

4. Carroll M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore-collapse relation for ductile porous materials.— J. Appl. Phys., 1972, vol. 43, N 4.
5. Bhatt J. J., Carroll M. M., Shatz J. F. A spherical model calculation for volumetric response of porous rocks.— J. Appl. Mech., 1975, vol. 42, N 2.
6. Дунин С. З., Сурков В. В. Уравнение состояния газонасыщенной среды.— Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1978, № 11.
7. Николаевский В. Н., Басниев К. С., Горбунов А. Т., Зотов Г. А. Механика насыщенных пористых сред. М., Недра, 1970.
8. Физика взрыва. М., Наука, 1975.
9. Кузнецов В. М. О среднем размере кусков, образующихся при дроблении горных пород взрывом.— ФТПРПИ, 1973, № 2.
10. Христофоров Б. Д., Лифшиц Л. Д., Белинский И. В., Аверин А. Н. Влияние пористости на параметры динамического сжатия NaCl.— Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли, 1971, № 8.
11. Уилкине М. Л. Расчет упругопластических течений.— В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., Мир, 1967.
12. Ловецкий Е. Е., Масленников А. М., Фетисов В. С. Сферический взрыв в радиально-неоднородной насыщенной пористой среде.— ФГВ, 1979, № 3.
13. Белинский И. В., Христофоров Б. Д. О диссипации энергии при подземном взрыве.— В сб.: Взрывное дело, № 76/33, 1976.
14. Компанец А. С. Ударные волны в пластически уплотняющейся среде.— ДАН СССР, 1956, т. 109, № 1.
15. Кошелев Э. А. О диссипации энергии при подземном взрыве.— ПМТФ, 1972, № 5.
16. Григорян С. С. К решению задачи о подземном взрыве в мягких грунтах.— ПММ, 1964, т. 28, № 6.
17. Ловецкий Е. Е., Масленников А. М., Фетисов В. С. Диссипация энергии при взрыве в пористой упругопластической среде.— ПМТФ, 1979, № 6.
18. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Наука, 1966.
19. Николаевский В. П. Механические свойства грунтов и теория пластичности.— Сер. Механика твердых деформируемых тел. Т. 6. ВИНТИ АН СССР, 1972.
20. Корявов В. П. Некоторые представления о зоне и фронте трещин.— ДАН СССР, 1962, т. 114, № 6.
21. Багдасярян А. Б. Точные решения задачи о действии взрыва в хрупкой твердой среде.— Изв. АН Арм ССР. Сер. Механика, 1968, т. 21, № 5—6.

УДК 622.235.5+539.374

## ВЗРЫВ В ЗЕРНИСТОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ДИЛАТАНСИЕЙ

*Е. Е. Ловецкий, В. К. Сироткин, Е. В. Сумин*

(Москва)

При рассмотрении взрыва в зернистых или хрупко-разрушаемых породах большее значение имеет правильное описание течения зернистой среды. Наиболее существенной особенностью течения такой среды являются эффекты перепакровки частиц, которые приводят не только к сдвиговым, но и к необратимым объемным деформациям. Обычно эти объемные деформации описываются в рамках дилатансионной модели [1]. Необходимо отметить, что величина и знак скорости дилатансии существенно зависят как от давления, так и от плотности [2—5]. В настоящее время при рассмотрении взрыва в таких средах делается предположение о постоянстве скорости дилатансии [6—9]. Однако такое предположение не позволяет учесть реальный характер динамического поведения среды и рассмотреть роль влияния начального состояния среды на результаты воздействия взрыва.

В настоящей работе на основе обработки экспериментальных данных получено выражение, определяющее зависимость скорости дилатансии от давления и плотности. С использованием этого результата решена задача о расширении сферической газовой полости в упругопластической дилатирующей среде. Основное внимание уделяется конечным характеристикам среды в окрестности полости. При решении этой задачи не учитывалось отличие прочностей неразрушенной и разрушенной среды, что можно сделать, если предположить, что сцепление мало по сравнению с сухим трением.

