

ЛИТЕРАТУРА

1. Будаев В. С. К оценке степени анизотропии упругих сред.— ПМТФ, 1975, № 4.
2. Ашкенази Е. К. Анизотропия машиностроительных материалов. Л., «Машиностроение», 1969.
3. Будаев В. С. Упругие волны в кристаллах и анизотропных средах.— ПМТФ, 1974, № 6.
4. Будаев В. С. Об одной краевой задаче динамической теории упругих анизотропных сред.— ПМТФ, 1974, № 3.
5. Шульце Г. Металлофизика. М., «Мир», 1971.
6. Будаев В. С. Распространение колебаний от сосредоточенного импульсного источника в упругой анизотропной среде.— ПМ, 1973, т. 9, № 2.
7. Будаев В. С. К плоской задаче Лэмба для упругой анизотропной полуплоскости.— «Изв. АН СССР. МТТ», 1975, № 3.

УДК 534.121.1 : 539.382.4

МОДЕЛЬ ТРЕЩИНЫ КАК ИЗЛУЧАТЕЛЯ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

Л. А. Маслов

(Хабаровск)

За последние два десятилетия интенсивно начал разрабатываться новый метод исследования процессов разрушения, основанный на регистрации механических колебаний, генерируемых дефектами среды [1]. В задачи нового метода входят: выделение полезного сигнала из посторонних шумов, идентификация типа дефекта, определение его характерных размеров, оценка опасности возникшей ситуации. Решение указанных задач имеет важное значение в таких практических приложениях, как неразрушающий контроль качества и техническая диагностика материалов и изделий. Большой интерес поэтому представляет исследование спектра сигналов, вызываемых образованием макроскопических трещин, как заключительной и, следовательно, самой опасной фазы разрушения.

В работе сформулированы кинематические характеристики трещины как излучателя упругих колебаний. Рассмотрены пространственный и временной спектры динамических перемещений, вызванных появлением в тонкой пластине развивающейся трещины. Получены соотношения между спектральными характеристиками распространяющихся возмущений и параметрами разрыва.

1. Предполагаем, что реализуется плоское напряженное состояние, материал изотропный, упругий вплоть до разрыва, отрыв нормальный. В среде имеют место волновые уравнения

$$(1.1) \quad \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2}; \quad \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

с начальными и граничными условиями

$$(1.2) \quad u = v = du/dt = dv/dt = 0, \quad t = 0;$$

$$(1.3) \quad u = 0 \quad \text{при } |y| \geq l, \quad x = 0;$$

$$\sigma_x = q \text{ при } |y| \leq l, x = 0,$$

где u, v — перемещения по x и y ; $2l$ — длина трещины; t — время; φ и ψ — продольный и поперечный потенциалы; c_1 и c_2 — их скорости распространения (потенциалы φ и ψ , напряжения и перемещения связаны известными зависимостями [2]). В условиях (1.3) величина q — нагрузка (постоянная), действующая на берега трещины в направлении оси x . В данном случае применяется принцип суперпозиции напряженно-деформированного состояния, что оправдано линейной постановкой задачи. Таким образом, задача распространения волн «разгрузки» заменяется задачей распространения волн «нагрузки» (зеркально-симметричной задачей). Однако в приведенном подходе (задача (1.1) — (1.3)) физическая интерпретация полученных результатов оказывается достаточно сложной. Возможен иной способ описания развивающегося дефекта — заданием его кинематических характеристик. В таком случае граничные условия (1.3) можно записать в виде

$$(1.4) \quad u = 0 \text{ при } |y| \geq l, x = 0;$$

$$u = u_0 \text{ при } |y| \leq l, x = 0;$$

$$(1.5) \quad \tau_{xy} = 0 \text{ при } |y| \leq \infty, x = 0,$$

где u_0 — кинематическая функция источника. Начальные условия записываются в той же форме, что и в (1.2). Применяя преобразования Лапласа — Фурье (ЛФ) к уравнениям (1.1), приходим к обыкновенным дифференциальным уравнениям второго порядка

$$(1.6) \quad \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dx^2} = (\omega^2 + p^2 c_1^{-2}) \bar{\varphi};$$

$$\frac{d^2 \bar{\psi}}{dx^2} = (\omega^2 + p^2 c_2^{-2}) \bar{\psi},$$

где $p = \alpha + i\gamma$ — параметр преобразования Лапласа по времени t ; ω — параметр преобразования Фурье по координате y . Общее решение уравнений (1.6) имеет вид

$$\bar{\varphi} = A e^{-x \sqrt{\omega^2 + c_1^{-2} p^2}} + \tilde{A} e^{x \sqrt{\omega^2 + c_1^{-2} p^2}};$$

$$\bar{\psi} = B e^{-x \sqrt{\omega^2 + c_2^{-2} p^2}} + \tilde{B} e^{x \sqrt{\omega^2 + c_2^{-2} p^2}}.$$

Полагая, что $\bar{\varphi}, \bar{\psi} \rightarrow 0$ при $x \rightarrow 0$, получим $\tilde{A} = \tilde{B} = 0$.

