

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ СЫПУЧЕГО МАТЕРИАЛА НАПРАВЛЕННЫМ ВЗРЫВОМ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ И СЫПУЧИХ СРЕД

В. В. Боровиков

Военная инженерно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197082 Санкт-Петербург

На основе методов механики сплошных и сыпучих сред разработаны математические модели численных исследований процесса транспортирования массива малосвязного сыпучего материала при реализации серии заглубленных газодинамических выбросов. Дан анализ особенностей кинематики и динамики развития явления. Приведены результаты численного эксперимента и рекомендации по использованию моделей в исследованиях конкретных режимов транспортирования.

В данной работе рассматривается явление, которое по своей физической сути близко к известному во взрывном деле эффекту направленного взрыва на выброс. Однако вместо химических взрывчатых веществ в этом случае энергоносителем является сжатый газ. Импульсная подача сжатого газа порождает распад произвольного разрыва параметров, что может классифицироваться как физический взрыв.

Суть способа транспортирования заключается в поочередной реализации серии газодинамических выбросов из заглубленных источников, которые работают в режиме бегущей волны. Транспортирование происходит следующим образом. Насыпной слой сыпучего материала 1 (рис. 1, а) располагается в пределах транспортного лотка 2. У донной части лотка на равном расстоянии установлены источники газовой энергии 3. При срабатывании i -го источника в массиве образуется симметричная воронка А. После этого с задержкой по времени срабатывает $(i + 1)$ -й источник, в результате чего формируется несимметричная воронка Б, а масса сыпучего материала, заключенная между ними, получает вектор скорости, направленный по линии наименьшего сопротивления OC , т. е. в сторону транспортирования. Затем срабатывает $(i + 2)$ -й источник и т. д. Массив движется в противоположную сторону относительно направления поочередного срабатывания источников.

Транспортирование также возможно при получении в массиве камуфлетных полостей (рис. 1, б). Так, при срабатывании i -го источника в слое образуется симметричная полость А. Затем с задержкой по времени, когда камуфлет А достигает наибольших размеров, срабатывает $(i + 1)$ -й источник, в результате чего развивается полость Б, а масса сыпучего материала смещается в сторону транспортирования, заполняя собой полость А.

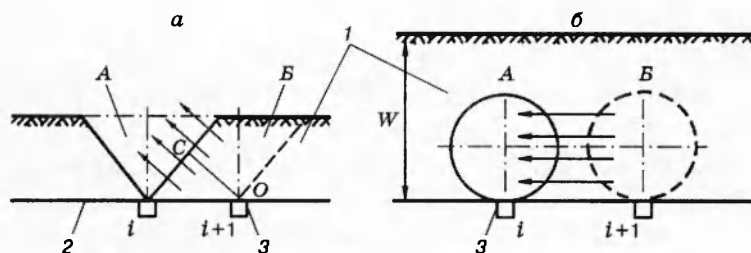


Рис. 1

К основным факторам, определяющим развитие процесса, надо отнести энергию и расход газа в одном импульсе, время задержки до начала срабатывания последующего источника, расстояние между ними, высоту слоя и физические свойства транспортируемого материала.

Глубокое понимание физической сути явления возможно на основе анализа взаимосвязи основных параметров (давления, плотности, скорости обеих фаз, напряженного состояния, паковки и пористости массива). Очевидно, что интенсивность транспортирования во многом будет определяться полями давления в несущей фазе и напряжениями в массиве. Одновременный контроль совокупности параметров может быть успешно проведен с помощью математического моделирования. В свою очередь, для разработки корректных математических моделей необходима информация о физической сути явления. В этом отношении отметим, что одна из особенностей процесса — многократность воздействия на массив заглубленными газовыми источниками. В результате нарушаются связи между зернами, и среда может рассматриваться как несвязная или малосвязная. В таких условиях силы сухого трения при относительном движении частиц велики по сравнению с силами сцепления, что характерно для сыпучей среды. При математическом моделировании движения многофазных потоков учет такой среды может осуществляться как на основе методов механики дисперсных сред (конгломератом отдельных частиц), так и на основе феноменологического подхода, когда масса сыпучего материала описывается континуальной средой. В настоящей работе рассматриваются оба подхода.

1. Для модели, построенной на основе методов механики сплошной среды [1], при- сущи следующие допущения: размер неоднородностей (зерен) в смеси намного больше молекулярно-кинетических размеров; размер неоднородностей намного меньше расстояний, на которых макроскопические параметры меняются существенно; кинетической энергией мелкомасштабного движения несущей фазы можно пренебречь; мал осредненный тензор вязких напряжений в несущей фазе (вязкость газа будет учитываться только в силе межфазного взаимодействия); отсутствуют фазовые переходы; смесь монодисперсна (зерна сыпучего материала равновелики); эффектами хаотического движения дисперсных частиц можно пренебречь; отсутствуют процессы дробления и слипания твердых недеформируемых частиц; смещения дисперсной фазы и изменения ее истинной плотности существенны.

