

К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАБОТЫ  
ЛОГАРИФМИЧЕСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО УМНОЖИТЕЛЯ

Э. В. Баритко

(Москва)

Понятие «логарифмический электронный умножитель», в частности логарифмический фотоэлектронный умножитель (ФЭУ), впервые появилось в [1, 2] в связи с необходимостью регистрации сигналов априорно неизвестной мощности и длительности в широком амплитудно-временном диапазоне. Подобные задачи возникают при лазерной локации атмосферы и океана с целью определения их оптических характеристик, а также при регистрации излучения, сопровождающего некоторые быстропротекающие процессы.

В основе работы логарифмического электронного умножителя лежит явление логарифмического преобразования плотности электронного потока полем собственного пространственного заряда [3]. Сложность указанного явления требует специальных методов исследования.

Физическая постановка задачи сводится к решению нестационарной системы уравнений: Пуассона, непрерывности и движения в трехмерной области, которую представляет коллекторный узел электронного умножителя, с учетом самосогласованности граничных условий и функции распределения электронов по вектору начальной скорости. В результате требуется получить для произвольной функции плотности тока электронов динода от времени соответствующую функцию плотности тока электронов на коллекторе.

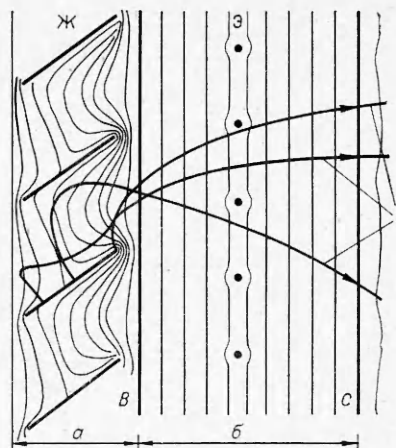
Решение такой задачи в полной постановке из-за ее безусловной математической сложности не представляется возможным. Поэтому был выбран метод математического моделирования данного физического явления и проведены вычислительные эксперименты.

Основная цель проведения вычислительных экспериментов заключалась в получении импульсных параметров явления логарифмирования, а также в уточнении дифференциальной и разностной реализации исходной физической модели путем сравнения расчетных и полученных в результате физического эксперимента характеристик. Ранее теоретически исследовался стационарный режим работы ФЭУ [4], а результаты физических экспериментов получены для импульсного режима [3]. Поэтому, если качественные выводы, и прежде всего принципиальная возможность логарифмического преобразования плотности электронного потока полем собственного пространственного заряда, подтвердились, то количественные характеристики физического процесса совершенно не рассматривались. Для полного понимания необходимости проведения вычислительного эксперимента следует отметить преимущество последнего по сравнению с возможностями физического эксперимента. В настоящее время быстродействие логарифмического ФЭУ оценивается по изменению длительности выходного импульса на заданном по отношению к его максимальной величине уровне при последовательном уменьшении величины входного светового импульса. Существующие источники наносекундных световых импульсов не обладают необходимой степенью стабильности, что приводит к искажению формы и длительности входного сигнала и неадекватности условий проведения измерений. Вычислительный эксперимент лишен указанных недостатков, так как в нем форму и длительность входных импульсов можно задать постоянными.

Однако, поскольку задача в полной постановке не может быть решена, для проведения вычислительного эксперимента необходим ряд физических и математических упрощений.

Реальная физическая область, в которой происходит логарифмическое преобразование плотности электронного потока, — это пролетный промежуток электронного умножителя типа «жалюзи». Его конструкция и эквипотенциальные линии поля [5] представлены на фиг. 1 (ж — динод типа «жалюзи», э — экранирующая сетка, Т — возможные траектории электронов). Область на фиг. 1 состоит из двух подобластей: *a* — со сложным полем между лопастями «жалюзи» и *b* — поля плоского диода. В *a*

