

**К ТЕОРИИ ЗАЖИГАНИЯ  
ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ ЛУЧИСТОЙ ЭНЕРГИЕЙ**

*В. Н. Виллюнов, И. Г. Дик, А. Б. Зурер*  
(Томск)

Теория твердофазного зажигания [1] при простейших предположениях относительно химизма способна дать связь между измеряемыми характеристиками зажигания (время индукции  $t_i$ , иногда температура поверхности зажигаемого тела в момент  $t = t_i$ ) и кинетическими параметрами. Часто эта теория используется для решения обратной задачи: определение кинетических констант химических реакций. Разработанные на основе твердофазной теории методики применяются для исследования широкого класса веществ. Однако, если существенным становится сложный химизм (например, накопление реагентов для основной реакции), применение твердофазной теории зажигания не эффективно. В частности, большие трудности возникают при интерпретации опытов о влиянии давления и состава окружающей среды на характеристики зажигания. Отчетливо это проявляется при изучении процесса зажигания гетерогенных систем (ГС).

Уже в постановке задачи о зажигании ГС приходится преодолевать существенные затруднения из-за того, что компоненты горения исходно разделены и соединяются лишь в ходе процесса, проходящего в условиях быстрого прогрева. В теоретической задаче много переменных, возможность игнорирования какой-либо из них заранее не ясна. Одним из популярных направлений исследования в этой проблеме является численное моделирование [2—4], но в силу многопараметричности задачи здесь удастся проанализировать лишь небольшое количество вариантов.

В такой ситуации очевидны важность разработок аналитических методов и получение обзримых формул для характеристик зажигания. Ниже предлагается анализ для случая зажигания ГС лучистым потоком. Приближенная аналитическая теория этого процесса изложена в [4]. В ее основе лежит принцип разделения всего процесса на стадии. На первой из них происходит инертный прогрев конденсированного вещества, накопление в ходе поверхностного пиролиза реагентов для химического тепловыделения в газовой фазе. На второй поверхность ГС разогревается за счет адиабатического разгона реакции. Момент смены этих двух стадий принимается за индукционный период  $t_i$ . В [1] не учитывались движение границы ГС в ходе пиролиза и тепловые эффекты на пиролизующей поверхности.

**Модель гетерогенности**

Пусть ГС состоит из пластин и цилиндров, оси которых расположены поперек поверхности топлива. Вещество предполагается двухкомпонентным: горючее и окислитель. Если объемная доля одного из компонентов  $v$ , то компоненты топлива соприкасаются с окружающей средой на площади  $v$  и  $1 - v$  в расчете на единицу площади. Предполагается, что для вещества статистической поверхности это в среднем тоже справедливо.

Исследование модели сильно облегчается, если можно пренебречь диффузией реагентов вдоль поверхности ГС. Для этого исходные компоненты должны быть достаточно мелкодисперсны, так чтобы характерное время перемешивания  $d^2/D$  ( $d$  — толщина пластинки компонента,  $D$  — коэффициент диффузии реагента в газовой среде) было много меньше индукционного периода. Ограничение

$$d \ll \sqrt{Dt_i} \quad (1)$$

может нарушаться при больших потоках тепла на поверхность.

Действительно, возьмем данные экспериментов [5]. При атмосферном давлении в среде азота для потока  $q = 5,75$  кал/(см<sup>2</sup> · с)  $t_i = 1,3$  с, а при  $q = 55,2$  кал/(см<sup>2</sup> · с)  $t_i = 0,065$  с. Взяв  $D = 0,036$  см<sup>2</sup>/с, получим  $\sqrt{Dt_i} = 0,23$  см для малого  $q$  и  $\sqrt{Dt_i} = 0,05$  см для большого  $q$ .