Применим преобразование ЛФ к граничным условиям (1.4), (1.5) задачи. Условие (1.4) запишется в виде

$$(1.7) \quad -A \sqrt{\omega^2 + c_1^{-2} p^2} + i\omega B = \bar{u}_0,$$

а условие (1.5) в виде

$$(1.8) \quad i\omega A \sqrt{\omega^2 + c_1^{-2} p^2} + \left(\omega^2 + \frac{1}{2} c_2^{-2}\right) B = 0.$$

Решая совместно (1.7), (1.8), находим

$$A = -\bar{u}_0 \frac{2\omega^2 + c_2^{-2}p^2}{c_2^{-2}p^2 (\omega^2 + c_1^{-2}p^2)^{1/2}},$$

$$B = \bar{u}_0 \frac{2i\omega}{c_2^{-2}p^2}.$$

Отсюда искомое решение записывается в виде

$$\bar{\varphi} = -\bar{u}_0 \frac{2\omega^2 + c_2^{-2}p^2}{c_2^{-2}p^2 (\omega^2 + c_1^{-2}p^2)^{1/2}} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_1^{-2}p^2}};$$

$$\bar{\psi} = \bar{u}_0 \frac{2i\omega}{c_2^{-2}p^2} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_2^{-2}p^2}}.$$

Переходя к перемещениям u , v , w , получаем их спектры

$$(1.9) \quad \bar{u} = \bar{u}_0 \left(\frac{2\omega^2 + c_2^{-2}p^2}{c_2^{-2}p^2} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_1^{-2}p^2}} - \frac{2\omega^2}{c_2^{-2}p^2} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_2^{-2}p^2}} \right);$$

$$\bar{v} = \bar{u}_0 \left(-i\omega \frac{2\omega^2 + c_2^{-2}p^2}{c_2^{-2}p^2 (\omega^2 + c_1^{-2}p^2)^{1/2}} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_1^{-2}p^2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{2i\omega (\omega^2 + c_2^{-2}p^2)^{1/2}}{c_2^{-2}p^2} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_2^{-2}p^2}} \right);$$

$$\bar{w} = \bar{u}_0 \left(\frac{\mu d}{2(1-\mu)} c_1^{-2}p^2 \frac{2\omega^2 + c_2^{-2}p^2}{c_2^{-2}p^2 (\omega^2 + c_1^{-2}p^2)^{1/2}} e^{-x\sqrt{\omega^2 + c_1^{-2}p^2}} \right).$$

Перемещения w выражаются через u и v с учетом гипотезы плоского напряженного состояния соотношением

$$w = -[\mu d/2(1-\mu)](\partial u/\partial x + \partial v/\partial y),$$

где d — толщина пластины. Из соотношений (1.9) нетрудно видеть, что, измеряя спектры перемещений u , v или w , можно определить функцию \bar{u}_0 и, применяя обратное преобразование ЛФ, восстановить физический процесс образования трещины. Кроме того, функция \bar{u}_0 является модулирующей по отношению к выражениям, заключенным в скобки в (1.9). Следовательно, ее нули (либо экстремумы) также будут являться нулями (экстремумами) функций u , v , w .

Вопрос, таким образом, сводится к отысканию функции u_0 , т. е. к построению модели трещины как излучателя упругих колебаний. Однако моделирование разрушения на основе экспериментальных данных не представляется возможным в силу ряда причин (например, его высокая скорость, малая величина раскрытия трещины). Поэтому исследование поведения трещины как источника упругих колебаний производилось с помощью ЭЦВМ. Задача (1.1) — (1.3) была преобразована к конечно-разностной схеме, запрограммирована на языке «Алгол-60» и решена на ЭЦВМ «Минск-22М». Для представления производных использовались формулы центральных разностей первого приближения. Интегрирование

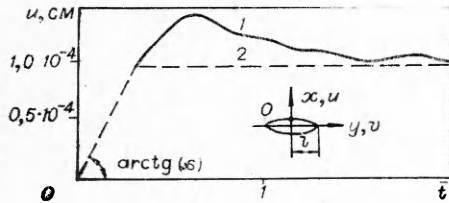
производилось по явной трехслойной схеме. Особое внимание при этом обращалось на выбор параметров, обеспечивающих устойчивость метода и сходимость вычислительного процесса [3].