происходит процесс образования вторичных и отраженных электронов и формирование потока электронов на следующий диод. Область  $a$  является эмиттером электронов для области  $b$  ( $B$  и  $C$  — границы области  $b$ ). Считаем, что эмиттирующая поверхность совпадает с практически плоской эквипотенциальной поверхностью, например  $B$ . Ограничимся рассмотрением процессов прохождения потока электронов в  $b$ . Электроны, эмиттируемые в  $b$  с поверхности  $B$ , обладают некоторым распределением по вектору скорости  $f(v)$ . Это распределение есть результат преобразования начального распределения вторичных и отраженных электронов в электрическом поле между лопастями жалюзи в области  $a$ . Общего аналитического вида распределения вторичных и отраженных электронов по вектору начальной скорости до сих пор нет. Однако анализ многочисленных экспериментальных исследований [6] показал присутствие в распределении экспоненциального множителя типа  $\exp(-v^2/w)$ . По мере прохождения электронов между лопастями «жалюзи» экспоненциальный характер распределения сохраняется как в ускоряющем, так и в тормозящем поле [7]. В то же время угловое распределение в силу электронно-оптических характеристик диодной системы [5] вытягивается вдоль нормали к плоскости  $B$ .



Фиг. 1

Таким образом, решается задача о прохождении изменяющегося во времени потока электронов в плоском диоде в предположении, что электроны, покидающие эмиттер  $B$ , имеют экспоненциальное распределение по нормальной к  $B$  составляющей скорости.

Рассмотрим систему уравнений

$$(1) \Delta U(x, t) = -4\pi\rho(x, t), m\partial v/\partial t + e\partial U/\partial x = 0, \quad \partial\rho(x, t)/\partial t + \text{div } j = 0$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$U(0, 0) = 0, \quad U(x_c, 0) = \varphi_c, \quad f(0, 0, v) = (mv^2/2w)\exp(-mv^2/2w), \quad j(0, t) = F(t); \quad \rho(x, 0) = 0,$$

где эмиттер  $B$  помещен в начале оси  $x$  и имеет потенциал, равный 0;  $x_c$ ,  $\varphi_c$  — координата и потенциал коллектора;  $f(0, 0, v)$  — функция распределения электронов по скорости на эмиттере при  $t = 0$ ;  $F(t)$  — форма входного сигнала;  $\rho(x, 0)$  — плотность пространственного заряда при  $t = 0$ . Задача, описываемая системой уравнений (1), является нестационарной и самосогласованной, так как процесс прохождения потока электронов развивается во времени и наведенные на электродах потенциалы могут изменять граничные условия.

Для решения системы уравнений (1) воспользуемся методом крупных частиц (МКЧ), подробно описанным в [8] для нестационарных задач аэро- и гидродинамики и некоторых прикладных задач. МКЧ модифицируем применительно к нашей модели. Основное внимание уделим временным аспектам процессов формирования и рассасывания пространственного заряда при прохождении импульсных электронных потоков.

Построим дискретную модель задачи (1). Для этого введем систему координат  $(x, v)$ , где  $x$  — пространственная координата, а  $v$  — скорость электронов. Рассмотрим эйлерову сетку с шагом  $\Delta x$  по  $x$  и  $\Delta v$  по  $v$ . Каждая ячейка сетки задается двумя индексами  $(i, k)$ , а узел сетки —  $(i \pm 1/2, k \pm 1/2)$ , где  $i = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, \dots, M$ . Запишем систему разностных уравнений для МКЧ

$$\begin{aligned}
(2) \quad & \frac{U_{i+1}^n - 2U_i^n + U_{i-1}^n}{\Delta x^2} = -4\pi e \sum_{k=1}^M f(x_i, t^n, v_k) \Delta v, \\
& \dots, \quad i = 1, \dots, N, \\
& \frac{v_k^{n+1} - v_k^n}{\Delta t} + \frac{e}{m} \frac{U_{i+\frac{1}{2}}^n - U_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} = 0, \\
& \dots, \quad k = 1, \dots, M, \\
& \frac{e}{\Delta t} \left( \sum_{k=1}^M f(x_i, t^{n+1}, v_k) \Delta v - \sum_{k=1}^M f(x_i, t^n, v_k) \Delta v \right) + \frac{\Delta M_{i+\frac{1}{2}}^n - \Delta M_{i-\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} = 0, \\
& \dots, \quad i = 1, \dots, N,
\end{aligned}$$

