

ЛИТЕРАТУРА

1. Roth W., Rich S. R. A New Method for Continuous Viscosity Measurement. General Theory of the Ultra — Viscoson. Journal of Applied Physics, 1953, 24, 7, 940—950.
2. Woodward J. G. Vibrating — Plate Viscometer. Electronics, 1952, 25, 2, 98—100.
3. Иванов П. А. и Крутоголов В. Д. Приборы непрерывного измерения вязкости. Изв. вузов. Приборостроение, 1958, № 2, стр. 69—72.
4. Росин Г. С. Вибрационный метод измерения абсолютной вязкости. Заводская лаборатория, 1960, 26, 6, 723.
5. Лесков Г. И. и Шевченко Г. Д. Электрический вибрационный вискозиметр. Заводская лаборатория, 1956, 22, 4, 492—496.

**ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ДИСКОВ В СТАДИИ
НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ПОЛЗУЧЕСТИ**

О. В. Соснин

(Новосибирск)

Расчет неустановившейся ползучести дисков обычно проводится численным интегрированием. Л. М. Качанов [1] предложил приближенный прием для анализа напряженного состояния и поля скоростей деформации при неустановившейся ползучести. Этот прием состоит в том, что перераспределение напряжений из начального упругого состояния к предельному состоянию установившейся ползучести описывается при помощи одной только функции времени. Принимая за исходные уравнения уравнения теории течения, Л. М. Качанов для нахождения этой функции пользуется сформулированным им вариационным принципом.

Ниже предлагается приближенный метод расчета неустановившейся ползучести дисков. Выражения для напряжений берутся в той же форме, что и в работе Л. М. Качанова [1], но неизвестная функция времени определяется из условия минимума квадратичной ошибки вследствие невыполнения условий совместности деформаций.

1. Пусть σ_r^0 и σ_θ^0 — исходное напряженное состояние в диске (упругое), σ_r^∞ и σ_θ^∞ — предельное состояние. Будем считать, что напряженное состояние меняется в зависимости от одной функции $\varphi(t)$ по следующим формулам:

$$\sigma_r = \sigma_r^0 - (\sigma_r^0 - \sigma_r^\infty) \varphi(t), \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^0 - (\sigma_\theta^0 - \sigma_\theta^\infty) \varphi(t) \quad (1.1)$$

Для любого момента времени полные радиальные и тангенциальные деформации будут соответственно

$$\varepsilon_r = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu \sigma_\theta) + \varepsilon_r^p + \alpha T, \quad \varepsilon_\theta = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu \sigma_r) + \varepsilon_\theta^p + \alpha T \quad (1.2)$$

где ε_r^p и ε_θ^p — пластические компоненты деформации. Беря уравнение ползучести по теории упрочнения

$$p^\alpha dp = k \exp \frac{s}{A} dt \quad (s = \beta_1 \sigma_r + \beta_2 \sigma_\theta) \quad (1.3)$$

где p — максимальный сдвиг, s — максимальное касательное напряжение и используя ассоциированный закон течения [2], получим выражения

$$\varepsilon_r^p = \int_0^p \beta_1 dp, \quad \varepsilon_\theta^p = \int_0^p \beta_2 dp \quad (1.4)$$

Здесь β_1 и β_2 могут принять любое из трех значений — 1, 0, +1. Считая, что в интервале времени от t_i до t_{i+1} величину s можно считать постоянной, проинтегрируем уравнение (1.3), в результате чего найдем $\Delta p_i = p_{i+1} - p_i$ и по формулам (1.4) определим приращение радиальной и тангенциальной пластической деформации $\Delta \varepsilon_r^p$ и $\Delta \varepsilon_\theta^p$.

В результате по формулам (1.2) получим

$$\begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \sum_{i=1}^n \beta_1^{(i)} \Delta p^{(i)} + \alpha T, \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \sum_{i=1}^n \beta_2^{(i)} \Delta p^{(i)} + \alpha T\end{aligned}\quad (1.5)$$

Потребуем теперь, чтобы среднеквадратичная ошибка за счет невыполнения уравнения совместности деформации была минимальной

$$\int_V \left(\frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial r} + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} \right)^2 dV = \min \quad (1.6)$$

Подставляя в (1.6) выражения (1.1) и (1.5), получим

$$\int_{r_b}^{r_a} [\Phi(r) \varphi(t_i) + F_i(r)]^2 dr = \min \quad (1.7)$$

где $\Phi(r)$ и $F_i(r)$ — известные для каждого интервала времени функции координат. Отсюда, взяв первую вариацию, имеем

$$\varphi(t_i) = - \int_{r_b}^{r_a} \Phi(r) F_i(r) dr \bigg/ \int_{r_b}^{r_a} [\Phi(r)]^2 dr \quad (1.8)$$

Выражение (1.8) обеспечивает минимум для (1.7), так как вторая вариация положительна. Согласно изложенному задача также свелась к численному интегрированию выражений (1.4) и (1.8), однако в данном случае оно существенно проще чем в прямом расчете.

