

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Ф. Беляев и др. Переход горения конденсированных систем во взрыв. М., Наука, 1973.
2. К. К. Андреев, С. В. Чуйко. ЖФХ, 1963, 37, 6.
3. А. Ф. Беляев и др. ФГВ, 1969, 5, 1, 8.
4. В. Ф. Дубовицкий и др. ФГВ, 1974, 10, 6, 811.
5. Б. С. Ермолаев, А. А. Сулимов и др.— В сб.: Горение конденсированных систем. Черноголовка, 1977.
6. А. Ф. Беляев, А. И. Коротков, А. А. Сулимов. ФГВ, 1966, 2, 3, 47.
7. Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. Б. Либрович. Теория нестационарного горения пороха. М., Наука, 1967.
8. Б. С. Ермолаев, Б. А. Хасаинов и др. ФГВ, 1977, 13, 2, 169.
9. A. A. Sulimov, B. S. Ermolaev et al. Proc. VI (Internat.) Symp. on Detonation, 1976, Coronado, USA, p. 250.
10. В. Г. Коростелев, Ю. В. Фролов. ФГВ, 1979, 15, 2, 88.
11. Б. С. Ермолаев, Б. А. Хасаинов и др. ФГВ, 1975, 11, 5, 720.
12. Б. С. Ермолаев. Канд. дис., ИХФ АН СССР, 1978.
13. Л. С. Лейбензон. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., ГТТИ, 1947.
14. А. Д. Марголиц, С. В. Чуйко. ФГВ, 1965, 1, 3, 27.

ДВУМЕРНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ ПОРИСТЫХ ВЕЩЕСТВ В ГАЗОБРАЗНОМ ОКИСЛИТЕЛЕ

Г. С. Сухов, Л. П. Ярин
(Ленинград)

Постановка задачи. Развитие неустойчивости при горении фильтрационных систем обнаружено в [1, 2] при анализе гидродинамической устойчивости фронта пламени в приближении Ландау, а также при учете совместного влияния фильтрации и теплопередачи. Возникновение одномерной колебательной неустойчивости при горении пористых образцов конечного размера в режиме полного превращения исследовано численно в работе [3]. Здесь же отмечена устойчивость по отношению к одномерным возмущениям процесса фильтрационного горения в режиме неполного превращения. Цель настоящей работы — рассмотрение более общего случая: двумерной неустойчивости волны фильтрационного горения в режимах полного и неполного выгорания без ограничений на длину волны возмущающих колебаний.

Исследование устойчивости проведем в предположении существования сильной температурной зависимости скорости реакции. В соответствии с этим будем считать зону химического превращения в волне горения узкой по сравнению с шириной зоны прогрева и в пределе рассматривать ее как поверхность, разделяющую исходную смесь (зона *a*) и конечные продукты (зона *b*).

Состояние системы по обе стороны фронта пламени описывается уравнениями

$$\begin{aligned} \partial \rho / \partial t + \operatorname{div} \rho \vec{v}_\Phi &= 0, \quad \operatorname{grad} p + \vec{v}_\Phi / k_\Phi = 0, \\ (c\rho + c_m \rho_m + c_n \rho_n) \cdot \partial T / \partial t + c\rho (\vec{v}_\Phi \cdot \operatorname{grad} T) - \lambda \Delta T &= 0, \\ \rho_m &= \rho_{m0}(1 - \eta), \quad \rho_n = \rho_{n0}(1 + \mu)\eta, \quad m\rho = \rho R_r T, \end{aligned} \quad (1)$$

где *c* — удельная теплоемкость компонентов; λ — коэффициент теплопроводности; *m* и k_Φ — соответственно коэффициенты пористости и фильтрации; R_r — газовая постоянная; \vec{v}_Φ — скорость фильтрации; ρ — плотность; η — полнота выгорания твердого реагента; μ — стехиометрический коэффициент реакции; индексы 0, 1, 2 относятся к начальному состоянию

системы, состоянию перед и за фронтом пламени; индексы m и p относятся к твердому реагенту и продукту.

Исследование проведем в приближении постоянства теплофизических и фильтрационных характеристик среды, а также теплового эффекта реакции. Последнее означает существование определенной связи между удельными теплоемкостями компонентов: $c_m + \mu c = (1 + \mu)c_p$.