1. Рассмотрим сферически-симметричное движение в упругопластической пористой дилатирующей среде. Среда сжата литостатическим давлением  $p_h$ . Источником движения является полость начального радиуса

$a_0$ , заполненная адиабатически расширяющимися взрывными газами с начальным давлением  $p_0$  и показателем адиабаты  $\gamma$ .

Движение описывается уравнением неразрывности и уравнением движения

$$(1.1) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \left( \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} \right) = 0;$$

$$(1.2) \quad \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} \right) = - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{4}{3} \frac{\partial \tau}{\partial r} + \frac{4\tau}{r},$$

где  $r$  — расстояние от центра взрыва;  $t$  — время;  $u$  — массовая скорость;  $\rho$  — текущая плотность. Касательное напряжение  $\tau$  и давление  $p$  определяются по формулам  $\tau = (1/2)(\sigma_r - \sigma_\varphi)$ ,  $p = -(1/3)(\sigma_r + 2\sigma_\varphi)$ , где  $\sigma_r$  и  $\sigma_\varphi$  — радиальная и азимутальная компоненты тензора напряжения.

В зоне упругих деформаций изменения напряжений связаны со скоростями законом Гука:

$$(1.3) \quad \frac{d\tau}{dt} = G \left( \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right), \quad \frac{dp}{dt} = -K \left( \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} \right),$$

где  $d/dt = \partial/\partial t + u\partial/\partial r$ ;  $G$  — модуль сдвига;  $K$  — коэффициент объемного сжатия.

В среде будут происходить пластические деформации, если выполнено условие пластического течения. Для сферически-симметричного случая возьмем это условие в форме Мизеса — Губера — Шлейхера:

$$(1.4) \quad \frac{2}{\sqrt{3}} |\tau| = \alpha(\Lambda) p + Y,$$

где  $\alpha(\Lambda)$  — коэффициент трения, зависящий от скорости дилатансии  $\Lambda$ ;  $Y$  — сцепление. Зависимость  $\alpha(\Lambda)$  была получена в работе [1] из обработок экспериментов для различных типов разных песков и имеет вид

$$(1.5) \quad \alpha(\Lambda) = \frac{1}{2,11} (1,52 + 1,38\Lambda - \Lambda^2).$$

В процессе пластического течения изменение плотности разрушенной породы связано как с упругими деформациями, так и с переупаковкой частиц, которая и приводит к эффекту дилатансии. В сферически-симметричном случае уравнение, описывающее объемные деформации среды с учетом эффекта дилатансии, имеет вид [1]

$$(1.6) \quad \frac{\partial u}{\partial r} + 2 \frac{u}{r} + \frac{1}{K} \left( \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{2}{\sqrt{3}} \Lambda(p, \rho) \left| \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} - \frac{1}{G} \frac{d\tau}{dt} \right|.$$

Экспериментальные работы [2—4] позволили сделать вывод, что скорость дилатансии  $\Lambda$  является переменной величиной и зависит от давления и плотности. В частности, она может принимать как положительные, так и отрицательные значения, соответствующие разрыхлению или уплотнению породы.

Дилатансионные свойства изучались в работе [3] в экспериментах по октаэдрическому сдвигу для песков. При различных давлениях построены кривые зависимости изменения объема от осевой деформации. При малых давлениях песок разуплотняется (как указывалось в [5], разуплотнение образца отвечает тому, что его текущая пористость  $m$  ниже критической пористости  $m_*(p)$  при данном давлении). С ростом давления скорость дилатансии уменьшается, и при больших давлениях песок начинает уплотняться. Состояние с критической пористостью характеризуется пластическим сдвигом без изменения объема. По мере деформирования образца каждая из построенных кривых стремится к некоторому постоянному значению. Это соответствует тому, что пористость образца приближается к