2. Численным способом в постановке (1.1) — (1.3) решена следующая задача: образование внутренней трещины постоянной длины L в прямоугольной пластине конечных размеров, края которой жестко защемлены. Варьировались параметры: константы материала, размеры пластины, нагрузка на берега трещины и ее длина. Решение давало возможность изучить развитие волнового процесса, вызванного образованием дефекта. При анализе численного решения внимание уделялось временной и пространственной формам раскрытия трещины как непосредственному источнику возмущений. Учитывая конечные размеры пластины, рассматривали числовые данные на отрезке времени от момента разрыва силовых связей между частицами материала (в зеркальной постановке — от момента приложения нагрузки q) до времени, соответствующему приходу отраженной от границы пластины волны. В результате оказалось возможным величину u_0 — кинематическую функцию источника — с большой степенью точности представить функцией вида

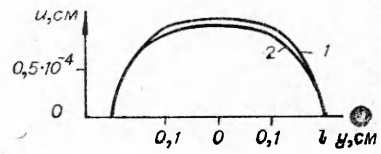
$$(2.1) \quad u_0 = \begin{cases} st & \text{при } 0 \leq t \leq T(y) \\ sT(y) & \text{при } t \geq T(y), \end{cases}$$

где $T(y) = (2/c_1)(l^2 - y^2)^{1/2}$; $s = q/\rho c_1$; ρ — плотность материала.

На фиг. 1 приведена зависимость формы движения точки O поверхности трещины от времени — кривая 1; кривая 2 — функция u_0 при



Фиг. 1



Фиг. 2

$y = 0$. Расчет производился для следующих значений исходных параметров: $q = 500$ кг/см²; $L = 0,4$ см; $c_1 = 4,9 \cdot 10^5$ см/с; $\rho = 0,78 \cdot 10^{-5}$ кг·с²/см⁴. На фиг. 2 представлена геометрическая форма раскрытия трещины (кривая 1) в момент времени $\bar{t} = 2$, $\bar{t} = tc_1/a$, где $a = 1,4$ см — расстояние от оси разрыва до края пластины; кривая 2 — величина статического раскрытия трещины, определяемая формулой Вестергаарда [4]. Из приведенных данных видно, что процесс образования трещины можно рассматривать как переходный из начального, бездефектного, состояния в состояние статического равновесия, определяемое формулой Вестергаарда. Время раскрытия трещины T (время действия источника) определяется ее длиной и не зависит от величины напряжений q , которые определяют скорость s раскрытия трещины (или крутизну переднего фронта механического импульса источника). Результаты проведенного анализа выражены соотношением (2.1). Применяя к (2.1) преобразование ЛФ, получаем

$$(2.2) \quad \bar{u}_0 = \frac{q}{\rho c_1^2} \int_{-l}^{+l} \frac{1}{p^2} (1 - e^{-pT(y)}) e^{i\omega y} dy.$$

Для дальнейшего упрощения анализа примем $y = 0$ в выражении $T(y)$, т. е. положим $T(y) = L/c_1$ (последнее равносильно замене эллиптической формы раскрытия трещины прямоугольной). Тогда из (2.2) следует

$$(2.3) \quad \bar{u}_0 = \frac{q}{i\rho c_1^2 p \omega} R(p) Q(\omega),$$

где $R(p) = 1 - e^{-pL/c_1}$ — фактор, обусловленный временной формой раскрытия трещины; $Q(\omega) = e^{i\omega l} - e^{-i\omega l}$ — фактор, обусловленный геометрией трещины, ее линейной протяженностью. Учитывая вышесказанное, можно видеть, что нули модуля спектральной плотности исследуемого сигнала, определяемые фактором $R(p)$, расположены через интервал частот

$$(2.4) \quad \Delta f = c_1/L.$$

Здесь $f = \gamma/2\pi$. (Так как интеграл (2.2) является сходящимся при $\alpha > 0$, то при выводе (2.4) из соотношения (2.3) положено $\alpha \rightarrow 0$.) Отсюда следует, что, измеряя спектр сигналов акустической эмиссии, вызываемой трещинообразованием, можно определить длину дефекта.