Гораздо менее обременительно условие пренебрежения двумерностью диффузионной задачи из-за кинематического движения поверхности вследствие пиролиза. Расстояние, на которое отойдет слой смешения от поверхности за счет массовой скорости убыли ГС ( $m$ ) за характерное время диффузии  $md^2/(\rho_2 D)$ , должно быть меньше  $d$  (здесь  $\rho_2$  — плотность ГС). Неравенство  $d \ll \rho_2 D/m$  обычно выполняется с большим запасом. Например, для перхлората аммония  $m/\rho_2 = 4,6 \cdot 10^3 \exp(-10^4/T_s)$  (см/с). Для  $q = 5,75$  кал/(см<sup>2</sup> · с) при атмосферном давлении оценки, приводимые ниже, дают температуру воспламенения  $T_s = 755$  К, при этом  $\rho_2 D/m = 44,2$  см. С увеличением  $q$  проверяемое неравенство усиливается.

Под воздействием потоков тепла твердофазные компоненты газифицируются с разной скоростью и поверхность приобретает волнистый характер. Амплитуда неровностей за период индукции составит  $L = \rho_2^{-1} \int_0^{t_i} (m_X - m_Y) dt$ . Здесь  $m_X, m_Y$  — массовые скорости пиролиза X- и Y-компонентов.

Предположим, что скорости пиролиза подчиняются закономерностям

$$m_X = \rho_2 z_X \exp(-E_X/RT_s), \quad m_Y = \rho_2 z_Y \exp(-E_Y/RT_s),$$

где  $z_X, z_Y$  — предэкспоненты;  $E$  — энергия активации;  $R$  — газовая постоянная. Пусть связь между временем  $t$  и  $T_s$  будет такая, как при нагреве инертного вещества:

$$t = \frac{\pi}{4} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_1 c_1 \rho_1}{\lambda_2 c_2 \rho_2}} \right)^2 \frac{\lambda_2 c_2 \rho_2}{q} (T_s - T_H)^2. \quad (2)$$

Здесь  $c$  — удельная теплоемкость;  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $T_H$  — начальная температура топлива; индекс 1 относится к газовой фазе, 2 — к конденсированной. Теперь

$$L = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda_2 c_2 \rho_2}{q} \left( 1 + \sqrt{\frac{\lambda_1 c_1 \rho_1}{\lambda_2 c_2 \rho_2}} \right)^2 \int_{T_H}^{T_{si}} \left( z_X e^{-\frac{E_X}{RT_s}} - z_Y e^{-\frac{E_Y}{RT_s}} \right) (T_s - T_H) dT_s,$$

где  $T_{si}$  — температура воспламенения. Ниже неоднократно возникают интегралы типа

$$I_n(E, T_{si}) = \int_{T_H}^{T_{si}} (T - T_H)^n \exp(-E/RT) dT,$$

асимптотическая оценка которых дает

$$I_n(E, T_{si}) = (T_{si} - T_H)^n \frac{RT_{si}}{E} \exp\left(-\frac{E}{RT_{si}}\right) \left/ \left( 1 + \frac{nRT_{si}^2}{E(T_{si} - T_H)} \right) \right. \quad (3)$$

Теперь можно записать

$$L = \frac{2t_i}{(T_{si} - T_H)} [z_X I_1(E_X, T_{si}) - z_Y I_1(E_Y, T_{si})].$$

Естественно потребовать для сохранения одномерной картины процессов, чтобы  $D \ll d$ , тогда с учетом (1) получаем

$$2 \sqrt{\frac{t_i}{D}} \left\{ z_X \exp\left(-\frac{E_X}{RT_{si}}\right) \left[ 1 + \frac{(T_{si} - T_H) E_X}{RT_{si}^2} \right]^{-1} - z_Y \exp\left(-\frac{E_Y}{RT_{si}}\right) \left[ 1 + \frac{(T_{si} - T_H) E_Y}{RT_{si}^2} \right]^{-1} \right\} \ll 1.$$

Последнее неравенство (отношение длин конвективной и диффузионной зон) выполняется всегда. Например, неравенство  $2\sqrt{t_i/D} m_X / \rho_2 \ll 1$  при подстановке кинетических констант пиролиза перхлората аммония при  $T_s = 755$  К ( $q = 5,75$  кал/(см<sup>2</sup> · с),  $p = 1$  атм) и экспериментального значения  $t_i = 1,3$  с дает в левой части значение 0,03. Следовательно, с большой точностью можно считать поверхность ГС плоской. Во всяком случае, нарушения этого условия не происходят из-за разницы в скоростях пиролиза компонентов.