где  $\Delta t$  — шаг по времени  $t$ ;  $f(x_i, t^n, v_k)$  — дискретное представление функции распределения для ячейки  $(i, k)$  к моменту времени  $t^n$ ;  $\Delta M_{i+\frac{1}{2}}^n = \rho_{i+\frac{1}{2}}^n v_{i+\frac{1}{2}}^n$  определяет перенос заряда и массы через границу эйлеровой сетки.

Таким образом, КЧ соответствует слою  $\Delta x$  и содержит  $M$  групп электронов со скоростью  $v_k$ ,  $k = 1, \dots, M$ .

Предположим, что каждая КЧ представлена не слоем  $\Delta x$ , а бесконечно тонкой плоскостью, обладающей зарядом  $q_k$ ; массой  $m_k$  и скоростью  $v_k$ , при этом отношение  $q_k/m_k$  равно отношению  $e/m$  для электрона, т. е. считаем, что электроны со скоростью  $v_k$  в слое  $\Delta x$  сосредоточены в одной плоскости — в плоскости КЧ. Тогда поток электронов в плоском диоде будет представлен совокупностью подвижных заряженных плоскостей КЧ. Для такого потока в каждый момент времени  $t^n$  при некоторых условиях возможно получить распределение потенциала в аналитическом виде и тем самым, минуя эйлеровский этап расчета, перейти к расчету характеристик поля в подвижных лагранжевых координатах, связанных с КЧ. Распределение потенциала внутри диода будет зависеть от распределения плотности заряда по КЧ. Для распределения плотности заряда по КЧ в виде осесимметричной функции Гаусса  $\sigma(r) = \sigma_0 \exp(-r^2/b^2)$  потенциал поля вблизи оси  $x$  плоского осесимметричного диода в любой плоскости с координатой  $x$  равен

$$(3) \quad U^n(x) = 2\pi b \sum_{l=1}^L \sigma_{0l} \exp \left[ \frac{(x - x_l^n)^2}{b^2} \right] \left( \frac{V\pi}{2} \int_0^{(x-x_l)/b} -e^{-z^2} dz \right),$$

где  $x_l^n$  — координата  $l$ -й КЧ в момент времени  $t^n$ ;  $\sigma_{0l}$  — плотность заряда в центре  $l$ -й КЧ на оси  $x$ ;  $L$  — число всех КЧ, находящихся внутри плоского диода к моменту времени  $t^n$ .

Поскольку учитывается составляющая скорости электронов в направлении оси  $x$ , то параксиальное представление поля (3) не противоречит первоначальным предположениям.

Расчет переноса заряда и массы внутри диода связан с дискретным заданием функции плотности тока на эмиттере  $j(0, t) \simeq F(t)$ ;  $j(0, t)$  удобно представить кусочно-постоянной функцией  $F(t)$  с шагом  $\delta t$  и числом шагов  $N_1$ . Заряд  $Q_{\delta t}$ , вносимый электронами с эмиттера за время  $\delta t$ , равен

$$Q_{\delta t} = \sum_{k=1}^{M_1} q_k, \quad \text{т. е. суммарному заряду всех КЧ, покинувших эмиттер за}$$

время  $\delta t$ , а масса — суммарной массе  $M_{\delta t} = \sum_{k=1}^{M_1} m_k$ . Величины  $q_k$  и  $m_k$  определяются дискретным представлением функции распределения. В расчетах распределение электронов по скорости задавалось кусочно-посто-

янной функцией с шагом  $\delta v$  и числом шагов  $M_1$  в интервале начальных энергий электронов 0—50 эВ.

