

## О ДВИЖЕНИИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

В. П. Коробейников, С. П. Ломнев

(Москва)

При распространении магнитогидродинамических ударных волн в плазме возникает индукционное электрическое поле (см., например, [1]), способное ускорять или замедлять заряженные частицы. Процессы взаимодействия движущихся заряженных частиц с магнитными полями и фронтами магнитогидродинамических ударных волн могут встречаться в таких космических явлениях, как хромосферные вспышки на Солнце, вспышки новых и сверхновых звезд, при прохождении быстрых частицами фронтов ударных волн в межпланетном и космическом пространствах.

Такого рода взаимодействия могут иметь место также в различных опытах, связанных с электрическими разрядами и распространением сильных ударных волн в электропроводном газе при наличии электромагнитных полей.

Вопросы движения частиц при прохождении фронта магнитогидродинамической волны исследовались в работах [2-6].

Ниже рассматриваются некоторые частные случаи следующей задачи.

Пусть по газу распространяется магнитогидродинамическая ударная волна, которая переводит газ из состояния 1 в состояние 2. Для определенности считаем, что перед ударной волной газ покоится и все параметры среды известны. За фронтом ударной волны имеется некоторое течение газа в общем случае с переменными значениями скорости, плотности, давления и магнитного поля. В момент времени  $t = t_0$  фронт ударной волны проходит заряженная частица, обладающая достаточно высокой энергией. Требуется определить дальнейшее движение этой частицы и выяснить возможности ее ускорения индуцированными электрическими и магнитными полями.

Рассмотрим следующие частные случаи распространения ударных волн в совершенном газе.

(1) Движение плоской ударной волны с постоянной скоростью  $D$ .

(2) Движение сферической ударной волны, образованной при сильном точечном взрыве в бесконечно-проводящем газе с начальным полем  $H_1$ .

Пусть при движении плоской ударной волны начальное магнитное поле имеет компоненту  $H_{z1}$ , параллельную фронту волны. Тогда для случая бесконечной проводимости среды имеют место соотношения [1]

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \xi, \quad \frac{H_{z2}}{H_{z1}} = \xi, \quad u_2 = D \frac{\xi - 1}{\xi}, \quad D = a_1 \sqrt{\bar{V} \bar{h}}$$

$$h = \frac{\xi [(2 - \gamma)\xi + \gamma] b^2 + 2\xi}{(\gamma + 1) - (\gamma - 1)\xi}, \quad h^2 = \frac{H_z^2}{4\pi\gamma p_1}, \quad a_1^2 = \frac{\gamma p_1}{\rho_1} \quad (1)$$

где  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $\gamma$  — отношение удельных теплоемкостей,  $u$  — скорость газа.

Для сильной ударной волны  $D \gg a_1$  из соотношений (1) имеем

$$\xi = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}, \quad u_2 = \frac{2}{\gamma + 1} D, \quad H_{z2} = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} H_{z1} \quad (2)$$

Для случая слабых магнитных полей ( $\rho_2 u_2 \gg H_{z1}^2 / 8\pi$ ) можно рассмотреть и случай конечной проводимости газа.

При распространении взрывной волны в слабом магнитном поле [7, 8] для его компонент в сферической системе координат  $r, \theta, \varphi$  можно получить зависимости

$$H_r = H_{r1} w^{-2}, \quad H_\theta = H_{\theta1} \frac{\rho}{\rho_1} w, \quad H_\varphi = H_{\varphi1} \frac{\rho}{\rho_1} w$$

$$w^3 = \frac{p}{p_2} \left( \frac{\rho}{\rho_2} \right)^{-\gamma} \left( \frac{r}{r_2} \right)^3, \quad \frac{u}{u_2} = f \left( \frac{r}{r_2} \right) \quad (3)$$

Здесь  $r_2$  — координата фронта ударной волны,  $u$  — радиальная скорость газа, зависимости  $p/p_2, \rho/\rho_2, \rho/\rho_1, u/u_2$  от  $r/r_2$ , а также  $r_2(t)$  известны из аналитического решения задачи о сильном точечном взрыве [9].