Подчеркнем еще два обстоятельства, используемые в расчетах.

1) Зажигание происходит у поверхности ГС, поскольку здесь наибольшие температура и концентрации реагентов.

2) Считаем, что значение  $\rho_1^2 D$  не зависит от температуры. Это позволяет путем перехода к массовой координате  $ds = \rho_1 dx$  легко учесть тепловое расширение в газе [1]. Тот же результат получается, если в ходе аналитических преобразований считать  $\rho_1$  константой, а постоянство  $\rho_1^2 D$  учитывать в конечных формулах.

#### Изменение концентраций реагентов на поверхности

Пренебрегая химической реакцией в газовой фазе на первоначальной стадии, используем интегральное соотношение для X-компоненты (для Y все аналогично)

$$\frac{d}{dt} \int_0^\infty X dx = (1 - \nu) m_X / \rho_1, \quad (4)$$

которое отражает очевидный факт, что полное изменение концентрации в газовой фазе происходит за счет поступления с поверхности. Поле концентрации X в (4) должно удовлетворять нулевому начальному условию и условию на поверхности  $x = 0$

$$\left( m_X X - \rho_1 D \frac{\partial X}{\partial x} \right)_0 = (1 - \nu) m_X. \quad (5)$$

Зададимся (по рекомендациям [6]) профилем

$$X(x) = \begin{cases} X_s (1 - x/\delta)^3, & x < \delta, \\ 0, & x \geq \delta, \end{cases} \quad (6)$$

где  $X_s$  — концентрация на поверхности.

Значение длины диффузионной зоны  $\delta$  найдем, подставив (6) в (5):

$$\delta = 3\rho_1 D X_s / (m_X [1 - \nu - X_s]). \quad (7)$$

Уравнение для  $X_s$  получится, если подставить (6) и (7) в (4):

$$\frac{X_s^2}{1 - \nu - X_s} = \frac{4(1 - \nu)}{3\rho_1^2 D} m_X \int_0^\delta m_X d\tau.$$

Точное выражение для  $X_s$  неудобно для работы. Воспользуемся дробно-рациональным приближением точного решения, составленного так, чтобы совпадали разложения в ряд при малых и больших значениях аргумента:

$$X_s = \frac{(1 - \nu) \sigma_X}{1 - \sigma_X}, \quad (8)$$

$$\sigma_X = \frac{2}{\sqrt{3\rho_1^2 D}} \sqrt{m_X \int_0^t m_X d\tau}. \quad (9)$$

Аналогичные формулы можно записать и для  $Y$ :

$$Y_s = \nu \sigma_Y / (1 + \sigma_Y), \quad (10)$$

$$\sigma_Y = \frac{2}{\sqrt{3\rho_1^2 D}} \sqrt{m_Y \int_0^t m_Y d\tau}. \quad (11)$$

Интегралы под радикалами могут быть вычислены после определения закона изменения температуры поверхности  $T_s(t)$ . Максимальная погрешность дробно-рациональных приближений не выше 20%. Это вполне удовлетворительно, тем более, что, как показывают расчеты, обычно  $\sigma_X$  и  $\sigma_Y$  — величины большие и погрешность (8), (10) мала.

#### Динамика температуры поверхности

Исходными для расчета  $T_s$  на стадии инертного прогрева являются уравнения теплопроводности, записанные для обеих фаз:

$$c_i \rho_i \frac{\partial \Theta_i}{\partial t} + c_i m \frac{\partial \Theta_i}{\partial x} = \lambda_i \frac{\partial^2 \Theta_i}{\partial x_i^2}, \quad (12)$$

где  $\Theta_i = T_i - T_n$ ; индексы  $i = 1$  и  $i = 2$  отвечают газовой фазе при  $x > 0$  и конденсированной при  $x < 0$ .