Режим полного выгорания ($\eta_2 = 1$, $p_2 > 0$). В системе координат, связанной с невозмущенным фронтом пламени, интегралы уравнений (1) определяют профили температуры и давления в основном (невозмущенном) состоянии:

В зоне a ($x < 0$)

$$T_a = T_0 + (T_1 - T_0) \exp(u_s \cdot x/\kappa),$$

$$p_a^2 = p_1^2 + \frac{2\rho_1 u_{\phi 1}}{k_{\phi} T_1} \left\{ (T_1 - T_0) \frac{\kappa}{u_s} \left[1 - \exp\left(\frac{u_s x}{\kappa}\right) \right] - T_0 x \right\}.$$

В зоне b ($x > 0$)

$$T_b = T_1, \quad p_b = p_1,$$

где $\kappa = \lambda/c_m \rho_{m0}$; $u_s = u_r(1 + \tau)$; u_r — линейная скорость горения; $\tau = \mu c/c_m$.

Постоянство температуры и давления за фронтом пламени есть следствие допущений об адиабатичности процесса и отсутствии фильтрации в слое продукта. В фильтрационных реакторах последнее может быть обеспечено герметизацией приемного устройства [4]. Преобразуя систему (1) в приближении постоянства коэффициентов конвективного и кондуктивного переноса в уравнении энергии, получим следующие уравнения для пульсаций температуры и давления по обе стороны фронта пламени:

$$f_{a,b} \cdot \partial T' / \partial t + u_s \cdot \partial T' / \partial x - \kappa \Delta T' = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} - k_{\phi} p \Delta p' + \alpha \frac{\partial p'}{\partial x} + \beta p' - \frac{p}{T} \frac{\partial T'}{\partial t} + \gamma \frac{\partial T'}{\partial x} + \xi T' = 0, \quad (3)$$

где $f_a = 1$; $f_b = 1 + \tau$; $\alpha = u_r + k_{\phi} p / T \cdot dT/dx - 2k_{\phi} \cdot dp/dx$;

$\beta = k_{\phi} / T \cdot dp/dx \cdot dT/dx - k_{\phi} \Delta p - u_r / T \cdot dT/dx$; $\gamma = k_{\phi} p / T \cdot dp/dx - u_r p / T$;

$\xi = u_r / T \cdot dp/dx - k_{\phi} / T (dp/dx)^2 - k_{\phi} p / T \cdot \Delta p$.

Представив возмущения температуры и давления в виде периодических функций типа $\exp(i \vec{kr} + \Omega t)$, подстановкой в уравнения (2) и (3) получим выражения для пульсаций величин по обе стороны возмущенного фронта

$$p'_a = [A \exp(r_a x) + B \exp(n_a x)] \exp(iky + \Omega t),$$

$$T'_a = \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r - \beta}{\gamma r + \xi - \frac{p}{T} \Omega} \right]_a A \exp(r_a x +iky + \Omega t), \quad (4)$$

$$p'_b = [C \exp(r_b x) + D \exp(n_b x)] \exp(iky + \Omega t),$$

$$T'_b = \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r}{\gamma r - \frac{p}{T} \Omega} \right]_b C \exp(r_b x +iky + \Omega t),$$

где

$$r_{a,b} = \frac{(1 + \tau) u_r}{2\kappa} \pm \sqrt{\left[\frac{(1 + \tau) u_r}{2\kappa} \right]^2 + k^2 + \frac{f_{a,b} \Omega}{\kappa}};$$

$$n_{a,b} = \left(\frac{\alpha}{2\varepsilon} \right)_{a,b} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2\varepsilon} \right)_{a,b}^2 + k^2 + \frac{\Omega + \beta_{a,b}}{\varepsilon_{a,b}}};$$

Ω — комплексная частота; $\varepsilon = k_{\phi} p$ — коэффициент пьезопроводности; k — волновое число.