Определять длину трещины можно, измеряя пространственный спектр механических колебаний, обусловленный фактором $Q(\omega)$, и получить соотношение, аналогичное (2.4). Однако, учитывая, что ω в системе принятых обозначений — параметр разложения по координате y , приходим к необходимости применения нескольких параллельно включенных преобразователей для восстановления пространственного спектра вместо одного при определении временного спектра. Анализ выражения $Q(\omega)$ позволяет сделать вывод о направленном характере излучения от трещины, аналогичном направленности электромагнитного излучения от коротковолнового вибратора, что весьма важно при выборе наиболее рационального места установки регистрирующих преобразователей.

Рассматривая интервал частот между $f = 0$ и первым нулем спектра, можно говорить о его ширине, равной Δf . Принимая во внимание приближенное соотношение $\Delta f T \approx 1$, из (2.4) получаем связь между некоторой временной характеристикой распространяющегося сигнала и длиной трещины

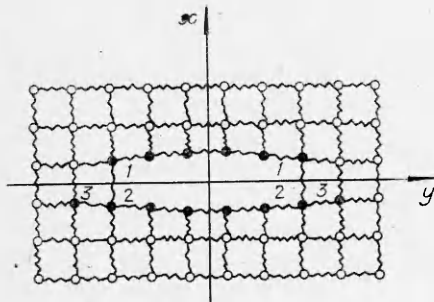
$$(2.5) \quad L = c_1 T.$$

Справедливость последнего соотношения подтверждается при анализе результатов численного решения.

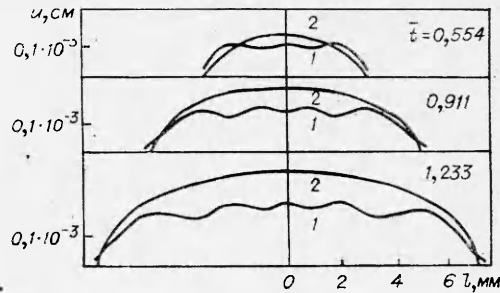
Интересно отметить следующее. В работе [5] рассмотрен вопрос динамической устойчивости существующих в хрупком материале трещин при воздействии на этот материал импульсных нагрузок и показано, что при распространении прямоугольного импульса напряжением длительностью T неустойчивой окажется та трещина, длина которой L , длительность импульса и скорость звука в материале c связаны соотношением

$$L = cT.$$

При решении указанной задачи авторами использовалось представление о трещине как балке некоторой эффективной толщины. Общие предположения о временной форме перемещений, вызванных разрывом, были высказаны в работе [6]. На основе предположения о временной форме излучения от трещины авторы [6] пришли к соответствующим выводам о характере спектра излучаемых сигналов. В работе [7] также отмечалось свойство трещины как отражателя: трещина длины L полностью отражает колебание с частотой $f \geq c_1/L$.



Фиг. 3



Фиг. 4

Численное решение задачи о разрыве сплошности постоянной длины позволило получить нестационарно движущуюся трещину. Исследование динамических напряжений и энергии формоизменения U в вершине трещины показало, что эти величины пропорциональны известным константам механики разрушения — коэффициенту интенсивности напряжения k_1 и удельной поверхностной энергии γ .

Учитывая концентрацию напряжений σ_x и энергии U в вершине трещины, а также их пропорциональность k_1 и γ , решение нестационарной задачи производили следующим образом. При выполнении какого-либо из условий: $\sigma_x \geq \sigma_x^*$; $U \geq U^*$ (σ_x^* и U^* — заданные критические значения) происходило увеличение длины трещины в каждую сторону на величину шага сетки. Рассчитывалась средняя скорость с момента предыдущего скачка, которая относилась к середине временного интервала. Исследования показали, что, по-видимому, наиболее правильное представление о росте трещины, согласующееся с известными аналитическими оценками, дает дискретная модель разрыва, показанная на фиг. 3. В этой модели точки конечно-разностной сетки представляют собой материальные частицы, силовые взаимодействия между которыми вынесены в связи. Напряжения в вершине трещины рассчитывались по известным формулам [2] путем аппроксимации производных по перемещениям в точках 1, 2, 3 (см. фиг. 3). При значениях σ_x^* и U^* , равных и близких к q и $U_{ст}$ — энергии формоизменения, соответствующей статическому раскрытию трещины, предельные скорости составляют соответственно $V = 0.71 c_2$; $V = 0.68 c_2$.

