

6. Гаркуша В. И., Стасенко А. Л. Численное исследование полидисперсных пароконденсатных потоков с учетом фазовых переходов, коагуляции и газодинамического дробления частиц. — Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1979, № 3.
7. Parmentier E. M., Greenberg R. A. Supersonic flow aerodynamic windows for high-power lasers. — AIAA J., 1973, N 7.
8. Липатов И. И., Нейланд В. Я. Влияние эффектов вязкости и отрыва пограничного слоя на течение в соплах. — В сб.: Газодинамические лазеры и лазерная фотохимия. М., изд. МГУ, 1976.
9. Нейланд В. Я. К асимптотической теории взаимодействия сверхзвукового потока с пограничным слоем. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1971, № 4.

УДК 532.135

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ПОД ВЛИЯНИЕМ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ

Г. В. Жижин
(Ленинград)

Неизотермическое течение Куэтта изучалось в ряде работ [1—11] при различных законах зависимости вязкости от температуры. В [1] вязкость среды принималась постоянной, в [2—5] использовался гиперболический закон зависимости вязкости от температуры, в [6—8] — соотношение Рейнольдса, в [9] исследование проведено при произвольной зависимости вязкости от температуры. Течения сред с экспоненциальной зависимостью вязкости от температуры характеризуются большими градиентами температуры в потоке. Это позволяет рассматривать процесс изменения температуры в потоке жидкости как гидродинамический тепловой взрыв [8, 10, 11]. Условия постановки задачи перечисленных работ ограничены возможностью получения аналитического решения. В данной работе рассматриваются неизотермические течения Куэтта неньютоновской жидкости под влиянием градиента давления вдоль пластин, уравнения которых не имеют аналитического решения. Для анализа используются методы качественного исследования дифференциальных уравнений в трехмерных фазовых пространствах, развитые в работах [12—14], расчеты на ЭВМ.

1. Система уравнений неизотермического течения Куэтта неньютоновской жидкости со степенным реологическим законом и соотношением Рейнольдса для эффективной вязкости жидкости в поле переменного давления имеет вид [15]

$$(1.1) \quad \lambda d^2 T / dy^2 + \tau^2 / \mu = 0;$$

$$(1.2) \quad \tau = \mu du / dy; \quad (1.3) \quad \mu = \mu_1 |du / dy|^{n-1};$$

$$(1.4) \quad \mu_1 = \mu_0 e^{-\beta T}; \quad (1.5) \quad d\tau / dy = A,$$

где λ — коэффициент теплопроводности; T — температура; y — координата, перпендикулярная поверхности пластин; τ — касательное напряжение; μ_1 — эффективная вязкость; u — скорость; μ_0 , A , β , n — постоянные параметры.

Систему уравнений (1.1)—(1.5) после введения переменных $v = du / dy$, $w = dT / dy$ можно привести к автономной системе трех дифференциальных уравнений первого порядка

$$(1.6) \quad \frac{dw}{dy} = - \frac{\mu_1}{\lambda} v |v|^n \operatorname{sign} v;$$

$$(1.7) \quad \frac{dv}{dy} = \frac{\beta}{n} vw + \frac{A}{\mu_1 n} \frac{v \operatorname{sign} v}{|v|^n};$$

$$(1.8) \quad \frac{d\mu_1}{dy} = - \beta \mu_1 w.$$

Из анализа размерностей переменных уравнений (1.6), (1.7) следует, что размерности скорости и длины связаны с размерностями параметров следующим образом:

$$(1.9) \quad \frac{[\beta][\mu_0]}{[\lambda]} = \frac{[y]^{n-1}}{[u]^{n+1}}, \quad \frac{[A]}{[\mu_0]} = \frac{[u]^n}{[y]^{n+1}}.$$