Представим пульсации параметров в виде суммы периодических возмущений (4) и возмущений, вызванных перемещением искривленного фронта по неоднородной в основном состоянии среде. Полагая возмущения поверхности фронта пламени периодическими $l = F \exp(iky + \Omega t)$, получим следующие выражения для полных возмущений на фронте пламени:

$$\begin{aligned}\tilde{p}'_1 &= \left(A + B - \frac{u_{\phi 1}}{k_{\phi}} F \right) \exp(iky + \Omega t), \\ \tilde{T}'_1 &= \left\{ \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r - \beta}{\gamma r + \xi - \frac{p}{T} \Omega} \right]_1 A + \frac{T_1 - T_0}{\kappa} (1 + \tau) u_r F \right\} \exp(iky + \Omega t), \\ \tilde{p}'_2 &= (C + D) \exp(iky + \Omega t), \\ \tilde{T}'_2 &= \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r}{\gamma r - \frac{p}{T} \Omega} \right]_2 C \exp(iky + \Omega t),\end{aligned}\quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= u_r + 2u_{\phi 1} + \frac{\varepsilon_1}{T_1} (T_1 - T_0) \frac{(1 + \tau)}{\kappa} u_r; \quad \alpha_2 = u_r; \\ \beta_1 &= \frac{u_{\phi 1}^2}{\varepsilon_1} - \frac{u_r^2 (T_1 - T_0) (1 + \tau)}{\kappa T_1}; \quad \beta_2 = 0; \\ \gamma_1 &= -\frac{p_1}{T_1} (u_r + u_{\phi 1}); \quad \gamma_2 = -\frac{u_r p_2}{T_2}; \\ \xi_1 &= \frac{p_1 u_r u_{\phi 1} (1 + \tau) (T_1 - T_0)}{\kappa T_1^2} - \frac{p_1 u_r u_{\phi 1}}{\varepsilon_1 T_1}; \quad \xi_2 = 0.\end{aligned}$$

В системе координат, связанной с элементом возмущенного фронта, интегрирование уравнений переноса с источниками приводит к соотношениям, связывающим возмущения параметров на фронте пламени. С точностью до членов второго порядка малости получим

$$\begin{aligned}\tilde{p}'_1 - \tilde{p}'_2 &= 0, \quad \tilde{T}'_1 - \tilde{T}'_2 = 0, \\ \frac{m\varepsilon}{R_1 T_2} \left. \frac{\partial \tilde{p}'}{\partial x} \right|_1 - \mu_{00} u_r \left(\frac{u_r}{u_r} + \frac{\tilde{T}'_2}{T_2} - \frac{\tilde{p}'_2}{p_2} \right) &= 0, \\ \lambda \left. \frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x} \right|_1 + q_{00} u_r &= 0.\end{aligned}\quad (6)$$

Дополним соотношения (6) выражением для линейной скорости фильтрационного горения [3] $u_r \sim \exp(-E/2RT_1)$, которое определяет связь между возмущениями u_r и T_1 ,

$$u_r' = -\frac{\partial l}{\partial t} = \frac{E u_r}{2RT_1^2} \tilde{T}'_1. \quad (7)$$

Здесь E — энергия активации; R — универсальная газовая постоянная. Подставив в соотношения (6), (7) решения (5) для пульсации параметров p и T , а также значения производных пульсаций

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial \tilde{p}'}{\partial x} \right)_1 &= \left\{ r_1 A + n_1 B - \left[\frac{u_{\phi 1} p_1}{\varepsilon_1 T_1} (T_1 - T_0) \frac{u_r (1 + \tau)}{\kappa} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + p_1 \left(\frac{u_{\phi 1}}{\varepsilon_1} \right)^2 F \right\} \exp(iky + \Omega t), \\ \left(\frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x} \right)_1 &= \left\{ r_1 \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r - \beta}{\gamma r + \xi - \frac{p}{T} \Omega} \right]_1 A + \frac{(T_1 - T_0) u_r^2 (1 + \tau)^2}{\kappa^2} F \right\} \exp(iky + \Omega t),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \tilde{p}'}{\partial x}\right)_2 &= (r_2 C + n_2 D) \exp(iky + \Omega t), \\ \left(\frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x}\right)_2 &= r_2 \left[\frac{(r^2 - k^2) \varepsilon - \Omega - \alpha r}{\gamma r - \frac{p}{T} \Omega} \right] C \exp(iky + \Omega t), \end{aligned}$$

