных месторождений. М.—Л., Гостоптехиздат, 1948.
6. Щелкачев В. Н. Анализ параметров подобия гидравлики. Нефтяное хозяйство, 1948, № 1.
7. Чарный И. А. О притоке к несовершенным скважинам при одновременном существовании различных законов фильтрации в пласте. Изв. АН СССР, ОТН, 1950, № 6, стр. 801—818.
8. Минский Е. М. О турбулентной фильтрации в пористых средах. Докл. АН СССР, 1951, т. 78, № 3, стр. 409—412.
9. Щелкачев В. Н. Упругий режим пластовых водонапорных систем. М.—Л., Гостоптехиздат, 1948.
10. Muskat M. The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media. New York—London, 1937.
11. Миллионщиков М. Д. Обводнение скважины подошвенной водой. Инж. сб., 1948, т. 5, вып. 1, стр. 182—188.
12. Полубаринова-Кочина П. Я. Об обводнении нефтяных скважин. Изв. АН СССР, ОТН, 1948, № 2, стр. 161—170.
13. Лапук Б. Б. Приближенное решение плоской задачи о вытеснении газа несжимаемой водой. Докл. АН СССР, 1950, т. 73, № 1.
14. Данилов В. Л. Интегродифференциальные уравнения движения границы раздела двух жидкостей в пористой среде. Изв. Казан. филиала АН СССР, сер. физ.-матем. и техн. наук, 1957, вып. 11, стр. 99—133.
15. Levegett M. C. Flow of oil-water mixtures through unconsolidated sands.— Trans. American Institute of mining and metallurgical engineers, 1939, vol. 132, t. 149—169.
16. Jones-Ragall, Calhoun I. C. Computation of linear flood by stabilized zone method.— Journal of Petroleum Technology, 1953, vol. 5, № 12, p. 11—14.
17. Terwilliger P. L. and other. Experimental and theoretical investigation of gravity drainage performance.— Journal of Petroleum Technology, 1951, vol. 3, № 11, p. 285—295.
18. Требин Ф. А., Эфрос Д. А. Использование данных моделирования для некоторых случаев расчета дебитов скважин. Нефтяное хозяйство, 1955, № 7, стр. 36—42.

19. Эфрос Д. А., Оноприенко В. П. Моделирование линейного вытеснения нефти водой. Тр. Всес. нефтегазового научн.-исслед. ин-та, 1958, вып. 12, стр. 331—360.
20. Мирзаджанзаде А. Х., Абасов М. Т. О применении метода динамического подобия в подземной гидродинамике. Нефтяное хозяйство, 1955, № 7, стр. 47—51.
21. Котяхов Ф. И. Основы физики нефтяного пласта. М., Гостехиздат, 1956.
22. Ковалев А. Г., Крылов А. П. О влиянии плотности расположения скважин на нефтеотдачу пласта. Изв. АН СССР, ОТН, Metallургия и топливо, 1959, № 3, стр. 152—157.
23. Егорова И. И., Оганджаниянц В. Г. Моделирование процессов вытеснения нефти из слоистых пористых сред. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 3, стр. 147—151.
24. Leverett M. C., Lewis W. B., True M. E. Dimensional-model studies of oil-field behavior.— Tech. publ. Amer. Inst. mining and metallurgical engineers, 1941, № 1413, 18 p.
25. Croes G. A., Geertsma I., Schwarz N. Theory of dimensionally scaled models of petroleum reservoirs.— Trans. Amer. Inst. mining and metallurgical engineers, 1956, vol. 207, p. 118—143.
26. Рыжик В. М. Обзор работ по взаимному вытеснению несмешивающихся жидкостей из пористой среды. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 2, стр. 130—141.
27. Leverett M. C. Capillary behavior in porous solids. Trans. Amer. Inst. of mining and metallurgical engineers, 1941, vol. 142, p. 152—168.
28. Оганджаниянц В. Г., Егорова И. И. Об устойчивости водонефтяного контакта в слоистых пористых средах. Докл. АН СССР, 1960, т. 134, № 1, стр. 53—61.
29. Рыжик В. М. О капиллярной пропитке водой нефтенасыщенного гидрофильного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 2, стр. 149—151.
30. Richardson I. G., Perkins F. M. A laboratory investigation of the effect of rate on recovery of oil by water flooding.— Journal of Petroleum Technology, 1957, vol. 9, № 4, p. 114—121.