Разрешая соотношения (1.9) относительно размерности скорости и длины, получим

$$[u] = \frac{[\lambda]^{\frac{n+1}{3n+1}} [A]^{\frac{1-n}{3n+1}}}{[\beta]^{\frac{n+1}{3n+1}} [\mu_0]^{\frac{2}{3n+1}}}, \quad [y] = \frac{[\lambda]^{\frac{n}{3n+1}} [\mu_0]^{\frac{1}{3n+1}}}{[\beta]^{\frac{n}{3n+1}} [A]^{\frac{n+1}{3n+1}}}.$$

Следовательно, можно ввести в рассмотрение безразмерные переменные

$$\eta = y \frac{A^{\frac{n+1}{3n+1}}}{\left(\frac{\lambda}{\beta}\right)^{n/(3n+1)} \mu_0^{1/(3n+1)}}, \quad V = v \frac{\beta^{\frac{1}{3n+1}} \mu_0^{\frac{3}{3n+1}}}{\lambda^{1/(3n+1)} A^{2/(3n+1)}},$$

$$W = w \frac{\beta \lambda^{\frac{n}{3n+1}} \mu_0^{\frac{1}{3n+1}}}{A^{(n+1)/(3n+1)} \beta^{n/(3n+1)}}, \quad M = \frac{\mu_1}{\mu_0}.$$

Преобразуя систему (1.6)–(1.8) относительно этих переменных, получим

$$(1.10) \quad \frac{dW}{d\eta} = -MV |V|^n \operatorname{sign} V;$$

$$(1.11) \quad \frac{dV}{d\eta} = \frac{VW}{n} + \frac{V \operatorname{sign} V}{Mn |V|^n};$$

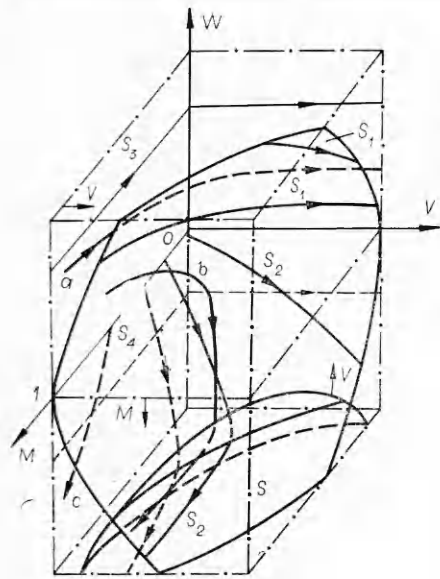
$$(1.12) \quad \frac{dM}{d\eta} = -MW.$$

Из вида системы (1.10)–(1.12) следует, что значениям индекса $n < 1$ и $n \geq 1$ отвечают топологически различные трехмерные фазовые пространства. Для любого значения n система (1.10)–(1.12) инвариантна относительно преобразования симметрии

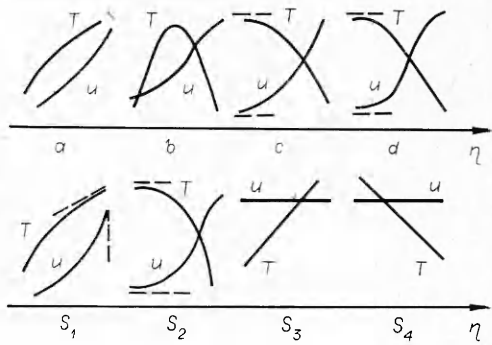
$$\eta \rightarrow -\eta, \quad V \rightarrow -V, \quad W \rightarrow -W.$$

2. Фазовое пространство течений псевдопластических жидкостей ($n < 1$) имеет интегральную поверхность $V = 0$, разделяющую фазовое пространство на две не связанные траекториями области. Это позволяет ограничиться рассмотрением части фазового пространства $V \geq 0$, $M > 0$. Остальные решения системы (1.10)–(1.12) при $n < 1$ могут быть получены из решений этой части фазового пространства преобразованием симметрии.