получим однородную систему из пяти алгебраических уравнений для амплитуд колебаний. Условие существования нетривиального решения этой системы:

$$W_1 \cdot W_2 = 0, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{где } W_1 &= (1 + \sqrt{1 + \sigma^2 + \omega}) [2a + (1 + \tau)\omega] - a [4 + (1 + \tau)\omega] - (1 - \sqrt{1 + \sigma^2 + \omega}) \\ &+ (1 + \tau)\omega \omega (1 + \tau); W_2 = \omega (1 - \delta) + 2 (1 + \sqrt{1 + \sigma^2 + \omega}) \left[\frac{1}{1 + \tau} + \frac{2a_*}{1 + \tau} - \right. \\ &\left. - \delta (1 - a_{**}) \right] + \frac{4}{1 + \tau} \left[\frac{a_*^2}{(1 + \tau) \delta} - a_{**} \right] = 0; \quad \sigma = \frac{2\kappa k}{(1 + \tau) u_r}; \quad \omega = \frac{4\kappa \Omega}{(1 + \tau)^2 u_r^2}; \\ \delta &= \frac{\varepsilon}{\alpha}; \quad a = \frac{E(T_1 - T_0)}{RT_1^2}; \quad a_* = \mu \rho_{m0} / \rho_1; \quad a_{**} = 1 - \frac{T_0}{T_1}. \end{aligned}$$

Дисперсионное уравнение (8) имеет два решения, отражающие соответственно влияние на устойчивость горения процессов теплопередачи и фильтрации

$$W_1 = 0 \quad (9)$$

$$W_2 = 0. \quad (10)$$

Уравнение (9) близко по форме к дисперсионному, полученному в [5] при анализе устойчивости горения конденсированных систем, и при $\tau = 0$ (отсутствие фильтрации) совпадает с ним. Представив комплексную частоту в виде $\omega = \varphi + i\Psi$ (φ — инкремент, $|\Psi|$ — частота колебаний), получим из (9) соотношения для определения $\varphi(a, \tau, \sigma)$ и $\Psi(a, \tau, \sigma)$

$$\begin{aligned} &\sqrt{0,5(1 + \sigma^2 + \varphi)} \{ [2a + (1 + \tau)\varphi] \sqrt{A + 1} + (1 + \tau)\Psi \sqrt{A - 1} \} + \\ &+ (1 + \tau) \sqrt{0,5[1 + \sigma^2 + (1 + \tau)\varphi]} \{ \varphi \sqrt{B + 1} - \Psi \sqrt{B - 1} \} - a [2 + (1 + \tau)\varphi] = 0, \\ &\sqrt{0,5(1 + \sigma^2 + \varphi)} \{ (1 + \tau)\Psi \sqrt{A + 1} + [2a + (1 + \tau)\varphi] \sqrt{A - 1} \} + \\ &+ (1 + \tau) \sqrt{0,5[1 + \sigma^2 + (1 + \tau)\varphi]} \{ \Psi \sqrt{B + 1} + \varphi \sqrt{B - 1} \} - a (1 + \tau)\Psi = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{где } A = \sqrt{1 + \left(\frac{\Psi}{1 + \sigma^2 + \varphi} \right)^2}; \quad B = \sqrt{1 + \left[\frac{(1 + \tau)\Psi}{1 + \sigma^2 + (1 + \tau)\varphi} \right]^2}.$$

Положив в уравнениях (11) $\varphi = 0$, получим соотношения для определения значений параметров $a^0(\tau, \sigma)$ и $\Psi^0(\tau, \sigma)$ на границе устойчивости

$$\begin{aligned} a^0 &= 0,5 (1 + \tau) \Psi^0 \sqrt{0,5(1 + \sigma^2)} \frac{\sqrt{A - 1} + \sqrt{B - 1}}{\sqrt{0,5(1 + \sigma^2)} (A + 1) - 1}, \\ &\frac{\sqrt{A - 1} + \sqrt{B - 1}}{\sqrt{0,5(1 + \sigma^2)} (A + 1) - 1} [\sqrt{2(1 + \sigma^2)} (A - 1) - \\ &- (1 + \tau) \Psi^0] + 2 (\sqrt{A + 1} + \sqrt{B + 1}) = 0. \end{aligned}$$