Граничные условия при  $x = 0$ :

$$\begin{aligned} \Theta_1(t) &= \Theta_2(t) = \Theta_s, \\ \lambda_2 \frac{\partial \Theta_2}{\partial x} &= \lambda_1 \frac{\partial \Theta_1}{\partial x} + mH + q. \end{aligned} \quad (13)$$

Тепловой эффект на единицу площади поверхности  $H = (1 - \nu)H_X + \nu H_Y$  достаточно мал, поскольку обычно  $H_X$  и  $H_Y$  тепловые эффекты пиролиза компонентов (окислителя и связки) разных знаков.

Массовая скорость  $m$  в рамках одномерной теории, но с учетом различной скорости пиролиза компонентов величина неопределенная. Можно предположить, что в качестве массовой скорости пиролиза единицы поверхности вещества следует брать максимальное из двух значений  $m_X$  и  $m_Y$ . Основанием к этому служит то обстоятельство, что медленно разлагающийся компонент будет иметь большую площадь контакта с газом, что можно трактовать как подстраивание эффективной скорости пиролиза под быстроразлагающийся компонент. Разумеется, поскольку обе скорости имеют разные энергии активации, то при некоторой температуре поверхности роли компонентов меняются.

Зададимся профилями  $\Theta_i = \Theta_s (1 - x/\delta_i)^2$ , где  $\delta_1 > 0$ ,  $\delta_2 < 0$ , и, выбирая в качестве точки коллокации  $x = 0$ , получим из (12), (13) уравнения, позволяющие оценить размеры тепловых пограничных слоев  $\delta_1$  и  $\delta_2$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\Theta_s}{d\tau} &= \Theta_s \left( \frac{3m}{\rho_1 \delta_1} + \frac{6\kappa_1}{\delta_1^2} \right) = \Theta_s \left( \frac{3m}{\rho_2 \delta_2} + \frac{6\kappa_2}{\delta_2^2} \right), \\ \frac{\lambda_1}{\delta_1} + \frac{\lambda_2}{\delta_2} &= \frac{q + mH}{3\Theta_s} = B(\Theta_s). \end{aligned} \quad (14)$$

После несложных алгебраических преобразований имеем

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \left( 1 + \frac{\lambda_1 m}{2\rho_1 \kappa_1 B} \right)^{-1} \left\{ \frac{\lambda_2 m}{4B\rho_2 \kappa_2} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right) - \left[ \frac{\lambda_2^2 m^2}{16B\rho_2^2 \kappa_1^2} \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \right)^2 + \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \left( 1 + \frac{\lambda_1 m}{2B\rho_1 \kappa_1} - \frac{\lambda_2 m}{2B\rho_2 \kappa_2} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 m^2}{4B\rho_1 \rho_2 \kappa_1 \kappa_2} \right) \right]^{0,5} \right\},$$

$$\delta_2 = -\frac{\lambda_1}{B} \left( 1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{\delta_2}{\delta_1} \right),$$

где  $\kappa_i = \lambda_i / c_i \rho_i$  — коэффициенты теплопроводности. Полученные выражения из-за громоздкости для дальнейшего малоприменимы.