Нулевыми поверхностями фазового пространства являются координатные плоскости $V = 0$ ($dW/d\eta = 0$, $dV/d\eta = 0$), $M = 0$ ($dM/d\eta = 0$, $dW/d\eta = 0$), $W = 0$ ($dM/d\eta = 0$) и поверхность $W = -\operatorname{sign} V/M |V|^n$ ($dV/d\eta = 0$). Стрелки у нулевых поверхностей (фиг. 1) указывают области положительных значений соответствующих производных. Положения равновесия, образующие прямую $V = 0$, $W = 0$, неустойчивы. Плоскости $V = 0$, $M = 0$ представляют собой интегральные поверхности, образованные траекториями, параллельными соответственно осям $W = 0$, $V = 0$ и $W = 0$, $M = 0$. Фазовое пространство имеет сепаратрисную интегральную поверхность S , натянутую на осп $W = 0$, $M = 0$ и $V = 0$, $W = 0$, которая совместно с плоскостями $V = 0$, $M = 0$ делит фазовое пространство на три области (фиг. 1). Интегральные кривые, отвечающие



Ф и г. 1



Ф и г. 2

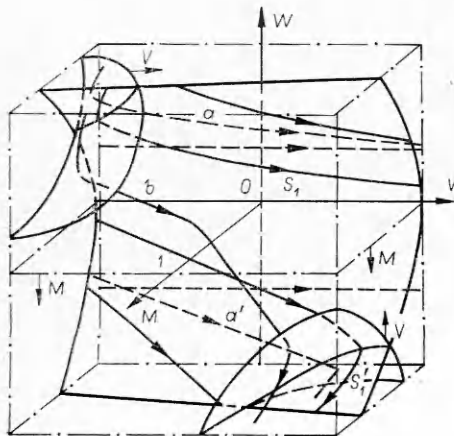
траекториям этих областей, изображены на фиг. 2. Следует отметить, что в данном случае отсутствует жесткая связь между точкой перегиба в профиле скорости (фиг. 2, тип b) и максимумом в профиле температуры, характерная для безградиентного течения жидкости [5].

Графики фиг. 2, рассматриваемые в направлении, противоположном оси η , представляют собой интегральные кривые области $V < 0, M > 0$ фазового пространства.

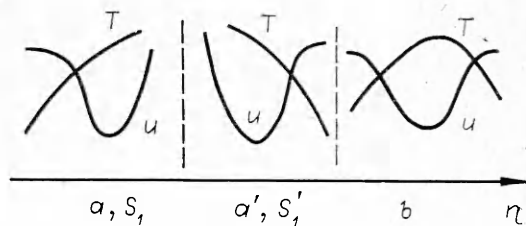
3. В фазовом пространстве течений ньютоновских и дилатантных жидкостей ($n \geq 1$) под влиянием градиента давления отсутствует линия положений равновесия $V = 0, W = 0$ и плоскость $V = 0$ не является ни нулевой, ни интегральной поверхностью (остальные нулевые поверхности имеют качественно такой же вид, как и при $n < 1$). В этом случае траектории полупространства $M > 0$ переходят из области $V < 0$ в область $V > 0$. Фазовое пространство имеет сепаратрисную поверхность S , проходящую через ось $W = 0, M = 0$. Вместе с интегральной плоскостью $M = 0$ она делит фазовое пространство на три области качественно различных траекторий (фиг. 3). Интегральные кривые, отвечающие этим траекториям, представлены на фиг. 4.

Существенной особенностью решений системы (1.10)–(1.12) при $n \geq 1$ является экстремальный характер профиля скорости. Жидкость в ядре потока имеет скорость меньшую, чем у стенок. Этот характер профиля скорости существует как при монотонном, так и немонотонном изменении температуры жидкости поперек потока.