В качестве основы математической модели целесообразно использовать принятый в [1] подход, где взаимопроникающее движение несущей и дисперсной фаз описывается гетерогенной моделью двух континуальных сред. Уравнения сохранения масс и импульсов фаз, согласно принятым допущениям, для двумерных координат запишем в виде

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla^k \rho_1 \mathbf{V}_1^k = 0; \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla^k \rho_2 \mathbf{V}_2^k = 0; \quad (1.2)$$

$$\rho_1 \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} = -\nabla \alpha_1 P_1 - \mathbf{R}_{12} + \rho_1 \mathbf{g}; \quad (1.3)$$

$$\rho_2 \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} = -\nabla \alpha_2 P_1 + \nabla^k \sigma_f^k + \mathbf{R}_{12} + \rho_2 \mathbf{g}. \quad (1.4)$$

Здесь ρ_1, ρ_2 — плотности несущей и дисперсной фаз соответственно; $\mathbf{V}_1^k, \mathbf{V}_2^k$ — составляющие скорости несущей и дисперсной фаз в направлении координаты k ; ∇ — дифференциальный оператор; α_1, α_2 — концентрации несущей и дисперсной фаз; $\rho_1 \mathbf{g}, \rho_2 \mathbf{g}$ — векторы массовых сил; P_1 — давление в несущей фазе; σ_f^k — эффективное (контактное) напряжение в скелете дисперсной фазы; \mathbf{R}_{12} — межфазная сила, которая в общем виде

может быть представлена выражением $\mathbf{R}_{12} = -P_1 \nabla \alpha_1 - \mathbf{F}_\mu - \mathbf{F}_m$; величина \mathbf{F}_μ обусловлена вязкими силами на межфазной поверхности (сила вязкого трения), а \mathbf{F}_m связана с мелкомасштабными пульсациями давления из-за ускорения фаз относительно друг друга (сила присоединенных масс):

$$\mathbf{F}_m = \chi_m \rho_1^0 \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{d\mathbf{V}_1}{dt} - \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} \right) \quad (1.5)$$

($\rho_1^0 = \rho_1 / \alpha_1$ — истинная плотность твердой фазы, χ_m — коэффициент присоединенной массы). Для монодисперсной смеси со сферическими частицами радиуса a при концентрациях, меньших плотной упаковки, $\chi_m = 0,5$.

Субстанциональные производные, связанные с движением i -й составляющей, определены соотношением

$$\frac{d_i}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_i^k \frac{\partial}{\partial x^k}.$$

Сила вязкого трения при относительном движении фаз находится с помощью коэффициента трения C_μ . Эмпирические зависимости, полученные при стационарной продувке газов сквозь насыпной слой сыпучей среды разной пористости [2], имеют вид

$$C_\mu = C_\mu^{(1)} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{0,5}} + 0,42, \quad \alpha_2 \leq 0,08; \quad (1.6)$$

$$C_\mu = \frac{(\alpha_2 - 0,08)C_\mu^{(2)} + (0,45 - \alpha_2)C_\mu^{(1)}}{0,37}, \quad 0,08 < \alpha_2 \leq 0,45; \quad (1.7)$$

$$C_\mu = C_\mu^{(2)} = \frac{4}{3\alpha_1} \left(1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right), \quad 0,45 \leq \alpha_2. \quad (1.8)$$

Используемое в (1.6)–(1.8) число Рейнольдса определяется на основе выражения $\text{Re}_{12} = (2a\rho_1^0\omega_{12})/\mu_1$ (ω_{12} — относительная скорость движения фаз, μ_1 — коэффициент динамической вязкости газа (для воздуха $\mu_1 = 1,7 \cdot 10^{-5}$ Па·с)). Но с учетом того, что межфазное взаимодействие происходит в том числе и при высокой концентрации дисперсной фазы, силы взаимодействия должны отражать стесненность относительного движения фаз. В связи с этим число Рейнольдса необходимо представить с учетом отношения концентраций фаз:

$$\text{Re}_{12*} = \frac{\alpha_1 \text{Re}_{12}}{\alpha_{1*}} = \frac{\alpha_1 \text{Re}_{12}}{1 - b\alpha_2^{2/3}} \quad (1.9)$$

($b \approx 1,16$ [2]).

В общем виде сила вязкого трения

$$\mathbf{F}_\mu = C_\mu \pi a^2 \frac{\rho_1^0 \omega_{12}^2}{2}. \quad (1.10)$$

Согласно последнему принятому допущению о необходимости учета в модели значительных перемещений дисперсной фазы, уравнения импульсов (1.3), (1.4) с учетом (1.5), (1.10) запишем в виде

$$\begin{aligned} \rho_1(1 + \chi_m \alpha_2) \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} - \chi_m \alpha_2 \rho_1 \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} &= -\alpha_1 \nabla P_1 - \mathbf{F}_\mu + \rho_1 \mathbf{g}, \\ -\chi_m \alpha_2 \rho_1 \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} + (\rho_2 + \chi_m \alpha_2 \rho_1) \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} &= -\alpha_2 \nabla P_1 + \frac{\partial \sigma_f^k}{\partial x^k} + \mathbf{F}_\mu + \rho_2 \mathbf{g}. \end{aligned}$$

После преобразования данных выражений к удобной для численных расчетов форме получим

$$\begin{aligned} \frac{d_1 \mathbf{V}_1}{dt} [\rho_2 + \chi_m \alpha_2 (\rho_1 + \rho_2)] = -\nabla P_1 \left(\chi_m \alpha_2^2 + \frac{\rho_2 \alpha_1}{\rho_1} + \chi_m \alpha_1 \alpha_2 \right) + \\ + \frac{\partial \sigma_f^k}{\partial x^k} \chi_m \alpha_2 - \mathbf{F}_\mu \frac{\rho_2}{\rho_1} + \chi_m \alpha_2 (\rho_1 \mathbf{g} + \rho_2 \mathbf{g}) + \rho_2 \mathbf{g}; \quad (1.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d_2 \mathbf{V}_2}{dt} [\rho_2 + \chi_m \alpha_2 (\rho_1 + \rho_2)] = -\nabla P_1 \left(\chi_m \alpha_2^2 + \alpha_2 + \chi_m \alpha_1 \alpha_2 \right) + \\ + \left(\frac{\partial \sigma_f^k}{\partial x^k} + \rho_2 \mathbf{g} \right) (1 + \chi_m \alpha_2) + \mathbf{F}_\mu + \chi_m \alpha_2 \rho_1 \mathbf{g}. \quad (1.12) \end{aligned}$$