критической. Кривая зависимости критической пористости  $m_*(p)$  от давления хорошо аппроксимируется выражением вида

$$m_*(p) = 0,46 - 0,02 \left( \ln \frac{p}{p_1} \right)^{1,35},$$

где  $p_1$  выбиралось из соображений удобства и равно  $1 \text{ кг/см}^2$ . Из полученной формулы следует, что критическая пористость уменьшается с ростом среднего давления в образце. Выражение для скорости дилатансии  $\Lambda(p, \rho)$  выбиралось в виде функции отношения  $\rho_*/\rho$ , где  $\rho_*(p) = \rho_m(1 - m_*(p))$  — критическая плотность, соответствующая критической пористости  $m_*(p)$  и определяемая соотношением  $\Lambda(\rho_*) \equiv 0$ . Здесь  $\rho_m$  — плотность минеральных составляющих. Простейший вид  $\Lambda(p, \rho)$ , соответствующий указанному свойству, определяется формулой

$$\Lambda(p, \rho) = \Lambda_0 \left( 1 - \frac{\rho_*(p)}{\rho} \right).$$

Коэффициент  $\Lambda_0$  определялся из экспериментальных данных [6], согласно которым  $\Lambda_0 = 0,5$ .

2. Система уравнений (1.1) — (1.6) записывалась в конечно-разностной форме, аналогичной [10], имеющей второй порядок точности по времени и координате. Для размазывания гидродинамических разрывов вводилась искусственная линейно-квадратичная вязкость. Точность счета контролировалась по закону сохранения полной энергии системы. Во время решения проводился пересчет координатной сетки [10], который заключается в увеличении размеров пространственной лагранжевой ячейки.

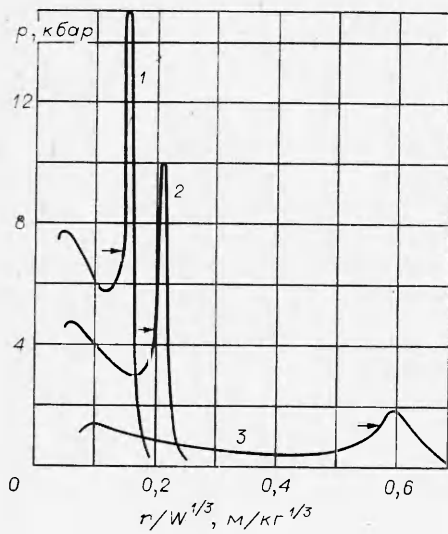
Результаты численных расчетов приведены на фиг. 1—6. На фиг. 1 показана зависимость давления от приведенного расстояния  $rW^{-1/3}$

( $W = \frac{4}{3} \pi a_0^3 \frac{r_0}{\gamma - 1}$  — энергия взрыва) на три момента времени  $t_1 = 6t_0$ ,  $t_2 = 9t_0$  и  $t_3 = 27t_0$  (кривые 1—3 соответственно). Здесь  $t_0 = a_0/c_l$  ( $c_l$  — скорость продольных волн, а  $v_0$  — начальный удельный объем). Стрелки указывают начало зафронтного пластического течения. Фиг. 1, 3 описывают поведение среды с начальной пористостью  $m_0 = 15\%$  ( $1 - m_0 = 1/\rho_m v_0$ ). Численные расчеты проводились с начальным литостатическим давлением  $p_h = 0,2$  кбар,  $K = 0,52$  Мбар,  $G = 0,24$  Мбар,  $\gamma = 1,4$ .