Подстановка $\omega = \varphi + i\Psi$ в (10) также приводит к системе дисперсионных соотношений

$$\begin{aligned} (1 - \delta) \varphi + 2 \left[\frac{1}{1 + \tau} + \frac{2a_*}{1 + \tau} - \delta (1 - a_{**}) \right] (1 + \sqrt{0,5(1 + \sigma^2 + \varphi)} (A + 1)) + \\ + \frac{4}{1 + \tau} \left[\frac{a_*^2}{\delta(1 + \tau)} - a_{**} \right] = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$(1 - \delta) \Psi + 2 \left[\frac{1}{1 + \tau} + \frac{2a_*}{1 + \tau} - \delta (1 - a_{**}) \right] \sqrt{0,5(1 + \sigma^2 + \varphi)} (A - 1) = 0. \quad (13)$$

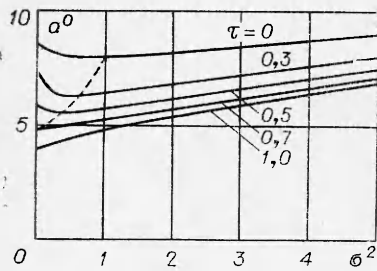


Рис. 1. Граница устойчивости, отвечающая уравнению (10). Штрихом отмечены точки минимума кривой $a^0(\tau, \sigma)$.

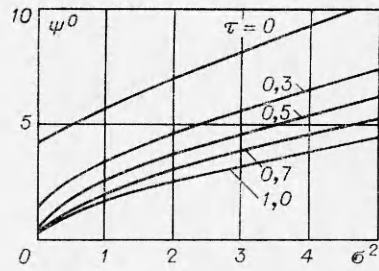


Рис. 2. Частота на границе устойчивости $a^0(\tau, \sigma)$ в зависимости от параметров τ и σ .

Так как $\Psi = 0$ удовлетворяет уравнению (13) при любых значениях входящих в него параметров, то величина инкремента может быть найдена из (12) при $\Psi = 0$. В частности, на границе устойчивости при $\Psi^0 = 0$ критические значения параметра $\delta^0(\tau, a_*, a_{**}, \sigma)$ соответствуют уравнению

$$\left[\frac{1}{1+\tau} + \frac{2a_*}{1+\tau} - \delta^0(1-a_{**}) \right] (1 + \sqrt{1+\sigma^2}) + \frac{2}{1+\tau} \left[\frac{a_*^2}{\delta^0(1+\tau)} - a_{**} \right] = 0.$$

Решение системы уравнений (11) показывает, что $a < a^0$ отвечает устойчивым состояниям, а $a > a^0$ — неустойчивым. Характер изменения $a^0(\sigma)$ при различных τ показан на рис. 1. Видно, что кривая $a^0(\sigma)$ имеет минимум при некоторых значениях $\sigma = \sigma_*$. С ростом τ величина σ_* уменьшается, так что при $\tau \geq 0,7$ параметр $\sigma_* = 0$ и зависимость $a^0(\sigma)$ становится возрастающей. В этом случае граница устойчивости системы определяется одномерными возмущениями. При малых τ , когда роль теплопереноса фильтрационным потоком незначительна ($\tau < 0,7$), процесс менее устойчив по отношению к двумерным колебаниям, чем к одномерным. В этом случае одномерный подход при анализе фильтрационного горения в интервале $a^0(0) > a > a^0(\sigma_*)$ не является корректным.

На рис. 2 показана зависимость $\Psi^0(\tau, \sigma)$. Из графика видно, что на границе устойчивости частота отлична от нуля. Это свидетельствует о колебательном характере потери устойчивости.

Решение системы уравнений (12), (13) показывает, что значения $\delta > \delta^0$ отвечают устойчивым, а $\delta < \delta^0$ — неустойчивым состояниям. При этом потеря устойчивости носит экспоненциальный характер ($\Psi^0 = 0$). Величина параметра δ^0 слабо убывает с ростом σ , а при $\sigma \rightarrow \infty$ асимптотически стремится к предельному значению $\delta_\infty^0 = (1 + 2a_*) / (1 + \tau) (1 - a_{**})$ (штриховые линии на рис. 3). Это свидетельствует о том, что в данном случае устойчивость процесса определяется одномерными возмущениями. Из графика видно, что увеличение τ и уменьшение a_* приводят к расширению области устойчивого горения.

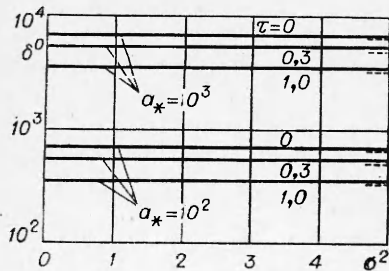


Рис. 3. Граница устойчивости, отвечающая уравнению (10).