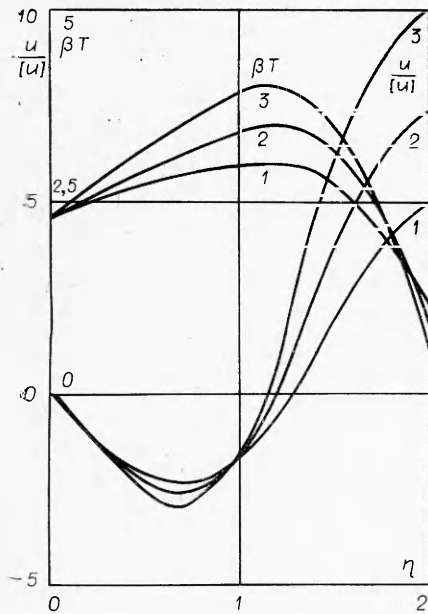
Следует отметить, что преобразование $\eta \rightarrow -\eta, W \rightarrow -W, V \rightarrow -V$, относительно которого система (1.10)–(1.12) инвариантна, переводит решения типа



Ф и г. 3



Ф и г. 4



Фиг. 5

против направления движения пластины в зоне обратного тока жидкости, где влияние градиента давления на движение жидкости является преобладающим. Увеличение перепада температуры между пластинами также приводит к увеличению значения температуры в области заторможенной жидкости, причем эти значения больше значений температуры на пластинах. Можно отметить, что увеличение скорости двигающейся пластины при заданной температуре неподвижной пластины и условии стационарности течения требует уменьшения температуры двигающейся пластины. Из фиг. 5 можно получить решения типа a , S_1 фиг. 4 (а также a' , S_1' , применяя преобразование $\eta \rightarrow -\eta$, $V \rightarrow -V$, $W \rightarrow -W$), перемещая двигающуюся пластину по координате η с соответствующими изменениями ее скорости и температуры.

a , S_1 соответственно в решения a' , S_1' , а решения типа b в себя.

4. На фиг. 5 в качестве примера представлены результаты расчета системы уравнений (1.10)–(1.12) совместно с уравнениями $V = d \frac{u}{|u|} / d\eta$, $M = e^{-\beta T}$ для течения Куэтта дилатантной жидкости ($n = 1, 2$) при различных значениях градиента температуры и для одних и тех же значений градиента скорости и температуры на неподвижной пластине ($W_{01} = 1,5$ — кривая 1; $W_{02} = 2$ — кривая 2; $W_{03} = 2,5$ — кривая 3, $V_0 = -5$, $M_0 = 0,1$). Расчет подтверждает вывод качественного исследования о существовании решений типа b фиг. 4 с двумя точками перегиба и минимумом в профиле температуры. Максимальные значения температуры достигаются в области неподвижной жидкости в ядре потока. Из фиг. 5 следует, что чем больше скорость двигающейся пластины, тем больше скорость жидкости

Поступила 17 III 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Vogelpall G. Der Übergang der Reibungswärme von Lageraus der Schmierschicht in die Gleitflächen. Temperaturverteilung und thermische Anlaufstrecke in parallelen Schmierschichten bei Irrsärmung durch innere Reibung.— VDI-Forschungsheft, 1949, 4256.
2. Павлин А. К. Об одном случае интегрирования уравнений движения вязкой жидкости с переменным коэффициентом вязкости.— ПММ, 1955, т. 19, вып. 5.
3. Гродзовский Т. Я., Регирер С. А. Движение ньютоновской жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами при наличии внутренних тепловых процессов, влияющих на вязкие свойства.— Журн. техн. физики, 1956, т. 26, № 7.
4. Регирер С. А. Некоторые термогидродинамические задачи об установившемся одномерном течении вязкой каплевой жидкости.— ПММ, 1957, т. 21, вып. 3.
5. Каганов С. А., Яблонский В. С. О профиле скорости ламинарного потока вязкой жидкости с учетом теплоты трения и зависимости вязкости от температуры.— Изв. высш. учебн. заведений. Нефть и газ, 1960, № 1.
6. Hagg A. C. Heat effects in lubricating films.— J. Appl. Mech., 1944, vol. 11, N 2.
7. Яблонский В. С., Каганов С. А. Течение Куэтта с учетом зависимости вязкости от температуры и теплоты трения.— Изв. высш. учебн. заведений. Нефть и газ, 1958, № 5.

8. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1965, № 5.
9. Регирер С. А. Влияние теплового эффекта на вязкое сопротивление в установившемся одномерном течении капельной жидкости.— ПММ, 1956, т. 22, вып. 3.
10. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом «взрыве».— ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
11. Бостанджиян С. А., Черняева С. М. Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении неньютоновской жидкости.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1966, № 3.
12. Вулис Л. А., Гусика П. Л., Жижин Г. В. Качественное исследование одномерного стационарного МГД-течения проводящего газа.— Магнитн. гидродинамика, 1971, № 4.
13. Вулис Л. А., Гусика П. Л., Жижин Г. В. Двухфазное течение в канале постоянного сечения.— ПМТФ, 1972, № 4.
14. Жижин Г. В. Двухфазное течение с трением.— ИФЖ, 1977, № 1.
15. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Наука, 1974.

УДК 532.526

ПЕРЕХОД ЛАМИНАРНОГО СВЕРХЗВУКОВОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ПОВЕРХНОСТИ

В. И. Лысенко, А. А. Маслов
(Новосибирск)

Исследованию влияния числа Маха M , единичного числа Рейнольдса Re_1 и притупления передней кромки b на положение перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный для адиабатически нагретой модели посвящено большое число работ (см., например, [1—4]). Обзор работ иностранных авторов можно найти в [5]. Влияние охлаждения модели на переход сверхзвукового пограничного слоя также исследовалось во многих работах (см., например, [5]), однако систематические исследования по влиянию перечисленных выше факторов на переход пограничного слоя на охлажденной поверхности практически отсутствуют. Как правило, эксперименты проведены для одного — двух чисел Маха при различных Re_1 . Исследование влияния притупления передней кромки охлаждаемой модели на переход не проводилось.

В [6] эксперименты проведены при трех числах Маха ($M = 3,0; 3,5; 4,0$), но результаты представлены в относительных координатах, и систематизировать их по числам Маха невозможно. В [7] эксперименты проведены также при трех числах Маха ($M = 1,9; 2,7; 3,65$), но для каждого из этих чисел Маха единичное число Рейнольдса разное.

Упомянутые выше эксперименты проведены в различных аэродинамических установках, каждой из которых соответствует свое спектральное распределение энергии возмущений в рабочей части, которое, как правило, не приводится. Поэтому сопоставление данных для разных установок не может быть вполне корректно.

Следует отметить, что исследования по влиянию различных факторов на такую интегральную характеристику, как число Рейнольдса перехода, не привели к такому пониманию механизма процесса перехода, чтобы иметь возможность предсказать его положение. Однако некоторые из сторон явления перехода удалось прояснить. В последние годы все большее внимание уделяется так называемым «микроскопическим» исследованиям перехода — изучению структуры возмущений, их взаимодействия, состава и т. д. Признавая всю важность таких исследований, отметим, что для некоторых типов экспериментов изучение закономерностей перехода в широком диапазоне определяющих параметров и при контролируемых внешних условиях все еще остается целесообразным. К таким экспериментам относится влияние охлаждения на переход.

Результаты, полученные в работах по исследованию перехода на охлажденных поверхностях, весьма разнообразны и противоречивы. Обнаружены как стабилизирующее влияние охлаждения, так и дестабилизирующее, их чередование и полное отсутствие какого-либо влияния. Некоторые из наблюдаемых явлений в последнее время объяснены. Так, в [8] показано, что причиной «ре-