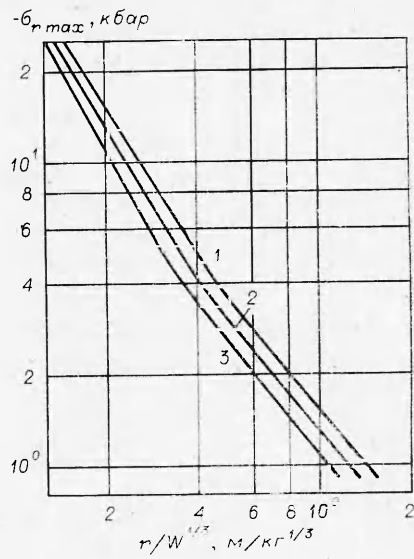
Из фиг. 1 видно, что зависимость давления от расстояния определяется двумя факторами. Во-первых, по среде распространяется волна сжатия, амплитуда которой затухает с пройденным волной расстоянием. Во-вторых, вблизи полости возникают напряжения, которые определяются динамикой движения среды за фронтом волны сжатия. Заметим, что зависимость этих напряжений от расстояния имеет немонотонный характер. Такой характер поведения был предсказан на основе решения модельной задачи в работах [8, 9]. Следует отметить, что указанная немонотонность сохраняется и в поведении остаточных напряжений. Основной характер зависимости остаточных напряжений от расстояния аналогичен полученному в [9].

Затухание амплитуды волны сжатия существенно зависит от начальной пористости. Зависимость максимальных радиальных напряжений  $\sigma_{r\max}$  в волне сжатия от расстояния для различных пористостей приведена на фиг. 2. Здесь кривые 1—3 построены для начальных пористостей 5; 15 и 25% соответственно. На кривой зависимости максимальных радиальных напряжений от расстояния наблюдается характерный излом, координату которого  $r_*$  с хорошей точностью можно аппроксимировать зависимостью вида

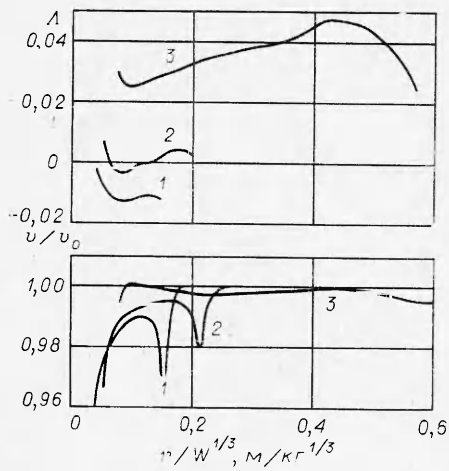
$$r_* W^{-1/3} = 0,56 - 0,9m.$$



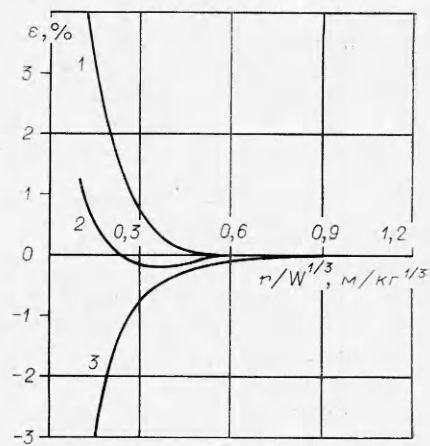
Ф и г. 1



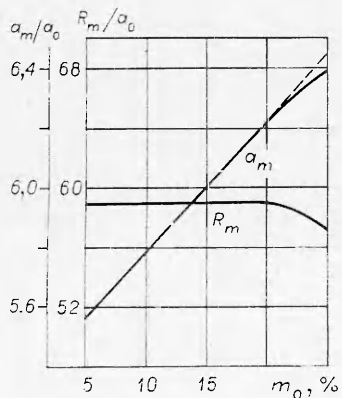
Ф и г. 2



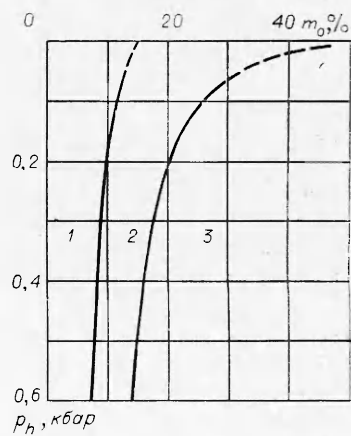
Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5