Согласно [3], алгоритм вычислений, основанный на модели нестационарного газодинамического течения, целесообразно строить на основе метода крупных частиц, что позволяет получить дивергентно-консервативные и диссипативно-устойчивые схемы, а также выявить свойства решений, в том числе и для предельных режимов течения. В связи с этим уравнения (1.11), (1.12) необходимо привести к дивергентному виду, для чего (1.1), (1.2) умножить на скорости соответствующих фаз и сложить с (1.11), (1.12). В результате уравнения импульсов примут вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1 \mathbf{V}_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 \mathbf{V}_1^2}{\partial x} = -\nabla P_1 \frac{\chi_m \alpha_2 \rho_1 + \rho_2 \alpha_1}{\chi_m \alpha_2 (\rho_1 + \rho_2) + \rho_2} + \\ + \left[\frac{\partial \sigma_f^k}{\partial x^k} - \frac{\rho_2}{\chi_m \alpha_2} \left(\frac{\bar{\mathbf{I}}_\mu}{\rho_1} - \mathbf{g} \right) + (\rho_2 + \rho_1) \mathbf{g} \right] \left[\frac{\rho_2}{\rho_1 \chi_m \alpha_2} + \frac{\rho_2}{\rho_1} + 1 \right]; \quad (1.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_2 \mathbf{V}_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 \mathbf{V}_2^2}{\partial x} = -\nabla P_1 \frac{\alpha_2 \rho_2 (\chi_m + 1)}{\chi_m \alpha_2 (\rho_1 + \rho_2) + \rho_2} + \\ + \left[\left(\frac{\partial \sigma_f^k}{\partial x^k} + \mathbf{F}_\mu + \rho_2 \mathbf{g} \right) \left(\frac{1}{\chi_m \alpha_2} + 1 \right) - \mathbf{F}_\mu + \rho_1 \mathbf{g} \right] \left[\frac{1}{\chi_m \alpha_2} + 1 + \frac{\rho_1}{\rho_2} \right]. \quad (1.14) \end{aligned}$$

Для определения давления в несущей фазе необходимо использовать уравнение состояния:

$$P_1 = \rho_1^0 R T_1 \quad (1.15)$$

(T_1 — температура газа, R — газовая постоянная).

В случае, когда несущая среда — газ, уравнения притока тепла следующие:

$$\rho_1 c_1 \frac{d_1 T_1}{dt} = \frac{\alpha_1 P_1}{\rho_1^0} \frac{d_1 \rho_1^0}{dt} + \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial x^k} \right) + Q_1 + \mathbf{F}_\mu (\mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2); \quad (1.16)$$

$$\rho_2 c_2 \frac{d_2 T_2}{dt} = \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x^k} \right) + Q_2. \quad (1.17)$$

Здесь c_1 — удельная теплоемкость несущей фазы при постоянном давлении; c_2 — удельная теплоемкость дисперсной фазы; λ_1 и λ_2 — коэффициенты теплопроводности несущей и дисперсной фаз соответственно; Q_i — интенсивность межфазного теплообмена:

$$Q_1 = S_{12} a_1^{-1} \lambda_1 \text{Nu}_1 (T_s - T_1); \quad (1.18)$$

$$Q_2 = S_{12} a_1^{-1} \lambda_1 \text{Nu}_2 (T_s - T_2). \quad (1.19)$$

Величина T_s находится из условия, что $Q_1 = -Q_2$, и характеризует среднее значение температуры на поверхности раздела фаз:

$$T_s = (\lambda_1 \text{Nu}_1 T_1 + \lambda_2 \text{Nu}_2 T_2) / (\lambda_1 \text{Nu}_1 + \lambda_2 \text{Nu}_2). \quad (1.20)$$

Число Нуссельта как характеристику теплоотдачи для сферы, согласно экспериментальным исследованиям [4], в рассматриваемых процессах целесообразно принять в виде

$$\text{Nu}_1 = 2 + 0,459 \text{Re}_{12}^{0,55} \text{Pr}_1^{0,33}, \quad \text{Pr}_1 = (c_1 \mu_1) / \lambda_1, \quad (1.21)$$

где Pr_1 — число Прандтля. Зависимость (1.21) справедлива в довольно широком диапазоне параметров: $1 < \text{Re} < 70000$ и $0,6 < \text{Pr} < 400$.

Согласно [2], в выражении (1.19) для интенсивности теплообмена между поверхностью дисперсной частицы с несущей фазой принималось $\text{Nu}_2 \approx 10$.

В зависимостях (1.18), (1.19) параметр трения a_1 определяется на основе известных значений концентрации, проницаемости дисперсной фазы и числа Рейнольдса [2, 5].

Параметр S_{12} характеризует межфазную поверхность в единице объема смеси:

$$S_{12} = (n4\pi a^2) / V_p, \quad n = (3V_p \alpha_2) / (4\pi a^2). \quad (1.22)$$

Здесь n — число частиц твердой фазы в объеме ячейки расчетной области V_p (в декартовых координатах $V_p = dx \cdot dy \cdot dz$).