Таким образом, приведенный выше анализ показывает, что при фильтрационном горении область устойчивых состояний ограничена некоторыми критическими значениями параметров a^0 и δ^0 , отражающими физико-химические, теплофизические и фильтрационные свойства системы. Потеря устойчивости при переходе через границы a^0 и δ^0 носит соответственно колебательный и экспоненциальный характер.

Режим неполного выгорания. В этом случае процесс химического превращения на фронте пламени протекает при недостатке окислителя ($p_2 = 0$) и неполном превращении твердого реагента ($\eta_2 < 1$). В пренебрежении фильтрационным сопротивлением фронта пламени из первого условия следует $p_1 = p_2 = 0$. Это означает, что пульсации давления и плотности на фронте равны нулю, и позволяет при анализе возмущенного состояния ограничиться рассмотрением лишь температурных пульсаций, входящих в уравнение теплового баланса (2). Уравнение фильтрации (3) при этом имеет лишь тривиальное решение, соответствующее нулевым значениям амплитуд возмущений. Условие $\eta_2 < 1$ допускает возможность существования на фронте пламени периодических пульсаций полноты выгорания

$$\eta_2' = D \exp(iky + \Omega t).$$

Следуя развитому выше подходу, найдем значения полных пульсаций температуры и их производных на фронте реакции

$$\begin{aligned} \tilde{T}'_1 &= \left[A + \frac{u_r}{\kappa} (1 + \tau\eta_2) (T_1 - T_0) F \right] \exp(iky + \Omega t), \\ \left(\frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x} \right)_1 &= \left[r_1 A + \frac{u_r^2 (1 + \tau\eta_2)^2}{\kappa^2} (T_1 - T_0) F \right] \exp(iky + \Omega t), \\ \tilde{T}'_2 &= B \exp(iky + \Omega t), \\ \left(\frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x} \right)_2 &= r_2 B \exp(iky + \Omega t), \end{aligned} \quad (14)$$

где $r_{1,2} = \frac{u_r (1 + \tau\eta_2)}{2\kappa} \pm \sqrt{\left[\frac{u_r (1 + \tau\eta_2)}{2\kappa} \right]^2 + k^2 + \frac{f_{1,2}\Omega}{\kappa}}$; $f_1 = 1$; $f_2 = 1 + \tau\eta_2$.

Интегрируя уравнения (1) в основном и возмущенном состоянии поперек зоны реакции и устремляя ширину последней к нулю, получим систему уравнений баланса пульсаций параметров на фронте

$$\tilde{T}'_1 - \tilde{T}'_2 = 0, \quad (15)$$

$$\left. \frac{\partial \tilde{T}'}{\partial x} \right|_1 + \frac{q}{c_m \kappa} (u_r \eta_2' + u_r' \eta_2) = 0, \quad (16)$$

$$u_{\Phi 1} \tilde{\rho}'_1 - \mu \rho_{m0} (u_r \eta_2' + u_r' \eta_2) = 0. \quad (17)$$

В последнем уравнении слагаемое $u_{\Phi 1} \tilde{\rho}'_1$, характеризующее пульсацию фильтрационного потока, неопределенно ($\tilde{\rho}'_1 \rightarrow 0$, $u_{\Phi 1} \rightarrow \infty$), хотя по физическому смыслу не может быть неограниченно большим. Для раскрытия неопределенности положим, что химическое превращение в волне горения происходит не на поверхности, а в узкой зоне конечной ширины Δx . Аппроксимируя профиль скорости фильтрации в этой зоне линейной зависимостью от координаты $u_{\Phi} = u_{\Phi 1} (1 - x/\Delta x)$, интегрируя уравнения неразрывности и Дарси системы (1) и используя уравнение состояния, получим

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{u_{\Phi 1} \Delta x}{2k_{\Phi}}, \quad \rho_1 = \frac{m u_{\Phi 1} \Delta x}{2k_{\Phi} R_r T_1}, \quad u_{\Phi 1} = \frac{2\mu \rho_{m0} u_r \eta_2 k_{\Phi} R_r T_1}{m \Delta x}, \\ \tilde{p}'_1 &= \frac{\tilde{u}'_{\Phi 1} \Delta x}{2k_{\Phi}}, \quad m \tilde{p}'_1 = R_r (\tilde{\rho}'_1 T_1 + \rho_1 \tilde{T}'_1). \end{aligned} \quad (18)$$