Используем тем, что  $c_1 m / (2B)$  — малый параметр. Например, при подстановке кинетики пиролиза ПХА (при  $T_s = 755$  К,  $p = 1$  атм,  $q = 5,75$  кал/(см<sup>2</sup>·с)) получим  $c_1 m / (2B) = 0,25$ . Разлагая выражение для  $\delta_2 / \delta_1$  в ряд по малым  $c_1 m / (2B)$  с точностью до членов первого порядка, получим

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = -\sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \left[ 1 - \frac{(1 + K_e) \lambda_2 m}{4B\rho_2 \kappa_2} \left( 1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \right) \right],$$

$$\delta_2 = \frac{\lambda_2 (1 + K_e)}{B} \left[ 1 - \frac{K_e c_2 m}{4B} \left( 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} \sqrt{\frac{\kappa_2}{\kappa_1}} \right) \right].$$

Здесь  $K_e = \sqrt{(\lambda_1 c_1 \rho_1) / (\lambda_2 c_2 \rho_2)}$  — отношение тепловых активностей сред. Из формулы для  $\delta_2$  видно, что тепловой слой в конденсированной фазе сжимается тем сильнее, чем больше скорость разложения.

Уравнение (14) для скорости роста температуры поверхности с точностью до линейных по  $m$  членов приобретает вид

$$dt = \frac{3\lambda_2^2 (1 + K_e)^2 \Theta_s}{2\kappa_2 q^2 (1 + mH/q)^2} \left[ 1 + \left( 1 - \frac{c_1}{c_2} \right) \frac{c_2 m}{2B} \right] d\Theta_s.$$

Член  $mH/q$  обычно мал (для ПХА даже при  $q = 5,75$  кал/(см<sup>2</sup>·с) он порядка  $10^{-1}$ ), поэтому им можно пренебречь. Особенно очевидным это становится, если учесть, что чаще всего теплоты разложений компонентов ГС различных знаков. Практически не ухудшая точности вычислений, можно не учитывать стефановского потока и пренебречь членом  $(1 - c_1/c_2) c_2 m/B$ , представляющим произведение двух малых параметров (в типичных случаях  $c_1 \approx c_2$ ). В этих приближениях связь температуры поверхности со временем дает с точностью до несущественного множителя формулу (2).

Таким образом, учет движения границы раздела сред и поверхностного тепловыделения совсем не обязателен для тепловой части задачи, но весьма существен при расчете концентраций реагентов. Подставляя (2) в выражения для  $\sigma_X$  и  $\sigma_Y$  и используя оценки интегралов, получим

$$\sigma_X = \frac{\sqrt{2}(1 + K_e) \lambda_2 T_s \sqrt{R(T_s - T_H)} z_X \exp(-E_X/RT_s)}{q \sqrt{\kappa_2 \rho_1^2 D E_X}}, \quad (15)$$

$$\sigma_Y = \frac{\sqrt{2}(1 + K_e) \lambda_2 T_s \sqrt{R(T_s - T_H)} z_Y \exp(-E_Y/RT_s)}{q \sqrt{\kappa_2 \rho_1^2 D E_Y}}. \quad (16)$$

### Расчет характеристик зажигания

Скорость химического тепловыделения в момент достижения поверхностью температуры  $T_{si}$  имеет вид

$$c_1 \rho_1 \frac{dT_s}{dt} = \rho_1^2 X_s Y_s Q z \exp(-E/RT_s) + \rho_1^2 Y c_0 Q_0 z_0 \exp(-E_0/RT_s). \quad (17)$$

Уравнение (17) составлено с учетом того, что окружающая среда исходно содержит в избытке кислород концентрации  $c_0$ , который вступает в реакцию с продуктами разложения горючего компонента  $Y_s$ . Кроме того, горючее может реагировать еще и с продуктами разложения конденсированного окислителя  $X_s$ . Обе реакции предполагаются идущими суммарно по второму порядку, кинетические и теплоэнергетические параметры реакций считаются заданными.

Согласно адиабатическому методу [1], в момент зажигания химическое тепловыделение уравнивается с инертным теплом нагрева из (2):

$$c_1 \rho_1 \frac{dT_s}{dt} = \frac{2q^2 c_1 \rho_1}{3(1 + K_s)^2 \lambda_2 (T_s - T_H) c_2 \rho_2}. \quad (18)$$

Приравнявая (17) и (18), получим уравнение для  $T_{si}$ , а значения концентраций реагентов даются формулами (8), (9), (15), (16). При известной величине  $T_{si}$  время зажигания определяется из (2).