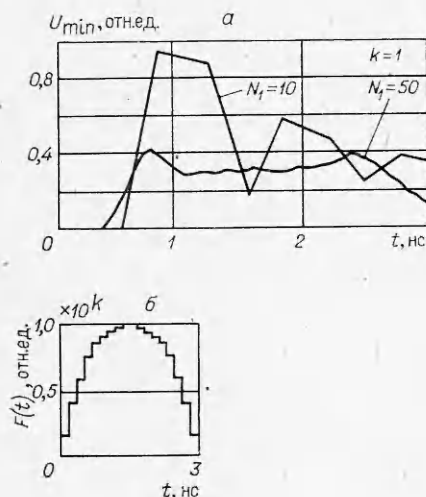
В такой схеме законы сохранения не требуют дополнительного контроля, так как конфигурация КЧ сохраняется при переходе от временного слоя  $t^n$  к  $t^{n+1}$ .

Самосогласованность задачи (1) проявляется в изменении граничных условий под действием наведенных зарядов на катоде и аноде по мере прохождения потока электронов. Учет изменяющихся граничных условий осуществляется дополнительным к выражению (3) членом  $\varphi(x, t^n)$ , представляющим решение уравнения Лапласа  $\Delta\varphi = 0$  в плоском диоде при следующих граничных условиях:

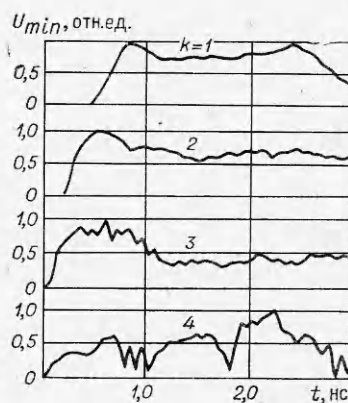
$$\varphi(0, t^n) = \varphi(0, 0) + U(0, t^n), \quad \varphi(x_c, t^n) = \varphi(x_c, 0) + U(x_c, t^n).$$

В результате схема решения системы (2) модифицируется. Система сеточных уравнений для потенциала заменяется выражением (3) с дополнительным членом  $\varphi(x, t^n)$ , учитывающим самосогласованность задачи. При интегрировании уравнений движения сначала рассчитываются промежуточные величины  $\tilde{v}_k^n$ ,  $\tilde{x}_k^n$  и  $\tilde{U}^n(x)$ , а затем с учетом поправок осуществляется переход к  $v_k^{n+1}$ ,  $x_k^{n+1}$  и  $U^{n+1}(x)$ , т. е. к временному слою  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ . Система сеточных уравнений непрерывности необходима для исследований поведения функции распределения электронов в процессе прохождения потока, задания функции входного и получения функции выходного сигнала. Поскольку динамика функции распределения электронов по скорости или энергии в поле пространственного заряда в данной работе не исследуется, ограничимся рассмотрением системы уравнений непрерывности вблизи координат  $0$  и  $x_c$ , т. е. для задания  $F(t)$  и получения дискретного представления  $F_1(t)$  выходного сигнала.

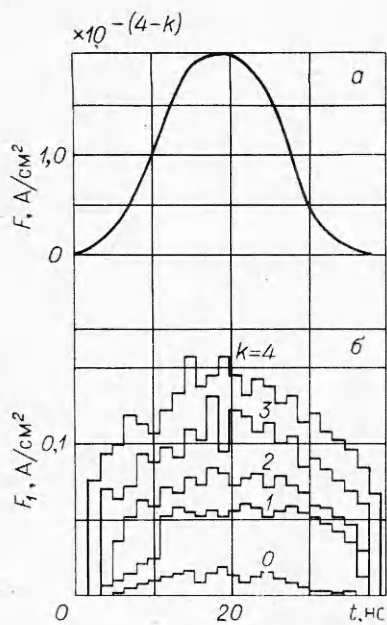
Устойчивость вычислительной схемы проверялась в процессе проведения численных экспериментов. Для этого контролировалось поведение функции потенциального барьера  $U(x_{\min}, t)$  и выделялись физически нереальные колебания  $U(x_{\min}, t)$ . На фиг. 2, а приведены два вида поведения функции  $U(x_{\min}, t)$  для сигнала, форма которого показана на фиг. 2, б. При  $N_1 = 50$  схема становится устойчивой. Однако вопрос об устойчивости схемы осложняется необходимостью моделировать прохождение сигналов со значительно (в диапазоне 3—5 порядков) изменяющейся амплитудой. На фиг. 3 показаны функции  $U(x_{\min}, t)$  для сигнала фиг. 2, б,  $k = 1, 2, 3, 4$ ,  $N_1 = 50$  и  $M_1 = 6$ . При  $k \geq 4$  схема становится неустойчивой и требует увеличить параметр  $N_1$ . В этом случае при расчетах на