2. В качестве иллюстрации приводим результаты вычислений о распределении напряжений в неустановившейся стадии ползучести для сплошного диска радиусом $r_a = 450$ мм, вращающегося с угловой скоростью $n = 3000$ об/мин при распределении температуры (в градусах Цельсия) по радиусу

$$T(\xi) = 350 + 58.333 \xi + 41.667 \xi^2 \quad \left(\xi = \frac{r}{r_a} \right).$$

Предполагается, что профиль диска

$$h(\xi) = 42 - 7\xi - 15\xi^2 \quad (2.1)$$

На ободе диска — постоянная радиальная нагрузка, так что $\sigma_r(1) = 5$ кг/мм².

Материал диска — сталь 40Н. Обработка экспериментов на ползучесть в исследуемом интервале температур показала, что константы в уравнении (1.3) могут быть представлены как функции температуры, а следовательно, и радиуса в следующем виде:

$$\alpha = 2.7$$

$$\begin{aligned}A(\xi) &= [5.03 - 8.097143 \xi + 3.957143 \xi^2], \quad \text{кг/мм}^2 \\ K(\xi) &= 10^{-(14.287 + 5.25 \xi - 1.25 \xi^2)}, \quad \text{час}^{-1}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Начальное напряженное состояние найдено путем интегрирования дифференциальных уравнений для диска в рядах с учетом переменности толщины и модуля упругости при постоянном коэффициенте Пуассона.

В предельном состоянии может реализоваться один из двух следующих случаев [3]:

$$\sigma_r^\infty = \sigma_\theta^\infty \quad \text{при } \xi < \xi_0, \quad \sigma_\theta^\infty > \sigma_r^\infty > 0 \quad \text{при } \xi > \xi_0 \quad (2.3)$$

$$\sigma_r^\infty = \sigma_\theta^\infty \quad \text{при } 0 \leq \xi \leq 1 \quad (2.4)$$

Предположим, что осуществляется случай (2.3). Тогда

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{u}{\xi} = p \quad \text{при } \xi < \xi_0 \quad (2.5)$$

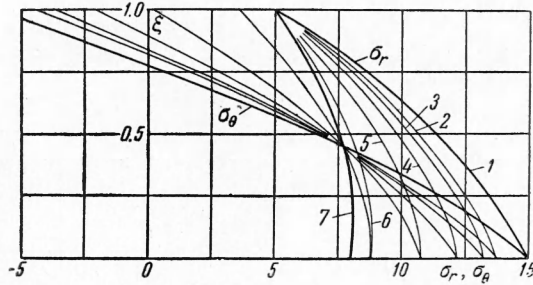
$$\partial u / \partial \xi = 0 \quad \text{при } \xi = \xi_0 \quad (e_r^p = 0) \quad (2.6)$$

Интегрируя уравнение (2.5) и используя условие на границе областей, получим

$$\xi_0^2 p(\xi_0) + \int_0^{\xi_0} \xi^2 dp = 0 \quad (2.7)$$

Очевидно, что при неубывающей величине сдвига $p(\xi)$ уравнение (2.7) не имеет корня в интервале $0 \leq \xi \leq 1$. В общем случае уравнение (2.7) решается численно.

Покажем, что в рассматриваемом примере осуществляется второй случай (2.4). Из уравнения равновесия с учетом условий (2.1) находим $\sigma(\xi) = \sigma_r^\infty = \sigma_\theta^\infty$, после этого интегрированием (1.3) с учетом (2.2) определяем функцию $p(\xi)$. Подставляя найденное выражение $p(\xi)$ в (2.7), находим корень этого уравнения, причем оказывается, что $\xi_0 > 1$. Этим самым оправдано предположение о том, что во всем диске $\sigma_r^\infty = \sigma_\theta^\infty$.



Зная исходное и предельное напряженное состояния, задаваясь интервалами времени и используя формулы (1.3), (1.4) и (1.8), найдем $\varphi(t_i)$ и из (1.1) — соответствующее данному времени напряженное состояние.

На фигуре представлены эпюры напряжений, где цифрами 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 показано напряженное состояние соответственно: исходное, для времен 10^{-3} , 10^{-2} , 10^{-1} , 1, 10^2 час и предельное.

Соответствующие значения $\varphi(t_i)$ следующие:

$$\begin{aligned} \varphi(0) = 0, \quad \varphi(10^{-3}) = 0.174684, \quad \varphi(10^{-2}) = 0.246019, \quad \varphi(10^{-1}) = 0.383193, \\ \varphi(1) = 0.590018, \quad \varphi(10) = 0.879380, \quad \varphi(\infty) = 1 \end{aligned}$$

Приведенные данные подтверждают известный факт, что перераспределение напряжений в дисках происходит весьма быстро, фактически за первые часы работы [4, 5].

Поступила 14 I 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Качанов Л. М. Теория ползучести. Физматгиз, 1960.
2. Работнов Ю. Н. О некоторых возможностях описания неустановившейся ползучести с приложением к исследованию роторов. Изв. АН СССР, ОТН, 1957, № 5.
3. Wahl A. Further studies of stress distribution in rotating disks and cylinders under elevated — temperature creep conditions, Journ. Appl. Mech., 1958, Vol. 25, 2.
4. Работнов Ю. Н., Рабинович В. П. О прочности дисков в условиях ползучести. Изв. АН СССР, ОТН, 1959, № 4.
5. Соснин О. В. Перераспределение напряжений в сплошном вращающемся диске в первой стадии ползучести. ПМТФ, 1960, № 2.