Учет нагружения массива может быть основан на макроскопической теории, которая обобщает закон Гука на насыщенную пористую среду. В этом случае тензор эффективных напряжений σ_f^{kl} определяется законом Гука через тензор эффективных напряжений зернистого скелета. Тензор макродеформаций второй фазы находится через средние смещения $[h_2^{kl}]$ элементарного макрообъема:

$$\varepsilon_2^{kl} = 0,5 \left(\frac{\partial [h_2^l]}{\partial x^k} + \frac{\partial [h_2^k]}{\partial x^l} \right). \quad (1.23)$$

Тогда осредненный тензор эффективных напряжений имеет вид

$$\sigma_f^{kl} = \alpha_2 \left[\lambda_f^{(s)} \varepsilon_2^{mm} \delta^{kl} + 2\mu_f^{(s)} \varepsilon_2^{kl} + \nu_f^{(s)} \nu_1 \delta^{kl} - \nu_f^{(s)} \left(\lambda_f^{(s)} + \frac{2\mu_f^{(s)}}{3} \right) \beta_{T_2} \left(\frac{T_2}{T_0} - 1 \right) \delta^{kl} \right], \quad (1.24)$$

где δ^{kl} — символ Кронекера ($\delta^{kl} = 1$ при $k = l$ и $\delta^{kl} = 0$ при $k \neq l$); β_{T_2} — коэффициент температурного расширения материала; $\lambda_f^{(s)}$, $\mu_f^{(s)}$ — эффективные модули упругости материала.

Модуль $\nu_f^{(s)}$ характеризует связность зерен и определяет интенсивность паковки массива при его вынужденной деформации. Он также однозначно определяется через модули упругости Ламе:

$$\nu_f^{(s)} = (\lambda^{(s)} + 2/3\mu^{(s)}) / (\lambda_2^{(s)} + 2/3\mu_2^{(s)}). \quad (1.25)$$

Значение модуля $\nu_f^{(s)} \ll 1$ соответствует мягким средам, а при $\alpha_2 \nu_f^{(s)} = 1$ среда является идеально сцементированной.

Модули упругости Ламе определяются через модуль деформации E и коэффициент Пуассона ν :

$$\lambda^{(s)} = E\nu / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)], \quad \mu^{(s)} = E / [2(1 + \nu)]. \quad (1.26)$$

Для зерен кварцевого песка $E = 96,4$ ГПа, а для массива песка $E \approx 1,2 \cdot 10^7$ Па. Коэффициент Пуассона $\nu = 0,25 \div 0,3$.

Уравнения (1.1), (1.2), (1.5)–(1.10), (1.13)–(1.26) служат математической основой для разработки алгоритма численного моделирования направленного физического взрыва в массиве сыпучей среды. Ввиду ярко выраженной несимметрии явления алгоритм вычислений целесообразно строить в двумерных декартовых координатах.

Предварительно полученные результаты экспериментальных исследований [6] показывают, что наиболее интенсивно процесс развивается при таком сочетании начальных условий, когда из-за одиночного газодинамического выброса в массиве получается воронка с незначительным показателем действия выброса (отношением радиуса воронки к глубине заложения заряда). В связи с этим в численном эксперименте рассматриваемый диапазон начальных условий соответствовал такому режиму выбросов.

Начальные условия включают: физические свойства и параметры газовой фазы (воздух) и твердой (кварцевый песок), глубину слоя транспортируемого материала, координаты источников газовой энергии по осям, расстояние между источниками, время задержки до начала срабатывания $(i + 1)$ -го источника. Для организации алгоритма по конечно-разностной схеме первого порядка точности на краях расчетной области вводилось по одному слою фиктивных ячеек.

Граничные условия для течения газовой и твердой фаз в нижней части расчетной области (у донной поверхности транспортного лотка) задавались как условия непротекания. В остальных частях границ газовая фаза имела возможность свободного вытекания. Твердая фаза выше уровня дневной поверхности W также могла свободно перемещаться за границы расчетной области. Ниже уровня W по правому и левому краю расчетной области для твердой фазы задавались условия непротекания.

Размеры расчетной области 80×50 обеспечили вычисления с незначительным (порядка $2 \div 3\%$) нарушением баланса массы твердой фазы, что обусловлено вытеканием ее за границы контрольного пространства.

Результаты численного моделирования согласуются с результатами экспериментальных исследований (по критерию интенсивности транспортирования) с точностью порядка 20% . Но при организации физического эксперимента сложно обеспечить непрерывный контроль одновременно изменяющейся совокупности основных параметров. Такого недостатка лишен численный эксперимент.

В частности, рис. 2 иллюстрирует характер распространения полей скорости, напряжений и плотности массива на этапе срабатывания i -го газового источника. На данном этапе процесс развивается симметрично. Интенсивность каждого параметра показана изолиниями. Для иллюстрации качественных особенностей численного расчета на рис. 2 представлен вариант процесса транспортирования при следующих начальных условиях: глубина слоя сыпучего материала $W = 0,17$ м, расстояние между источниками $a = 0,15$ м, размеры транспортного лотка $1,0 \times 0,5 \times 0,02$ м, время задержки до начала срабатывания $(i + 1)$ -го источника $t = 0,03$ с, давление зарядки газа в источниках $P_z = 5 \cdot 10^5$ Па (полная энергия газа с учетом степени расширения $E_n = 40$ Дж).

Внешняя картина развития явления при численном моделировании соответствует результатам, полученным при кинорегистрации процесса в эксперименте. Так, наибольшее значение вектора скорости массива наблюдается у линии дневной поверхности. На рис. 2, *a* показано начало формирования снопа выброса, который представляет собой перевернутый конус с вершиной в центре заряда. Дисперсная фаза ускоряется и в горизонтальном направлении, однако ее скорость заметно ниже, чем при движении в сторону свободной поверхности. Это обусловлено противодействием эффективных напряжений в точках контакта частиц (рис. 2, *б*) при сжатии массива. Напряжения значительны в тех областях массива, где ограничено его смещение. Наибольшие напряжения возникают у донной поверхности транспортного лотка и убывают по мере приближения к дневной поверхности. В эпицен-