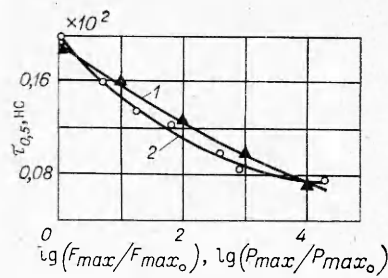
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ЭВМ средней мощности время расчетов может оказаться неоправданно большим.

Для проверки достоверности разработанной математической модели проведено сравнение результатов вычислительного и физического экспериментов. Численный эксперимент проводился на ЭВМ БЭСМ-6. Моделировалось прохождение сигнала  $F(t)$  (фиг. 4, а) при параметрах дискретизации  $N_1 = 600$  и  $M_1 = 10$ . На фиг. 4, б показаны соответствующие дискретные функции выходного сигнала  $F_1(t)$ .

При указанных параметрах дискретизации вычислительный процесс устойчив. По функциям  $F_1(t)$  построена зависимость полуширины  $\tau_{0,5}$  выходного сигнала от максимальной величины входного сигнала  $F_{\max}$  (фиг. 5 (кривая 1)). Аналогичная зависимость (фиг. 5 (кривая 2)) была получена при физическом эксперименте [9], когда короткими импульсами лазерного излучения облучали ФЭУ-97. Мощность излучения  $P$  изменялась нейтральными светофильтрами в диапазоне  $10^5$ . Выходные сигналы с ФЭУ регистрировались на скоростном осциллографе. Как следует из фиг. 5, наблюдается удовлетворительное совпадение результатов.

Разработанная модификация метода крупных частиц адекватно описывает динамические явления прохождения потоков электронов в электронных умножителях. При этом учитываются нелинейные эффекты взаимодействия потоков и их влияние на характеристики приборов. С помощью метода КЧ возможно также исследовать ряд физических особенностей процесса прохождения плотных потоков частиц с учетом явления пространственного заряда, а именно: динамику функции распределения потенциала между диодами; динамику формирования выходного сигнала на коллекторе умножителя.

Разработанная модификация метода КЧ может быть использована при конструировании специальных видов электронных умножителей с нелинейной градуировочной характеристикой, реализуемой с помощью явления пространственного заряда.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кацнельсон Л. Б., Коган Ф. И., Лагутин В. И. Способ получения логарифмической зависимости выходного сигнала фотоумножителя от интенсивности светового потока.— БИ, 1966, № 9.
2. Ahrenkiel R. Wide-bandwidth logarithmic amplifier for analyzing decay kinetics.— Rev. Scient. Instrum., 1969, vol. 40, N 1.
3. Макаров Ю. А. Способ преобразования нестационарных электронных потоков.— БИ, 1970, № 33.
4. Бачериков В. В., Макаров Ю. А. и др. К вопросу об одном способе преобразования электронных потоков.— ЖТФ, 1972, т. 12, вып. 6.
5. Вильдгрубе Г. С., Даниленко Н. К. и др. Эффективность жалюзийных систем умножения.— Электрон. техника. Сер. 4. Электронно-лучевые и фотоэлектронные приборы, 1968, вып. 1.