### Сравнение с экспериментом. Анализ результатов

В [5] описаны эксперименты по зажиганию смесевой гетерогенной системы перхлорат аммония — полимерное горючее радиационным потоком в воздухе или в азоте. Варьировались значения теплового потока  $q$  и давление среды  $p$ ; измерялось время задержки воспламенения.

В рамках изложенной теории влияние давления можно учесть, считая, что  $\rho_1 = \rho_{11} p$  ( $\rho_{11}$  — плотность газа при атмосферном давлении). Следовательно,  $D = \lambda_1 / (c_1 \rho_1) = D_1 / p$  и  $K_s = K_{s1} \sqrt{p}$ ,  $D_1$ ,  $K_{s1}$  — значения параметров при  $p = 1$  атм. Формулы для  $T_{si}$  и  $t_i$  примут вид

$$\begin{aligned} \rho_{11} p X_s(T_{si}, p) Y_s(T_{si}, p) Q_z \exp(-E/RT_{si}) = \\ = 2c_1 \kappa_2 q^2 / [3\lambda_2^2 (T_{si} - T_H) (1 + K_{s1} \sqrt{p})^2], \\ t_i = 3\lambda_2^2 (T_{si} - T_H) (1 + K_{s1} \sqrt{p})^2 / 4\kappa_2 q^2, \end{aligned} \quad (19)$$

$X_s$  и  $Y_s$  подсчитываются по формулам (8), (10), (15), (16) с учетом переменности  $K_s$  и  $D$  от давления.

Таким образом, рост давления, с одной стороны, ускоряет химическую реакцию в газе  $\propto p^2$  и, следовательно, способствует уменьшению  $T_{si}$ . Рост  $p$ , кроме того ослабляет диффузионный отток реагентов от поверхности, тем самым ускоряя их накопление в реакционной зоне и интенсифицируя реакцию. С другой стороны, с ростом давления увеличивается теплоотдача с поверхности, что препятствует нагреву ГС. Это способствует увеличению  $T_{si}$ . Неучет влияния давления на теплоотдачу в расчетах [2] приводит к монотонно падающей зависимости  $t_i(p)$ , в то время как в экспериментах при небольших  $q$  наблюдается рост  $t_i$  с повышением  $p$ .

Приведенные ниже расчетные данные получены при следующих параметрах:  $\nu = 0,41$ ,  $\rho_2 = 1,5$  г/см<sup>3</sup>,  $c_2 = 0,3$  кал/(г·град),  $\lambda_2 = 7,5 \times 10^{-4}$  кал/(см·с·град),  $z_x = 9100$  г/(см<sup>2</sup>·с),  $E_x = 20$  ккал/моль,  $z_y = 0,067$  г/(см<sup>2</sup>·с),  $E_y = 7,16$  ккал/моль,  $c_1 = 0,3$  кал/(г·град),  $\rho_{11} = 5 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>,  $\lambda_1 = 10^{-4}$  кал/(см·с·град),  $Q_z = 36 \cdot 10^{15}$  кал/(г·с),  $E = 40$  ккал/моль,  $T_H = 300$  К.

При атмосферном давлении теоретическая зависимость  $t_i(q)$ , показанная на рис. 1, неплохо согласуется с экспериментами. При сравнении следует иметь в виду, что экспериментальные значения получены по двум методикам. Методика «да — нет» связана с процессами перехода к собственному горению, которые лежат за пределами развиваемой теории. Более корректно сравнение теории с данными методики, фиксирующей появление пламени в газе.