Ф и г. 6

Этот излом связан с отрывом волны сжатия от фронта пластического течения и образованием упругого предвестника. Характер затухания на малых расстояниях имеет вид  $\sigma_r \max \sim r^{-\beta}$ , где коэффициент  $\beta$  зависит от пористости. Так, для пористости  $m_0 = 5\%$   $\beta = 1,6$ , а при пористости  $m_0 = 25\%$   $\beta = 1,8$ . В упругой области течения коэффициент  $\beta \approx 1$  для всех пористостей. Небольшое отличие  $\beta$  от единицы может быть связано с использованием искусственной вязкости.

Перейдем к анализу изменения плотности среды в процессе расширения полости. Необходимо отметить, что изменение определяется как обратимыми упругими деформациями, так и необратимыми деформациями, связанными с эффектом дилатансии. Графики зависимости скорости дилатансии и относительного удельного объема  $v/v_0$  от приведенного расстояния приведены на фиг. 3 на те же моменты времени, что и на фиг. 1 (кривые 1—3 соответственно). Видно, что в области волны сжатия изменения объема носят в основном упругий характер. Именно с упругими деформациями связан пик плотности (минимум удельного объема) в области волны сжатия, который хорошо виден на фиг. 3. Непосредственно за фронтом волны сжатия начинается пластическое течение, которое приводит к необратимым объемным деформациям, связанным с эффектом дилатансии. Следует отметить, что с увеличением начальной пористости величина  $\alpha$  в выражении (1.4) уменьшается. При этом фронт пластического течения приближается к фронту волны сжатия. Для достаточно больших пористостей ( $m_0 > 40\%$ ) фронт пластического течения совпадает с фронтом волны сжатия до тех пор, пока волна сжатия не вырождается в упругий предвестник. Из графика скорости дилатансии  $\Lambda$  видно, что в процессе расширения полости возможны три режима необратимых деформаций. На начальном этапе, когда давление во всей области, охваченной пластическим течением, велико, скорость дилатансии отрицательна, и поэтому происходит необратимое уплотнение среды (кривая 1 на фиг. 3). Затем скорость дилатансии становится знакопеременной (кривая 2). Однако из-за небольшой величины сдвиговых деформаций на начальном этапе взрывного движения эта знакопеременность слабо сказывается на кривой зависимости удельного объема. В дальнейшем давление падает и скорость дилатансии становится положительной во всей пластической области (кривая 3). При этом из-за немонотонной зависимости скорости дилатансии от расстояния возникает немонотонность в поведении удельного объема.

Необходимо отметить, что указанная картина поведения скорости дилатансии существенно зависит от начальной пористости. Так, при больших пористостях реализуется только первый режим, когда происходит только уплотнение среды. При малых начальных пористостях коэффициент дилатансии оказывается всегда положительным.

Указанные особенности деформации среды в процессе расширения полости наиболее ярко проявляются в зависимости остаточных объемных деформаций  $\epsilon$  ( $\epsilon = v/v_0 - 1$ ) от расстояния, которая приведена на фиг. 4. Кривые 1—3 соответствуют начальным пористостям 5; 15 и 25%. Видно, что при малых пористостях (кривая 1) вблизи полости образуется зона разрыхления. Размер этой зоны составляет примерно половину конечного радиуса зоны пластического течения. С увеличением пористости зависимость остаточных объемных деформаций от приведенного расстояния приобретает немонотонный характер (кривая 2). И наконец, при дальнейшем увеличении пористости вблизи полости образуется зона уплотнения (кривая 3). Указанная немонотонность в поведении остаточного удельного объема приводит к тому, что на приведенных расстояниях  $rW^{-1/3} \approx 0,25 - 0,6$  образуется зона с пониженной пористостью. Используя полученные результаты, можно исследовать характер поведения проницаемости  $k$ , если воспользоваться связью между проницаемостью и пористостью [11]  $k \sim m^l$ , где для песка  $l \approx 10$ . Таким образом, в рассмотренном случае

немонотонного поведения остаточных объемных деформаций  $\epsilon$  в окрестности полости возникает зона с пониженной проницаемостью.