31. Saffman P. G., Taylor G. The penetration of a fluid into a porous medium of Hele—Shaw cell containing a more viscous liquid. Proc. of the Royal Society, 1958, Ser. A, vol. 245, № 1242.
32. Chuoke R. L., van Meurs P., van der Poel C. The instability of slow immiscible, viscous liquid-liquid displacements in permeable media. Journal of Petroleum Technology, 1959, vol. 11, № 7, p. 64, 73.
33. Кисиленко Б. Е. Об устойчивости водонефтяного контакта в однородной пористой среде. ПМТФ, 1961, № 6, стр. 194—195.
34. Ковалев А. Г. Некоторые эмпирические характеристики процесса вытеснения несмешивающихся жидкостей. Изв. АН СССР, ОТН, Metallургия и топливо, 1960, № 2, стр. 146—150.
35. Желтов Ю. П., Христианович С. А. О гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 5, стр. 3—41.
36. Желтов Ю. П. Гидравлический разрыв пласта. М., Гостехиздат, 1957.
37. Дорожкин В. С., Желтов Ю. В., Желтов Ю. П. О движении смеси жидкости с песком в скважине и трещине при гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 11, стр. 37—42.
38. Buckley S. E., Leverett M. C. Mechanism of fluid displacement in Sands. Trans. Amer. Inst. mining and metallurgical engineers, 1942, vol. 146, p. 107—116.
39. Шаньгин Н. Н., Изюмова А. М. Движение и размещение песка в вертикальной трещине. Нефтяное хозяйство, 1958, № 12, стр. 36—46.
40. Kern L. R., Perkins T. K., Wyant R. E. The mechanics of Sand movement in fracturing. Journal of Petroleum Technology, 1959, vol. 11, N 7, p. 55—57.
41. Желтов Ю. В. Закрепление вертикальных трещин, образованных при гидравлическом разрыве пласта. Новости нефт. и газ. техники. Нефтепром. дело, 1961, № 4, стр. 34—38.
42. Рейнер М. Десять лекций по теоретической реологии. М.—Л., Гостехиздат, 1947.
43. Scheidegger A. E. Rheology of the earth: the basic problem of geodynamics. Canad. Journal of physics, 1957, vol. 35, N 4, p. 383—397.
44. Terzaghi K. Theoretical soil mechanics. New York, John Wiley and Sons; London, Chapman and Hall, 1943.
45. Hubbert M. K. Theory of scale models as applied to the Study of geologic structures. Bull. Geological society of America, 1937, vol. 48, N 10, p. 1459—1520.
46. Гзовский М. В. Моделирование тектонических процессов. В кн. Проблемы тектонофизики. М., Госгеолтехиздат, 1960, стр. 315—344.
47. Руппенейт К. В., Либерман Ю. М. Введение в механику горных пород. М., Госгортехиздат, 1960.

48. Gibson H. S. The production of oil from the fields of Southwestern Iran. Journ. Inst. of petroleum, 1948, vol. 34, № 294, p. 374—398.
49. С м е х о в Е. М., Г м и д Л. П., Р о м а ш о в а М. Г., Р о м м Е. С. Вопросы методики изучения трещиноватых пород в связи с их коллекторскими свойствами. В сб. Трещиноватые породы и их коллекторские свойства. Тр. Всес. нефт. научн.-иссл. геол.-развед. ин-та, Л., 1958, вып. 121, стр. 7—66.
50. Д а в и д е н к о в Н. Н. Новый метод применения моделей к изучению равновесия в грунтах. Ж. техн. физ., 1933, № 1.
51. П о к р о в с к и й Г. И. Центробежное моделирование. М.—Л., ОНТИ, 1935.
52. К у з н е ц о в Г. Н. Экспериментальные методы исследования вопросов горного давления. В кн. Тр. совещания по управлению горным давлением. М., Углетехиздат, 1948, стр. 90—150.
53. С о к о л о в с к и й В. В. Статика сыпучей среды. Изд. 2-е, М., Гостехиздат, 1954.
54. Л е с и к Н. П., О в н а т а н о в Г. Т., Р у п п е н е й т К. В., С о л о х и н Е. Я. Принципы физического моделирования явлений гидравлического разрыва нефтяных пластов. Тр. Всес. нефтегаз. науч.-исслед. ин-та, 1958, вып. 16, стр. 64—74.