При  $q \geq 30$  кал/(см<sup>2</sup>·с) теоретически вычисленные значения  $t_i$  лежат заметно ниже экспериментальных. Это может быть связано с тем,

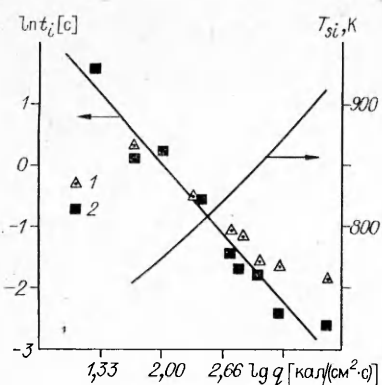


Рис. 1. Расчетные зависимости температуры воспламенения и времени зажигания от интенсивности светового потока при атмосферном давлении. 1 — экспериментальные данные по методу «да — нет»; 2 — по появлению пламени.

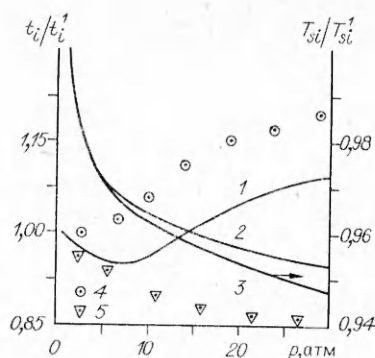


Рис. 2. Расчетные зависимости от давления времени зажигания  $t_i$  (1) и температуры воспламенения  $T_{si}$  (2, 3), отнесенные к значениям при  $p = 1$  атм.  $q$ , кал/(см<sup>2</sup>·с): 2, 4 — 7,44, 3, 5 — 24 (точки — эксперимент).

что при больших потоках реагенты не успевают равномерно перемешиваться на масштабах порядка дисперсности компонентов и зажигание может происходить в отдельных очагах. Соответствующий критерий дается неравенством (1). Теоретически вычисленная чувствительность времени зажигания к времени потока  $d \ln t_i / d \ln q = -1,71$  не меняется с давлением. Рис. 1 содержит также кривую значений температуры поверхности в момент воспламенения  $T_{si}$ , монотонно растущих с увеличением  $q$ .

Рассмотрим изменения  $t_i$  с давлением (рис. 2). По теории, отношение  $t_i$  к значению времени зажигания при атмосферном давлении  $t_i^1$  практически не меняется для различных  $q$  во всем диапазоне  $p$ . Немонотонность  $t_i(p)$  связана с конкуренцией теплоотдачи поверхности и скоростью химического тепловыделения. При малых  $p$  влияние тепловыделения сильнее теплоотдачи, при больших  $p$  превалирует теплоотдача.

В экспериментах [5]  $dt_i/dp > 0$  при  $p > 1$  атм для  $q = 7,44$  кал/(см<sup>2</sup>·с) и дает значения, качественно согласующиеся с восходящей ветвью кривой 1 рис. 2. Для  $q = 24$  кал/(см<sup>2</sup>·с) эксперимент дает  $dt_i/dp < 0$  для всех  $p > 1$  атм, что соответствует теоретическим значениям лишь при  $p \lesssim 6$  атм. Очевидно, что в общем случае зависимость  $t_i(p)$  немонотонна, но ее минимум должен сильно зависеть от  $q$ . В экспериментах [5] он при  $q = 7,44$  кал/(см<sup>2</sup>·с) лежит, вероятно, левее точки  $p = 1$  атм, при  $q = 24$  кал/(см<sup>2</sup>·с) — правее  $p = 40$  атм. В теории положение минимума почти не меняется ( $p \approx 6$  атм). Положение минимума функции  $t_i(p)$  зависит от скорости падения температуры  $T_{si}$  в (19). На рис. 2 показано относительное падение температуры зажигания в зависимости от давления. Хотя в случае  $q = 24$  кал/(см<sup>2</sup>·с) снижение  $T_{si}$  сильнее, чем при  $q = 7,44$  кал/(см<sup>2</sup>·с), если  $p > 6$  атм, но в этой области давлений уже превалирует теплоотдача.