6. Бронштейн И. М., Фрайман Б. С. Вторичная электронная эмиссия. М.: Наука, 1969.
7. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток. М.: Наука, 1971.
8. Белоцерковский О. М., Давыдов Ю. М. Метод крупных частиц в газовой динамике. М.: Наука, 1982.
9. Баритко Э. В., Кагайн В. Э. и др. О быстродействии ФЭУ с логарифмической градуировочной характеристикой, работающих в режиме пространственного заряда.— В кн.: Фотометрия и ее метрологическое обеспечение. 3-я Всесоюз. науч.-техн. конф. Тез. докл. М., 1979.

Поступила 27/IX 1983 г.

УДК 621.928.8

## ИНДУКЦИОННОЕ УСКОРЕНИЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОЙ ЧАСТИЦЫ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

В. М. Коровин

(Москва)

В связи с проблемой МГД-сепарации во многих работах (см., например, библиографию в [1]) исследовались особенности движения частицы в электропроводной жидкости при наличии постоянных скрещенных электрического и магнитного полей. Практический интерес представляет также сепарация электропроводных частиц, содержащихся в диэлектрической жидкости, осуществляемая с помощью переменного магнитного поля [2]. В данной работе найдена пондеромоторная сила, действующая на сферическую проводящую частицу вблизи прямолинейного проводника, по которому протекает ток разряда батареи конденсаторов, и изучено движение частицы в вязкой жидкости под действием этой силы.

Вычислим иондеромоторную силу, действующую на проводящий шар радиуса  $a$ , находящийся на расстоянии  $l \gg a$  от оси прямолинейного цилиндрического проводника, по которому в момент времени  $t > 0$  начинает протекать разрядный ток  $Ie^{-\alpha t} \sin \omega t$  предварительно заряженной до разности потенциалов  $V$  конденсаторной батареи емкости  $C$ , включенной в цепь последовательно с индуктивностью  $L$ . Предполагается, что омическое сопротивление цепи разряда  $R \ll \sqrt{2L/C}$ , вследствие чего  $\alpha \ll \omega$ .

Введем связанную с центром шара декартову систему координат  $Oxyz$ , у которой ось  $Oy$  антипараллельна направлению тока в течение первого полупериода, а ось  $Oz$  направлена по касательной к окружности, образующейся при пересечении осевой проводнику цилиндрической поверхности, проходящей через точку  $O$ , и плоскости, перпендикулярной оси  $Oy$  (фиг. 1).

В отсутствие шара магнитное поле вне проводника в комплексной записи представляется следующим образом:

$$(1) \quad \mathbf{H}_e = [H_x e^{(i\omega - \alpha)t}, 0, H_z e^{(i\omega - \alpha)t}], \quad i = \sqrt{-1},$$

$$H_x = \frac{iI}{2\pi} \frac{z}{(x+l)^2 + z^2}, \quad H_z = -\frac{iI}{2\pi} \frac{x+l}{(x+l)^2 + z^2}, \quad I = \frac{V}{\omega L}.$$

Перейдем к сферической системе координат  $r, \vartheta, \varphi$  с центром  $O$ , в которой полярный угол  $\vartheta$  отсчитывается от направления оси  $Oz$ , а азимутальный угол  $\varphi$  — от плоскости  $y = 0$ . В этой системе координат первые два члена разложения поля (1) по степеням отношения  $r/l \ll 1$  имеют вид

$$(2) \quad \mathbf{H}_e = (\mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2) e^{(i\omega - \alpha)t}, \quad \mathbf{H}_1 = [-H_0 \cos \vartheta, H_0 \sin \vartheta, 0], \quad H_0 = \frac{iI}{2\pi l},$$

$$\mathbf{H}_2 = \left[ H_0 \frac{r}{l} \sin 2\vartheta \cos \varphi, H_0 \frac{r}{l} \cos 2\vartheta \cos \varphi, -H_0 \frac{r}{l} \cos \vartheta \sin \varphi \right].$$

Видно, что слагаемое  $\mathbf{H}_1$  описывает однородное поле, параллельное оси  $Oz$ .