На фиг. 5 приведена зависимость относительных конечных радиусов полости  $a_m/a_0$  и радиусов зоны пластического течения  $R_m/a_0$  от начальной пористости среды, откуда следует, что с ростом пористости конечный радиус полости линейно растет. Однако, начиная с  $m_0 > 20\%$ , зависимость  $a_m(m_0)$  приобретает нелинейный характер и  $a_m$  начинает возрастать медленнее. Конечный радиус зоны пластического течения  $R_m$  при небольших пористостях является постоянной величиной, а при  $m_0 > 20\%$  начинает медленно уменьшаться.

Конечные размеры полости и зоны пластического течения обуславливаются следующими двумя факторами. Учет эффекта разрыхления среды приводит к тому, что конечный радиус полости уменьшается [7], а конечный радиус зоны пластического течения увеличивается [9]. Кроме того, на конечные размеры указанных величин существенное влияние оказывает коэффициент трения (прочность среды). В работах [7, 9] показано, что при  $\Lambda = \text{const}$   $a_m$ ,  $R_m$  уменьшаются с ростом коэффициента трения. Возрастание пористости приводит к падению прочности и к уменьшению скорости дилатансии. Для небольших пористостей оба эти фактора способствуют увеличению конечного радиуса полости. При  $m_0 > 20\%$  скорость дилатансии становится отрицательной. В области отрицательных  $\Lambda$  зависимость  $a_m(\Lambda)$  становится более слабой, в то время как характер зависимости  $a_m(\alpha)$  не изменяется. Это приводит к тому, что зависимость  $a_m(m_0)$  становится также более слабой. Для конечного радиуса зоны пластического течения рассмотренные факторы при небольших пористостях компенсируют друг друга. В области отрицательных  $\Lambda$  зависимость  $R_m(\Lambda)$  становится более сильной, характер же  $R_m(\alpha)$  не меняется. Это и приводит к полученной зависимости  $R_m$  от начальной пористости.

Характер изменения пористости в процессе взрыва определяется как начальной пористостью  $m_0$ , так и литостатическим давлением  $p_h$ . В данной работе исследовано также влияние литостатического давления на характер остаточных объемных деформаций. Результаты этого исследования представлены на фиг. 6, где приводятся следующие области: остаточного разрыхления 1, остаточного уплотнения 3 и немонотонного поведения остаточной пористости 2. Расчеты проводились до литостатического давления  $p_h = 0,05$  кбар, а при меньших давлениях они экстраполировались, что отмечено штриховыми линиями. Исходя из фиг. 6, можно определить также характер проницаемости среды после взрыва. Ясно, что при соотношении начальной пористости и литостатического давления, соответствующего области 1, будет происходить улучшение фильтрационных свойств в зоне пластического течения. Область 2 соответствует тому, что вблизи полости происходит увеличение проницаемости, а на больших расстояниях проницаемость уменьшается (см. фиг. 4). В области 3 происходит ухудшение фильтрационных свойств в зоне пластического течения.

3. В данной работе рассмотрен взрыв в среде с учетом зависимости скорости дилатансии и прочности среды от давления и плотности. Показано, что начальная пористость оказывает заметное влияние на характер распространения ударных волн в зернистых средах. В частности, с ростом пористости увеличивается степень затухания максимальных радиальных напряжений, увеличивается конечный размер полости. Размер зоны пластического течения слабо зависит от начальной пористости при  $m_0 < 20\%$  и начинает уменьшаться с ростом пористости при  $m_0 > 20\%$ .