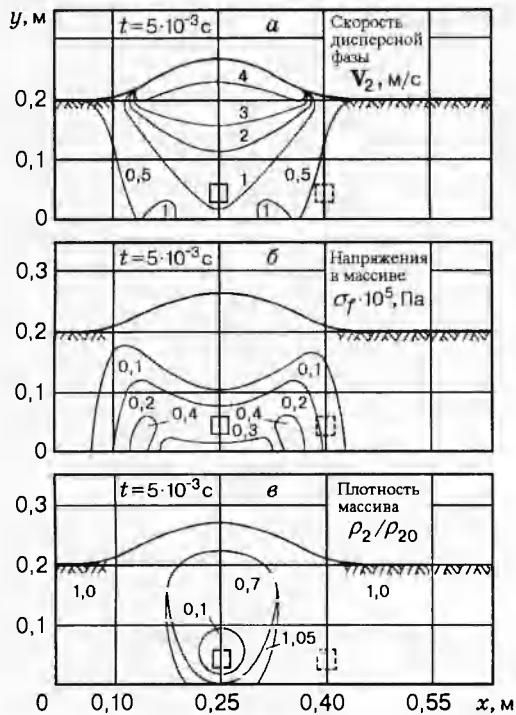


Рис. 2

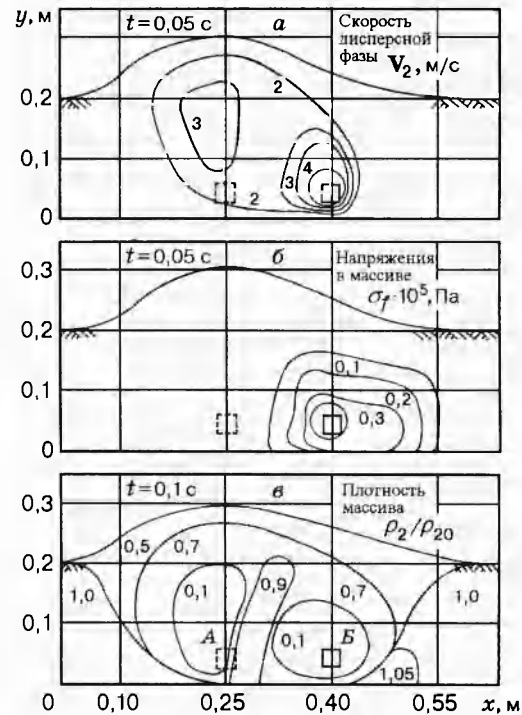


Рис. 3

тре выброса со стороны дневной поверхности в глубь массива распространяется волна разрежения, что согласуется также с данными на рис. 2, а.

Эволюцию дисперсной фазы иллюстрирует рис. 2, в. Наименьшая плотность на момент реального времени $t = 5 \cdot 10^{-3}$ с наблюдается в центре заряда, что характеризует начало образования камуфлетной полости. Плотность дисперсной фазы в ближней зоне к центру выброса меняется непрерывным образом, уменьшаясь при удалении от точки расположения источника энергии. В ближней к источнику зоне за пределами камуфлетной полости наблюдается некоторое повышение плотности относительно исходной (около $5 \div 6\%$), что характеризует паковку отдельных частиц сыпучего материала в более плотные агрегаты. В большей мере данное свойство проявляет себя у непроницаемой стенки транспортного лотка.

Особенности развития явления при срабатывании $(i + 1)$ -го источника характеризуются прежде всего несимметрией. Так, скорость массива имеет наибольшее значение со стороны камуфлетной полости, полученной в результате предыдущего выброса (рис. 3, а). Следовательно, дисперсная фаза, расположенная между источниками, имеет количество движения, вектор которого направлен в сторону транспортирования. Такая кинематика обусловлена как градиентом давления в несущей фазе, так и градиентом эффективных напряжений. Зоны повышенных напряжений (рис. 3, б) показаны изолиниями, которые смещены от центра $(i + 1)$ -го выброса в сторону жесткой донной поверхности транспортного лотка и в сторону невозмущенного i -м выбросом массива с исходной насыпной плотностью. Со стороны полости, полученной i -м выбросом, т. е. в направлении линии наименьшего сопротивления, интенсивность полей напряжений заметно ниже.

Перенос дисперсной фазы, расположенной между источниками, показан на рис. 3, в. Очевидно, что развитие $(i + 1)$ -го выброса вызывает менее значительный подъем массива над исходным уровнем дневной поверхности, это компенсируется движением его в сторону транспортирования. В результате полость А заполняется направленно движущейся

дисперсной фазой, а полость B развивается несимметрично, т. е. в сторону транспортирования.

Численный эксперимент позволяет расширить диапазон исследуемых параметров, что в физическом эксперименте иногда недостижимо. Так, в физическом эксперименте было сложно фиксировать изменение параметров в массиве при выбросе из двух источников с малой задержкой (около $2 \cdot 10^{-2}$ с), что осложняло анализ физической сути явления, которое в данном случае характеризовалось некоторым снижением показателя транспортирования [6]. Однако численное моделирование явления в этом диапазоне параметров показало, что раннее включение последующего источника вызывает встречное движение фрагментов массива в зоне между источниками. Это обуславливает обмен количеством движения, снижение горизонтального вектора скорости и повышение эффективных напряжений на границе между источниками, что является фактором, препятствующим смещению дисперсной фазы в сторону транспортирования.

2. Методы механики сыпучих сред основаны на представлении транспортируемого массива конгломератом отдельных частиц. Такой подход обусловлен характером протекания процесса, который сопровождается многократным импульсным газодинамическим воздействием на массив при его эволюции. Это определяет целесообразность принятия гипотезы о несвязности или же малой степени связности между отдельными частицами. В данном способе моделирования может быть учтен также один из механизмов направленного переноса массы, который связан с соударением частиц при их эволюции в пространстве. Моделирование массива перемещаемого материала конгломератом дискретных частиц исключает математические условности при описании разрывов в континууме дисперсной фазы при ее эволюции и дает наглядное представление о расположении их в пространстве.