В процессе решения нестационарной задачи исследовалось раскрытие движущейся трещины. На фиг. 4 показана форма поверхности трещины, развитие которой определялось энергетическим критерием ($U \geq U^*$). Кривые 1 — перемещения u поверхности разрыва, кривые 2 — форма статической трещины соответствующей длины. Здесь видно, что поверхность разрыва имеет форму, близкую к эллиптической, и в каждый момент времени раскрытие соответствует мгновенному значению ее длины. Для скоростей, близких к предельной, отношение малых полуосей статической и динамической трещин составляет величину 1,2—1,4.

Отсюда кинематическую функцию движущейся трещины приближенно можно записать в виде

$$(2.6) \quad u_0 = \begin{cases} \frac{2\rho q}{c_1^2} (l^2(t) - y^2)^{1/2}, & 0 \leq t \leq T \\ \frac{2\rho q}{c_1^2} (l^2(T) - y^2)^{1/2}, & t \geq T, \end{cases}$$

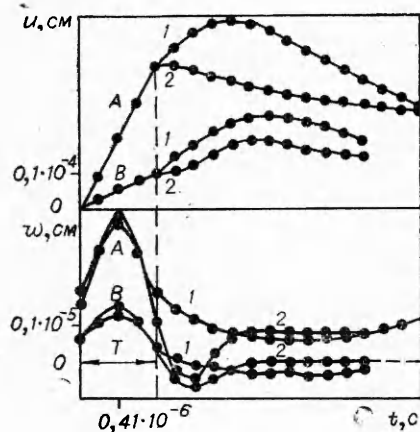
где T — время скачка. Применяя преобразование ЛФ к (2.6), получаем

$$\bar{u}_0 = \frac{2\rho g \pi V}{c_1^2 \omega} \left(\int_0^T e^{-pT} t I_1 \left(\frac{\omega V t}{2} \right) dt + \frac{T}{p} I_1 \left(\frac{\omega V T}{2} \right) e^{-pT} \right),$$

где V — скорость скачка (постоянная); I_1 — цилиндрическая функция первого рода. Отсюда при $\omega \rightarrow 0$ (для пространственных гармоник, близких к нулевой) и $\alpha \rightarrow 0$ находим зависимость, аналогичную (2.4), между временем скачка трещины и распределением экстремумов временного спектра

$$(2.7) \quad \Delta f = 1/T.$$

Сформулированная модель трещины как излучателя (2.4) была реализована в численном решении. Сравнение точного решения и решения на основе принятой модели дано на фиг. 5. Здесь кривые 1 — перемещения точек A ($0,5 a; 0$) и B ($0,5 a; 0,3a$) пластины, полученные при решении задачи с заданными нагрузками на поверхности разрыва, кривые 2 — перемещения в тех же точках при заданном законе раскрытия трещины.



Фиг. 5

В работе [8] приведена методика измерения спектра сигналов акустической эмиссии для единичных скачков трещины. Результаты эксперимента показали, что расположение по частоте первого минимума зависит от длительности скачка трещины, развивающейся прямолинейно, что подтверждается результатами данной работы (соотношение (2.7)).

Автор благодарит Л. И. Слепяна за ценное обсуждение и внимание к работе.

Поступила 16 V 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин Ю. И., Грешников В. А., Гусаков А. А., Дробот Ю. Б., Ченцов В. П. Использование эмиссии волн напряжений для неразрушающего контроля материалов и изделий.—«Дефектоскопия», 1971, № 6.
2. Новожилов В. В. Теория упругости. Л., Судпромгиз, 1958.
3. Дятловский Л. И. Стійка явна ризницева схема розв'язання рівнянь руху Ляме (плоска задача).—«Докл. АН УРСР», 1968, сер. А, № 12.
4. Westergaard H. M. Bearing pressures and cracks.—«J. Appl. Mech.», 1939, vol. 6, N 2.
5. Steverding B., Lehnigk S. H. Response of cracks to Impact.—«J. Appl. Phys.», 1970, vol. 41, N 5.
6. Stephens R. W., Pollock A. A. Waveforms and Frequency Spectra of Acoustic Emissions.—«J. Acoustic. Soc. of Amer.», 1971, vol. 50, N 3.
7. Черепанов Г. П. Механика хрупкого разрушения. М., «Наука», 1974.
8. Лыков Ю. И., Маслов Л. А., Панин В. И. Определение длительности скачка трещины путем измерения спектра сигналов акустической эмиссии.—«Дефектоскопия», 1974, № 6.