В частном случае постоянного начального магнитного поля  $H_{z1}$  и переменной начальной плотности  $\rho_1 = Ar^\omega$  ( $A = \text{const}, \omega = (7 - \gamma) / (\gamma + 1)$ ), используя результаты, полученные Е. В. Рязоновым [8], для компонент магнитного поля, получим

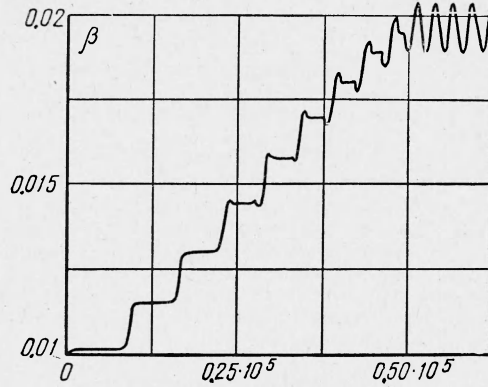
$$H_r = H_{z1} \left( \frac{r}{r_2} \right)^{4(\gamma-1)} \cos \theta, \quad H_\theta = - \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} H_{z1} \left( \frac{r}{r_2} \right)^{4(\gamma-1)} \sin \theta$$

При этом зависимость скорости от  $r$  и  $t$ , а также выражение для координаты фронта имеют вид

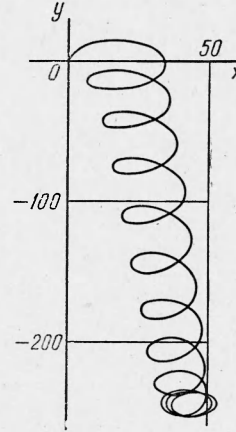
$$u = \frac{2}{\gamma + 1} \delta \frac{r}{t}, \quad r_2 = \left( \frac{\varepsilon_0}{\kappa A} \right)^{1/2} t^\delta \quad (4)$$

Здесь  $\kappa(\gamma)$  — известная постоянная,  $\varepsilon_0$  — энергия взрыва,  $\delta = 2 / (5 - \omega)$ . Значение  $t = 0$  соответствует начальному моменту взрыва.

Считаем характерное время движения заряженной частицы и ее энергию такими, что при расчете траектории можно пренебречь эффектами ее столкновений с частицами среды.



Фиг. 1



Фиг. 2

Уравнение движения заряженной релятивистской частицы будут иметь вид

$$\frac{d}{dt} \frac{\mathbf{v}}{(1 - \beta^2)^{1/2}} = \frac{q}{m_0} \left\{ \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{vH}] \right\} \quad \left( \beta = \frac{v}{c} \right) \quad (5)$$

где  $m_0$  — масса покоя частицы,  $q$  — заряд,  $c$  — скорость света,  $\mathbf{E}$  — электрическое поле,  $\mathbf{v}$  — скорость частицы.

Для модуля скорости  $v$  имеет место уравнение

$$\frac{dv}{dt} = \frac{q}{m_0} (1 - \beta^2)^{3/2} \frac{(\mathbf{E}\mathbf{v})}{v} \quad (6)$$

При движении бесконечно проводящей среды за фронтом ударной волны будет электрическое поле, определяемое формулой

$$\mathbf{E} = - \frac{1}{c} [\mathbf{uH}] \quad (7)$$

где  $\mathbf{u}$  — вектор скорости движущейся среды.

В случае конечной проводимости индуцированное электрическое поле может быть определено при помощи закона Ома для движущейся среды.

Таким образом, задача об определении закона движения частицы при известных  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{H}$  и заданной ее начальной скорости и начального положения сводится к задаче Коши для системы уравнений (5).

Решения рассматриваемых задач о движении частиц зависят от ряда параметров и начальных данных и могут быть получены численно [10].

Рассмотрим пересечение частицей фронта плоской магнитогидродинамической волны при идеальной проводимости среды. Качественное рассмотрение этой задачи и приближенные количественные оценки были даны в работах [2, 3].

Из уравнений (5), (6) имеем в декартовой системе координат (плоскость  $yz$  параллельна плоскости волны)

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= \frac{qH}{m_0 c} (1 - \beta^2)^{1/2} \left[ v_y - \frac{1}{c^2} u_x v_x v_y \right], & \frac{dv_y}{dt} &= \frac{qH}{m_0 c} (1 - \beta^2)^{1/2} \left[ u_x - v_x - \frac{u_x v_y^2}{c^2} \right] \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{qH}{m_0 c} (1 - \beta^2)^{3/2} u_x \frac{v_y}{v}, & \frac{dx}{dt} &= v_x, & \frac{dy}{dt} &= v_y \end{aligned} \quad (8)$$