В моделях механики сыпучих сред частицы имеют определенную форму и обладают всеми свойствами твердых тел. Смоделированная таким образом среда воспринимает внешние сжимающие нагрузки и не воспринимает растягивающих. Эволюция ее фрагментов обязательно сопровождается изменением объема, что вызвано паковкой частиц. В зависимости от формы поверхности частицы стремятся уложиться в агрегаты с определенным порядком расположения, что обуславливает изменение объема порового пространства. Пористость есть один из определяющих факторов развития явления и может быть описана зависимостью $\alpha_1 = 1 - \rho/\rho_2^0$ (ρ — масса единицы объема двухфазной среды, ρ_2^0 — истинная плотность твердого вещества, составляющего массив). В экспериментальных исследованиях [6] α_1 изменяется в пределах $0,15 \div 0,42$. На основании этого рассмотрим вопрос о корректности моделирования твердой фазы отдельными сферическими частицами, пакованными в агрегаты.

В [7] проводится математический анализ типов паковки зерен твердой фазы. Зерна представлены в виде равновеликих шаров, находящихся во взаимном контакте так, что они образуют в пространстве правильный порядок. Результаты анализа показывают, что пористость массива таких частиц в зависимости от типа паковок изменяется в пределах $0,29 \div 0,47$. Сравнивая данный показатель с диапазоном изменения α_1 в эксперименте, можно отметить, что экспериментальный диапазон изменения α_1 в основном соответствует показаниям, рассчитанным согласно паковке шарообразных частиц в агрегаты. Это говорит о возможности представления массива транспортируемого материала конгломератом отдельных шарообразных частиц.

Математическое описание процесса целесообразно строить на основе гетерогенной модели, учитывающей взаимопроникающее движение двух сред при наличии относительной скорости и определенного механизма их взаимодействия. Данная модель в большей мере применима для описания процесса движения среды с повышенным значением пористости

и малой концентрацией твердой фазы, т. е. когда различие скоростей фаз оказывает существенное влияние на параметры потока. Эти параметры в значительной степени определяются силами взаимодействия фаз. Исключая мелкомасштабные эффекты, в настоящей модели учитывали аэродинамическую, архимедову силы и силу присоединенных масс.

Сила аэродинамического сопротивления, действующая на отдельную частицу, находящуюся в стесненных условиях движения, может быть представлена посредством (1.6)–(1.10).

Архимедова сила, действующая на частицу, обусловлена градиентом давления в несущей среде и ускорением потока:

$$\mathbf{F}_a = \frac{4\pi a^3}{3} \rho_1^0 \left(\frac{d\mathbf{V}_1}{dt} - \mathbf{g}_1 \right). \quad (2.1)$$

Здесь \mathbf{g}_1 имеет смысл внешних массовых сил.

Сила присоединенных масс \mathbf{F}_m обусловлена инерционными эффектами, вызванными движением частицы в плотной среде; применительно к движению в газе частиц постоянных размеров и формы имеем

$$\mathbf{F}_m = \chi_m \rho_1^0 \alpha_1 \alpha_2 \left(\frac{d\mathbf{V}_1}{dt} - \frac{d\mathbf{V}_2}{dt} \right), \quad (2.2)$$

где χ_m — коэффициент присоединенной массы (для шара $\chi_m = 0,5$).

Гравитационная сила, действующая на отдельную частицу, может быть записана соотношением $\mathbf{F}_G = \rho_2 \mathbf{g} W_2$ (W_2 — объем твердой фазы в пределах расчетной ячейки).

Таким образом, уравнения движения одиночной частицы при отсутствии массо- и теплообмена в векторной форме имеют вид

$$m \frac{\partial \mathbf{V}_2}{\partial t} = \mathbf{F}_\mu + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_G$$

(\mathbf{V}_2 — вектор скорости твердой фазы).

Систему уравнений, описывающих течение газа в двумерных декартовых координатах, при наличии скачков уплотнения в области интегрирования целесообразно принять в виде нестационарных уравнений Эйлера:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 \mathbf{V}_1) &= 0, & \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 v_1 \mathbf{V}_1) + \frac{\partial P_1}{\partial x} - \mathbf{F}_s &= 0, \\ \frac{\partial \rho_1 u_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 u_1 \mathbf{V}_1) + \frac{\partial P_1}{\partial y} - \mathbf{F}_s &= 0, & \frac{\partial \rho_1 E_1}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho_1 E_1 \mathbf{V}_1) + \operatorname{div}(P_1 \mathbf{V}_1) &= 0. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{F}_s — суммарный вектор сил (1.10), (2.1), (2.2), действующих на единицу массы дисперсной фазы в ячейке расчетной области.

Для замыкания данной системы используется уравнение состояния: $P_1 = P_1(\rho_1, I_1)$. Удельная внутренняя энергия выражается через полную энергию E_1 и вектор скорости: $I_1 = E_1 - \mathbf{V}_1^2/2$. В окончательном виде $P_1 = (k-1)\rho_1(E_1 - \mathbf{V}_1^2/2)$.

При разработке численного алгоритма для описания течения газа применялся метод крупных частиц. Но в основу методики описания эволюции твердой фазы положен метод частиц в ячейках, который нагляден, дает близкую аналогию между расчетом и экспериментом, позволяет исследовать сложные явления в динамике многокомпонентных потоков. Однако одной из характерных особенностей этого метода является вычислительная неустойчивость процесса расчета. В классическом понимании использования метода подавление неустойчивости связывалось с увеличением числа частиц в одной ячейке эйлеровой сетки. Это обуславливает более гладкое изменение скачков параметров в расчетной области при переходе частицы из одной ячейки в другую. Однако, как показали проведенные

исследования, несмотря на интенсивное развитие средств вычислительной техники, такое решение вопроса устойчивости связано со значительным увеличением времени расчета. А учитывая то, что для моделирования столкновительных процессов на каждом шаге интегрирования необходим попарный перебор всех частиц, можно поставить под сомнение целесообразность построения такой модели.