Наиболее существенно начальная пористость влияет на характер поведения остаточных объемных деформаций. Так, с ростом пористости и увеличением литостатического давления происходит изменение поведения остаточных деформаций от разрыхления к уплотнению. При промежуточных значениях пористости может наблюдаться немонотонный характер

остаточных объемных деформаций: разрыхление вблизи полости и уплотнение на больших расстояниях.

Авторы выражают благодарность Бовту А. Н., Николаевскому В. Н. за полезные обсуждения в процессе постановки задачи.

Поступила 10 I 1980

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Николаевский В. Н., Сырников Н. М., Шефтер Г. М. Динамика упругопластических дилатирующих сред.— В сб.: Успехи механики деформируемых сред. М., Наука, 1975.
2. Bishop A. W. The strength of soils as engineering materials.— *Geotechnique*, 1966, vol. 16, N 2.
3. Vesic A. S., Clough G. W. Behaviour of granular materials under high stresses.— *Proc. ASCE, J. Soil Mech. and Found. Div.*, 1968, vol. 94, N 3.
4. Crouch S. L. Experimental determination of volumetric strain in failed rock.— *Int. J. Rock. Mech. and Mining Sci.*, 1970, vol. 7, N 6.
5. Cazagrande A. Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of slopes and earth fills.— *J. Boston Soc. Civil Eng.*, 1936, p. 257—276.
6. Родионов В. Н., Адушкин В. В. и др. Механический эффект подземного взрыва. М., Недра, 1971.
7. Дунин С. З., Сироткин В. К. Расширение газовой полости в хрупкой породе с учетом дилатансионных свойств грунта.— *ПМТФ*, 1977, № 4.
8. Артышев С. Г., Дунин С. З. Ударные волны в дилатирующих и недилатирующих средах.— *ПМТФ*, 1978, № 4.
9. Дунин С. З., Сироткин В. К., Сумин Е. В. О характере состояния среды в окрестности полости, расширяющейся в дилатирующей среде.— *ПМТФ*, 1979, № 3.
10. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений.— В сб.: Вычислительные методы в гидродинамике. М., Мир, 1967.
11. Николаевский В. Н., Басниев К. С. и др. Механика насыщенных пористых сред. М., Недра, 1970.

УДК 539.3

### РАВНОПРОЧНОЕ ОТВЕРСТИЕ В ПЛАСТИНЕ ПРИ НЕОДНОРОДНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Н. И. Остросаблин

(Новосибирск)

Пусть напряженное состояние в сплошной пластине определяется функциями Колосова — Мухелишвили [1]:

$$(1) \quad \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) = \Phi_0(z) + \overline{\Phi_0(z)},$$

$$\frac{1}{2i} (\sigma_y - \sigma_x) + i\tau_{xy} = \bar{z}\Phi_0'(z) + \Psi_0(z),$$

где  $\Phi_0(z) = \phi_0'(z)$ ,  $\Psi_0(z) = \psi_0'(z)$  — известные голоморфные в области пластины функции комплексной переменной  $z = x + iy$ , удовлетворяющие заданным условиям на границе пластины.

Сделаем в пластине некоторое отверстие с контуром  $L$ , к которому приложим постоянные нормальные и касательные усилия

$$(2) \quad \sigma_n = p, \tau_{nt} = \tau, z \in L,$$

здесь  $(n, t)$  — система координат, связанная с нормалью и касательной к контуру  $L$ , ориентированная так же, как система координат  $(x, y)$ . При обходе  $L$  область, занятая материалом, остается слева. Из-за отверстия в пластине произойдет перераспределение напряжений. Напряженное состояние в пластине с отверстием можно представить через функции

$$(3) \quad \Phi(z) = \Phi_0(z) + \Phi_1(z), \Psi(z) = \Psi_0(z) + \Psi_1(z),$$