55. Г з о в с к и й М. В. Механизм формирования сложных тектонических разрывов. Разведка и охрана недр. 1956, № 7, стр. 1—14.
56. Г з о в с к и й М. В. Метод моделирования в тектонофизике. Советская геология, 1958, № 4, стр. 53—72.
57. C l o o s E. Experimental analysis of fracture patterns. Bull. Geological society of America, 1955, vol. 66, N 3, p. 241—256.
58. P a r k e r T. I., M c D o w e l l A. N. Model Studies of salt dome tectonics. Bull. Amer. Assoc. of Petroleum Geologists, 1955, vol. 39, N 12, p. 2384—2470.
59. О с о к и н а Д. Н. Пластичные оптически активные материалы для моделирования тектонических процессов и методы исследования механических и оптических свойств этих материалов. В кн. Проблемы тектонофизики. М., Госгеолтехиздат, 1960, стр. 345—360.
60. Р и з н и ч е н к о Ю. В., И в а к и н Б. Д., Б у г р о в В. Р. Моделирование сейсмических волн. Изв. АН СССР, сер. геофиз., 1951, № 5, стр. 1—30.
61. S c o t t P. P., B e a r d e n W. G., H o w a r d G. C. Rock rupture as affected by fluid properties. Journal of Petroleum Technology, 1953, vol. 5, N 4, p. 111—122.
62. М у с х е л и ш в и л и Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. 4-е, М., Изд-во АН СССР, 1954.
63. Б а р е н б л а т т Г. И., Х р и с т и а н о в и ч С. А. Об обрушении кровли при горных выработках. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 11, стр. 73—86.
64. Б а р е н б л а т т Г. И. Об условиях конечности в механике сплошных сред. Статические задачи теории упругости. ПММ, 1960, т. 24, вып. 2, стр. 316—322.
65. Ж е л т о в Ю. П. О моделировании образования трещин в горных породах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 4, стр. 179—180.
66. Ж е л т о в Ю. П., Ж е л т о в Ю. В. Моделирование процесса распространения трещин при гидравлическом разрыве пласта. Нефтяное хозяйство, 1961, № 1, стр. 34—39.
67. Б а р е н б л а т т Г. И. О некоторых задачах теории упругости, возникающих при исследовании механизма гидравлического разрыва нефтеносного пласта. ПММ, 1956, т. 20, вып. 4, стр. 475—486.
68. Б а р е н б л а т т Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Общие представления и гипотезы. Осесимметричные трещины. ПММ, 1959, т. 23, вып. 3, стр. 434—444.
69. Б а р е н б л а т т Г. И. О равновесных трещинах, образующихся при хрупком разрушении. Прямолинейные трещины в плоских пластинках. ПММ, 1959, т. 23, вып. 4, стр. 706—721.
70. Л о м и з е Г. М. Фильтрация в трещиноватых породах. М.—Л., Госэнергоиздат, 1951.
71. К о т я х о в Ф. И. Приближенный метод определения запасов нефти в трещиноватых породах. Нефтяное хозяйство, 1956, № 4, стр. 40—46.
72. Р о м м Е. С. Исследования фильтрации в трещиноватых породах в связи с их коллекторскими свойствами. В сб. Трещиноватые породы и их коллекторские свойства. Тр. Всес. нефтян. науч.-исслед. геол.-развед. ин-та, Л., 1958, вып. 121, стр. 217—243.
73. Б а р е н б л а т т Г. И., Ж е л т о в Ю. П. Об основных уравнениях фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. Докл. АН СССР, 1960, т. 132, № 3, стр. 545—548.
74. Б а р е н б л а т т Г. И., Ж е л т о в Ю. П., К о ч и н а И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5, стр. 852—864.
75. Ж е л т о в Ю. П. О движении однофазной жидкости в деформируемых трещиноватых породах с чисто трещинной пористостью. ПМТФ, 1961, № 6, стр. 187—189.
76. К р ы л о в А. П., Б а р е н б л а т т Г. И. Об упруго-пластическом режиме нефтяного пласта. М., Изд-во АН СССР, 1955.
77. К а р с л о у Г. С. Теория теплопроводности. М.—Л., Гостехиздат, 1947.