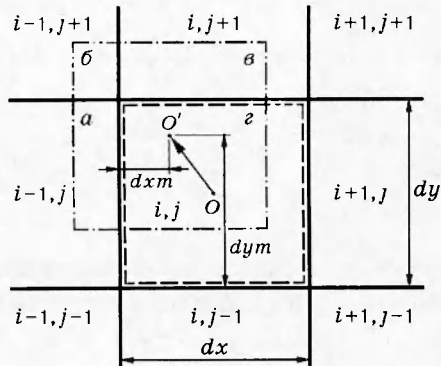


Рис. 4

В связи с этим для решения поставленной задачи использовался метод ячеисто-непрерывного представления дискретных частиц твердой фазы. На рис. 4 показана процедура переноса масс по данному методу. В начале процесса в ячейке расчетной области i, j находится масса M (одна частица) дисперсной фазы с местными координатами (в пределах ячейки) $0,5dx, 0,5dy$, что соответствует точке O . Значение M определяется заданными пористостью массива α_1 , объемом ячейки V_p и истинной плотностью твердой фазы: $M = V_p(1 - \alpha_1)\rho_2^0$. Условно считается, что масса частицы располагается внутри ячейки непрерывно и их границы совпадают (рис. 4, штриховые линии).

Далее, в результате воздействия несущей фазы частица смещается и в пределах ячейки i, j с размерами dx, dy занимает местные координаты dxm, dym (точка O'). Часть ее массы переносится в соседние ячейки (рис. 4, штрихпунктирные линии), а новые значения массы в них имеют вид

$$\text{а) } M_{(i-1,i)} = M_{(i-1,j)} + (dx/2 - dxm)(dy - dym + dy/2) dx \rho_2(1 - \alpha_1);$$

$$\text{б) } M_{(i-1,j+1)} = M_{(i-1,j+1)} + (dx/2 - dxm)(dym - dy/2) dx \rho_2(1 - \alpha_1);$$

$$\text{в) } M_{(i,j+1)} = M_{(i,j+1)} + (dx/2 + dxm)(dym - dy/2) dx \rho_2(1 - \alpha_1);$$

$$\text{г) } M_{(i,j)} = M_{(i,j)} + (dx/2 + dxm)(dy - dym + dy/2) dx \rho_2(1 - \alpha_1).$$

По аналогичному принципу организуется перенос масс при ином направлении вектора скорости $O - O'$.

Таким образом, в алгоритме организовано непрерывное перетекание масс. На устойчивость расчета влияет значение пористости и плотности газовой фазы, которые в данном случае меняются также непрерывным образом и определяются массой дисперсной фазы в ячейке. Так, пористость в ячейке слева $\alpha_{1(i-1,j)} = (V_p - M_{(i-1,j)}/\rho_2)V_p$, а плотность газа $\rho_{1(i-1,j)} = \rho_{1(i-1,j)}^0 \alpha_{1(i-1,j)}$.

Применение данного метода позволяет решить вопрос устойчивости алгоритма, что снижает время расчета, позволяет увеличить размеры расчетной области, а также дает возможность организовать учет соударения частиц между собой и с граничной поверхностью.

На следующем этапе шага интегрирования производится попарный перебор всех частиц с целью выявления тех из них, которые соударяются. В этом случае каждая частица имеет форму шара, а их взаимное положение до и после столкновения определяется геометрическими вычислениями и известными значениями векторов скорости. Радиус частицы находится через исходную пористость и размер ячеек расчетной области: $R = [3V_p(1 - \alpha_1)/(4\pi)]^{1/3}$.

Согласно исходному значению пористости и результатам [7], задается начальная упаковка частиц в агрегаты. При неупругом соударении частицы обмениваются импульсами и теряют часть количества движения. Экспериментальное определение коэффициента потерь при соударении частицы кварцевого песка с поверхностью приведено в [8].

Начальные и граничные условия в проведенных численных исследованиях по данной модели аналогичны описанным условиям для модели механики сплошных сред.

Шаг по времени выбирался для каждого расчетного цикла из условия $\Delta t = \min [Ku dy / (a_1 + |u_1|)]$, где a_1 — скорость звука в газе: $a_1 = [(kP_1)/\rho_1]^{0,5}$; Ku — коэффициент устойчивости (число Куранта). В исследованиях $Ku = 0,3 \div 0,5$.

Характер изменения параметров при математическом моделировании явления на этапе срабатывания первого источника иллюстрирует рис. 5. В опыте исходное давление газа в заряде принималось $P_z = 0,5$ МПа, полная энергия заряда с учетом степени расширения [6] $E_n = 21$ Дж, высота слоя 0,2 м, исходная пористость 0,3.

Результаты математического моделирования показывают, что в начале процесса при срабатывании i -го источника (см. рис. 1) идет симметричное развитие выброса относительно вертикальной оси, проходящей через этот источник. Изменение полей давления газа (рис. 5, а) ниже уровня дневной поверхности и над ней на момент реального времени $t = 1 \cdot 10^{-3}$ с представлено изолиниями. Рис. 5, а отражает качественное отличие характера распространения возмущения в поровом пространстве массива и в однородной атмосферной среде. Некоторое повышение давления в нижней части массива обусловлено наличием непротекаемой донной поверхности транспортного лотка.