В уравнениях (8) следует принять

$$H = H_{z2}, \quad u_x = u_2 \quad \text{при } x < Dt; \quad H = H_{z1}, \quad u_x = 0 \quad \text{при } x > Dt$$

В начальный момент времени  $t = 0$  считаем

$$x = 0, \quad y = 0, \quad v_x = v_0 \cos \alpha, \quad v_y = v_0 \sin \alpha.$$

где  $\alpha$  — угол «влета» частицы. Точность расчета может контролироваться по выполнению соотношения

$$\beta^2 = \beta_*^2 \quad \left( \beta_*^2 = \left( \frac{v_x}{c} \right)^2 + \left( \frac{v_y}{c} \right)^2 \right)$$

и интеграла системы (8)

$$\frac{c^3 m_0}{q H} [(1 - \beta^2)^{-1/2} - (1 - \beta_k^2)^{-1/2}] = -u_x (y - y_k)$$

где  $y_k, \beta_k$  ( $k = 0, 1, \dots, n$ ) — координата и скорость в момент влета частицы в зону ударной волны.

На фиг. 1, 2 приведены зависимости  $\beta(ct)$  и  $y(x)$  при движении электрона для случая  $\beta_0 = 0.01, H_{z1} = -1 \text{ гс}, v_{x0} = 0, D = 0.001 \text{ с}$  (сильная волна)<sup>1</sup>. Зависимость конечной величины  $\beta$  от  $\alpha$  дана на фиг. 3.

Расчеты показывают, как было отмечено в [2, 3], что частица набирает энергию при пересечении фронта волны, пока она не уйдет полностью в зону движения газа, где будет двигаться в среднем с постоянной кинетической энергией.

Для решения задачи о движении частицы в полях за фронтом взрывной волны целесообразно использовать сферические координаты с началом координат в центре взрыва. Тогда уравнение (5) дает систему

$$\begin{aligned} r'' &= \frac{v_\varphi^2 + v_\theta^2}{r} + \frac{q}{m_0} (1 - \beta^2)^{1/2} \left[ E_r' - \frac{r'}{c^2} (Ev) \right] \\ \varphi'' &= \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{q}{m_0} (1 - \beta^2)^{1/2} \left[ E_\varphi' - \frac{v_\varphi}{c^2} (Ev) \right] - 2\varphi' (r' \sin \theta + v_\theta \cos \theta) \right\} \\ \theta'' &= \frac{1}{r} \left\{ \frac{q}{m_0} (1 - \beta^2)^{1/2} \left[ E_\theta' - \frac{v_\theta}{c^2} (Ev) \right] + v_\varphi \varphi' \cos \theta - 2\theta r' \right\} \\ E' &= E + c^{-1} (\mathbf{v} \times \mathbf{H}) \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь  $v_r, v_\theta, v_\varphi$  — компоненты скорости частицы  $\mathbf{v}$ , точка обозначает производную по  $t$ .

Пусть  $H_\varphi = 0, H_1 = \text{const}$ . Так как  $u_\varphi = u_\theta = 0$ , то в этом случае имеем

$$E_r = E_\theta = 0, \quad E_\varphi = -(u/c) H_\theta$$

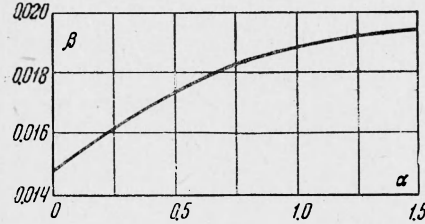
и система (9) упрощается. Из уравнения (6) для рассматриваемого случая найдем

$$v' = -\frac{q}{m_0 c} (1 - \beta^2)^{3/2} u H_\theta \frac{v_\varphi}{v} \quad (10)$$

Из уравнения (10) следует, что при  $H_\theta < 0$  частица будет ускоряться, если знаки  $q$  и  $v_\varphi$  обратны.

Система (9) интегрировалась численно на ЭВМ для ряда значений  $\beta_0, H_1, \varepsilon_0, t_0$ . Контроль точности осуществлялся по (10). Результат расчета для случая  $\gamma = 5/3, \omega = 2, \theta = 1/2\pi, ct_0 = 3.5 \cdot 10^5, r_0 = 2.5 \cdot 10^4 \text{ см}, H_1 = 0.004 \text{ гс}, \beta_0 = 0.1$  (электрон при небольших  $t/t_0$ ) представлен на фиг. 4.