Учитывая соотношения (18) и переходя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим $\tilde{\rho}'_1 u_{\Phi 1} = -\frac{\mu \rho_{m0} u_r \eta_2}{T_1} \tilde{T}'_1$. После несложных преобразований уравнение (17) можно привести к виду:

$$\frac{\tilde{T}'_1}{T_1} + \frac{u_r'}{u_r} + \frac{\eta_2'}{\eta_2} = 0. \quad (19)$$

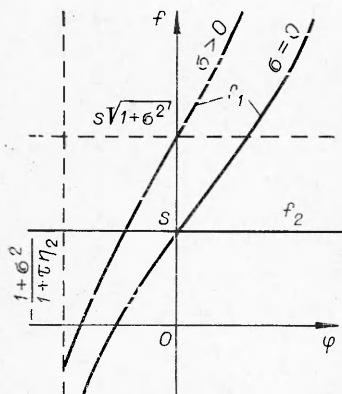


Рис. 4. К анализу устойчивости фронта пламени в режиме неполного выгорания.

Дополним систему (15), (16), (19) уравнением (7) и подставим в нее соотношения (14). Предполагая существование нетривиального решения для амплитуд возмущений, получим дисперсионное уравнение следующего вида:

$$s(1 - \sqrt{1 + \sigma^2 + \omega}) - \omega(\sqrt{1 + \sigma^2 + \omega} + \sqrt{1 + \sigma^2 + (1 + \tau\eta_2)\omega} + 2a_{**}) = 0,$$

где $s = 2E(T_1 - T_0)/RT_1^2(1 + \tau\eta_2)$.

В диапазоне значений инкремента $\varphi > -(1 + \sigma^2)/(1 + \tau\eta_2)$ его решение отвечает аperiодическим возмущениям ($\Psi = 0$) с инкрементом, удовлетворяющим соотношению

$$(s + \varphi)\sqrt{1 + \sigma^2 + \varphi} + \varphi(\sqrt{1 + \sigma^2 + (1 + \tau\eta_2)\varphi} + 2a_{**}) = s. \quad (20)$$

Возможные решения уравнения (20) легко определить, используя графо-аналитический подход. Представим левую и правую части уравнения (20) соответственно в виде функций $f_1(s, \sigma, \varphi)$ и $f_2 = s$ (рис. 4). Функция $f_1(s, \sigma, \varphi)$ при любых значениях параметров σ и s возрастает с увеличением φ и при $\varphi = 0$ становится равной $S\sqrt{1 + \sigma^2} > f_2$. Это означает, что пересечение кривых f_1 и f_2 происходит всегда левее точки $\varphi = 0$ и определяет значение инкремента $\varphi < 0$.

Таким образом, в режиме неполного выгорания система устойчива как к одномерным, так и двумерным возмущениям.

Поступила в редакцию
3/IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Лебедев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1977, 13, 1, 5.
2. А. Д. Лебедев, Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1976, 12, 6, 24.
3. А. П. Алдушиц, Б. С. Сеплярский. Теория фильтрационного горения пористых металлических образцов. Препринт ОИХФ АН СССР, Черногловка, 1977.
4. Г. С. Сухов, Л. П. Ярин. ФГВ, 1979, 15, 1, 3.
5. Г. М. Махвиладзе, Б. В. Новожилов. ПМТФ, 1971, 5, 51.

ИНЕРЦИОННАЯ МОДЕЛЬ К-ФАЗЫ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ГОРЕНИИ ДВУХКОМПОНЕНТНЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ ВЕЩЕСТВ

В. Ф. Булдаков, О. Я. Романов, В. С. Тархов
(Ленинград)

Горению двухкомпонентных конденсированных веществ свойственны нестационарность и неоднородность структуры зоны горения, обусловленные различием в теплофизических и кинетических свойствах компонентов и их пространственным расположением в массе вещества [1, 2]. Для математического описания процесса горения таких веществ целесообразно использовать две квазидномерные модели теории нестационарного горения [3], отображающие возможные предельные варианты их горения (см. рис. 2 и 3 в [3]).