На рис. 5, б показано изменение скорости распространения возмущения. Этот рисунок внешне соответствует характеру изменения полей давления. Наибольшая скорость в данный момент наблюдается в поровом пространстве.

Эволюция массива иллюстрируется рис. 5, в и соответствует результатам кинорегистрации процесса, полученным у прозрачной стенки транспортного лотка при экспериментальных исследованиях. Этот рисунок отражает момент деформирования камуфлетной полости в сторону дневной поверхности и начало развития воронки выброса.

Срабатывание $(i + 1)$ -го источника представлено на рис. 6. На данном этапе явление развивается несимметрично. График изменения давления газа (рис. 6, а) показывает, что наиболее интенсивно этот параметр проявляет себя у непротекаемой донной поверхности и в зоне невозмущенного первым взрывом массива. Со стороны полученной камуфлетной

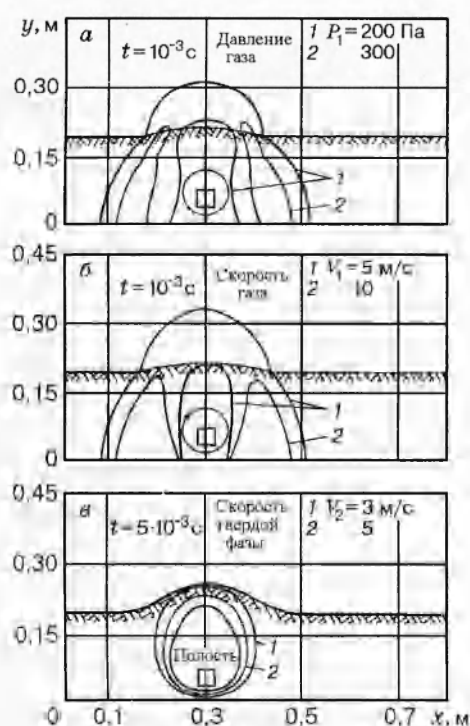


Рис. 5

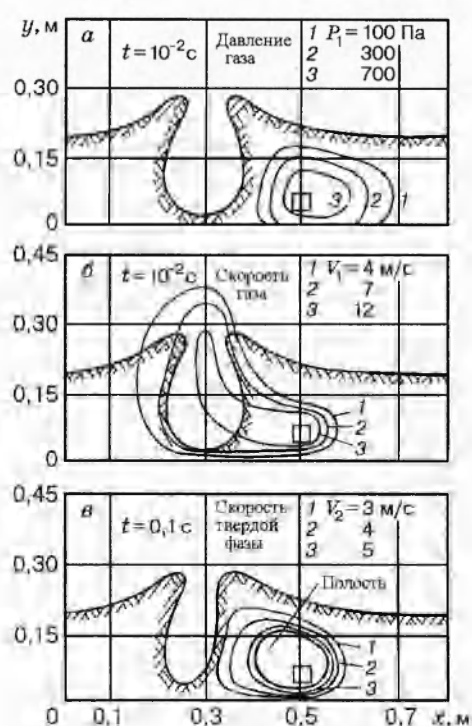


Рис. 6

полости давления незначительны, что также подтверждается интенсивным увеличением скорости газа в сторону свободного пространства раскрывающейся камуфлетной полости (рис. 6, б). Всплеск скорости газа распространяется и за пределы донной поверхности в зоне действия i -го выброса.

Скорость твердой фазы приведена изолиниями на рис. 6, в, где показано начало смещения массива у донной поверхности транспортного лотка. Необходимо отметить, что фрагменты, образующие свод раскрывающейся камуфлетной полости, в данный момент имеют радиальную скорость относительно центра i -го источника. Следовательно, эволюция фрагментов правее вертикальной оси i -го источника во многом определяется столкновением частиц. При таком взаимодействии массив, заключенный между источниками, получает вектор скорости, направленный в сторону транспортирования, т. е. в направлении источника, сработавшего первым.

Результаты математического моделирования дают удовлетворительное согласование эксперимента и расчета, что лежит в пределах 20 %.

Итак, использование разработанных моделей позволяет дать подробную иллюстрацию физической сути направленного взрыва в среде сыпучего материала, а также провести количественный анализ механики его транспортирования. Это может найти практическое применение при определении технических характеристик систем, реализующих данную технологию.

В численных исследованиях направленного физического взрыва модель механики сплошных сред в наибольшей мере пригодна для контроля напряжений в массиве транспортируемого материала, его паковки, фильтрационных процессов и теплообмена в фазах. Ее целесообразно использовать для описания процесса на камуфлетной стадии развития.

Модель механики сыпучих сред хорошо отражает развитие снопа выброса на атмосферном участке и эволюцию фрагментов с их соударениями. Она позволяет вести непрерывный контроль положения дискретных масс в пространстве и пригодна для описания процесса транспортирования в режиме получения воронок выброса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред. М.: Наука, 1978.
2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука, 1987.
3. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. М.: Наука, 1984.
4. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М.: Мир, 1971.
5. Бан А., Басниев К. С., Николаевский В. Н. Об основных уравнениях фильтрации в сжимаемых пористых средах // ПМТФ. 1961. № 6. С. 52-55.
6. Боровиков В. В., Иванов А. С., Пивак Б. А. Импульсный газодинамический способ транспортирования сыпучих материалов // Физ.-техн. проблемы разраб. полезн. ископаемых. 1995. № 3. С. 44-52.
7. Дересевич Г. Механика зернистой среды // Проблемы механики. Вып. 3. М.: Изд-во иностр. лит., 1961. С. 91-152.
8. Шваб В. А. Об основных закономерностях сопротивления в горизонтальных трубах при пневматическом транспорте. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1960. Т. 29.

*Поступила в редакцию 5/II 1996 г.,
в окончательном варианте — 19/VI 1996 г.*