Вероятно, существует фактор, усиливающий зависимость  $t_i(T_{si})$ . Например, если считать  $\lambda_2$  возрастающей функцией температуры в формуле (19), что типично для конденсированных сред, то можно показать расчетами сильное смещение минимума зависимости  $t_i(p)$  вправо. К сожалению, уверенных данных о зависимости  $\lambda_2(T)$  для составляющих ГС при достаточно высоких температурах нет. Другой возможный фактор, влияющий на поведение  $t_i(p)$ , состоит в частичном экранировании подающего потока продуктами разложения ГС. В связи с этим представляют интерес такие не измеряемые в эксперименте, но вычисляемые в теории, величины, как концентрации реагентов в момент воспламенения.



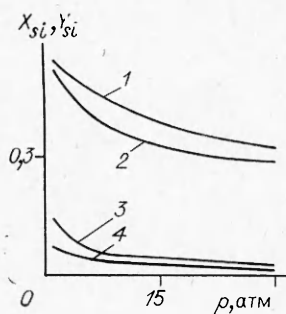


Рис. 3. Расчетные зависимости от давления концентрации окислителя  $X_{si}$  (1, 2) и горючего  $Y_{si}$  (3, 4) на поверхности в момент зажигания.

$q$ , кал/(см<sup>2</sup>·с): 1, 4 — 24, 2, 3 — 7,44.

На рис. 3 изображены кривые  $X_s(T_{si})$  и  $Y_s(T_{si})$  в зависимости от давления. Отметим, что  $X_s$ , вычисленное при  $q = 24$  кал/(см<sup>2</sup>·с), больше, чем при  $q = 7,44$  кал/(см<sup>2</sup>·с), для всех  $p$ . Для  $Y_s$  соотношение обратное. Характерно, что в области малых давлений скорость падения концентрации реагентов с ростом  $p$  тем сильнее, чем меньше  $q$ . При естественном предположении, что рассеяние внешнего радиационного потока тем сильнее, чем больше реагента накоплено в газовой фазе, из анализа рис. 3 можно представить, что эффективный тепловой поток на поверхность ГС тем быстрее падает с ростом давления, чем меньше  $q$ . Это означает, что при малых  $q$  минимум зависимости  $t_i(p)$  в (19) должен сильно сдвинуться влево по сравнению с расчетами, игнорирующими экранирование. Большое значение в связи с этими соображениями имело бы экспериментальное изучение оптических свойств газовой фазы над поверхностью ГС.

Авторы благодарят В. Т. Кузнецова за содействие в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виллюнов В. Н. Теория зажигания конденсированных веществ.— Новосибирск: Наука, 1984.
2. Kumar V. K., Hermance C. E. Comb. Sci. Technol., 1976, 14, 169.
3. Kumar V. K. Ibid., 1983, 30, 273.
4. Кумар М., Уиллс Д. Э., Кулкарни А. К. и др. Аэрокосмическая техника, 1985, 1, 36.
5. Кузнецов В. Т., Марусин В. П., Скорик А. И. ФГВ, 1974, 9, 4, 526.
6. Коздоба Л. А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности.— М.: Наука, 1975.

Поступила в редакцию 4/XI 1986,  
после доработки — 23/II 1987

## ТЕПЛОВОЕ ВОСПЛАМЕНЕНИЕ КОЛЬЦЕВОГО СЛОЯ И ЕГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ

С. А. Бостанджиян  
(Черноголовка)

Воспламенение кольцевого слоя рассматривалось в [1, 2]. В [3] показано существование гидродинамической аналогии между тепловым воспламенением цилиндра и диссипативным пуазейлевским течением в бесконечной круглой трубе инертной жидкости с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры.

В данной работе исследуются критические условия теплового воспламенения кольцевого слоя при произвольном перепаде температур на поверхностях цилиндров, при одной термостатированной и другой теплоизолированной поверхностях, а также устанавливается гидродинамическая аналогия между воспламенением кольцевого слоя и диссипативным течением жидкости с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры между бесконечными вращающимися цилиндрами при фиксированном значении касательного напряжения на поверхности вращающегося цилиндра.

Пусть пространство между двумя бесконечными коаксиальными цилиндрами заполнено реакционноспособной массой, в которой проте-