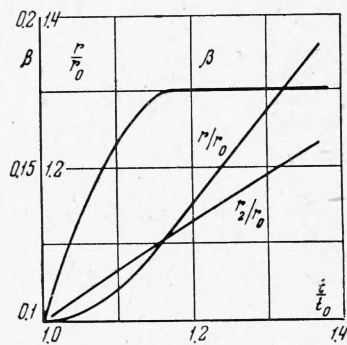
<sup>1</sup> Из фиг. 1 видно, что частица с начальной величиной  $\beta = 0.01$  при полном прохождении волны имеет значение  $\beta \approx 0.02$ . Если вычислить начальные и конечные значения адиабатического инварианта  $\mu$ , то с учетом изменения магнитного поля его окончательная величина не меняется при полном прохождении ударной волны. На этот факт обратил наше внимание В. П. Шабанский. Он сообщил также, что постоянство адиабатического инварианта при полном прохождении частицей ударных волн любой интенсивности может быть доказано аналитически.



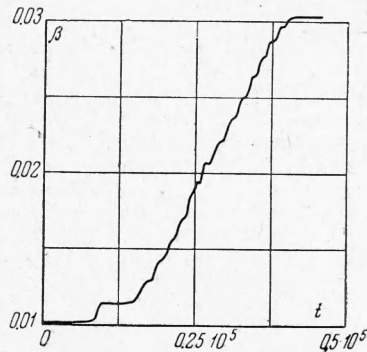
Фиг. 3

Картина движения частицы следующая. До взрыва частица вращается вокруг некоторой силовой линии. На фронте ударной волны  $\beta$  частица несколько возрастает, и затем частица либо уходит из зоны взрыва с увеличенной в 1.5—2.5 раза энергией, либо остается внутри возмущенной области и, попадая в область слабых полей в окрестности взрыва, движется там, почти не изменяя энергии. Заметим, что для некоторых случаев  $\epsilon_0$ ,  $H_1$ ,  $\beta_0$  может произойти не ускорение, а замедление частицы.

Проведенные расчеты показали, что при однократном взаимодействии с ударной волной значительного ускорения частиц при рассмотренной конфигурации поля и сферической ударной волны не произойдет. Здесь следует отметить также, что в ряде случаев, когда чередуются ускорительные и замедлительные процессы, время ускорения частицы было сравнимо со временем ее свободного пробега, и поэтому



Фиг. 4



Фиг. 5

на стадии ее замедления она может уже сильно отклониться от траектории и выйти из волны.

Рассматривался также вопрос о движении частиц при взаимодействии со встречными ударными волнами. Результаты расчетов показывают, что при столкновении плоских сильных ударных волн частица может ускориться более чем в три раза.

На фиг. 5 дано изменение  $\beta$  для электрона при столкновении ударных волн одинаковой интенсивности и  $\beta_0 = 0.01$ ,  $D = 0.001$  с,  $H_1 = 1$  гс,  $v_{x0} = 0$ .

Заметим, что начальное и конечное значения адиабатического инварианта частицы в этом случае также остаются примерно одинаковыми.

Поступила 23.VII.1964

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. Физматгиз, 1962.
2. Дорман Л. И., Фрейдман Г. И. О возможности ускорения заряженных частиц, ударными волнами в намагниченной плазме. Сб. «Вопросы магнитной гидродинамики и динамики плазмы». Рига, Изд. Латв. АН, 1959.
3. Шабанский В. П. Ускорение частиц при прохождении фронта ударной гидромагнитной волны. Ж. эксперим. и теор. физ., 1961, т. 41, вып. 4(10).
4. Parker E. N. Origin and dynamic of Cosmic rays. Phys. Rev., 1958, vol. 109, 2-nd ser., p. 1328.
5. Каплан С. А., Пикельнер С. Б. Межзвездная среда. Физматгиз, 1964.
6. Wentzel D. C. Fermi acceleration of charged particles. Astrophys. J., 1963, vol. 137, No. 1.
7. Коробейников В. П., Карликов В. П. О взаимодействии сильных взрывных волн с электромагнитным полем. Докл. АН СССР, 1960, т. 133, № 4.
8. Коробейников В. П., Рязанов Е. В. О распространении магнитогиродинамических ударных волн, возникающих при взрывах. Сб. «Вопросы магнитной гидродинамики», IV, Рига, Изд. Латв. АН, 1964.
9. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике, 4-е изд. Гостехиздат, 1957.
10. Ломнев С. П. Методы расчета линейных ускорителей. Изд. ВЦ АН СССР, 1962.