УДК 532.527

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ВТОРОГО ДИССИПАТИВНОГО СЛОЯ И СЛЕДА ДЛЯ ОПИСАНИЯ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО КАВИТАЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЫ

Г. И. Таганов

(*Москва*)

Модель второго диссипативного слоя и следа [1] для стационарного обтекания тел вязкой несжимаемой жидкостью применена для квазистационарного отрывного обтекания плоской пластины в широком диапазоне углов атаки $\alpha_{кр} < \alpha \leqslant 90°$ [2]. Сопоставление полученных в [2] (см. также [3]) зависимостей $c_x = f(\alpha)$ и $c_y = f(\alpha)$ с известными экспериментальными показало, что модель дает приблизительно 15%-ное преуменьшение величин c_x и c_y в таком диапазоне углов атаки. Объяснение этого преуменьшения в [2] тем обстоятельством, что ярко выраженное нестационарное в условиях опыта течение заменяется в модели квазистационарным и не учитывается энергия пульсационного движения жидкости в ближнем следе, получило в дальнейшем прямое экспериментальное подтверждение [4]. Подавление нестационарных пульсаций за плоской пластиной (зафиксированное экспериментально понижение частоты схода вихрей), обтекаемой под углом $\alpha = 90°$, с помощью разделяющей пластины, имеющей длину порядка хорды и располагаемой вдоль плоскости симметрии течения в срывной зоне, приводит в пределе к понижению c_x также приблизительно на 15%, т. е. к теснейшему, насколько это можно ожидать от гидродинамической модели, согласованию теории с опытом. Если вспомнить, что проблема теоретического определения силы сопротивления плоской пластины, расположенной перпендикулярно направлению набегающего потока, привлекала внимание физиков и гидродинамиков XIX—XX вв., успех модели второго диссипативного слоя и следа в решении ее обнадеживает и дает основания для применения модели при решении родственной гидродинамической проблемы (предмета настоящей работы) — теоретического определения силы сопротивления, действующей на пластину при отрывном кавитационном обтекании в зависимости от определяющего параметра — числа кавитации $Q = 2\,(p_\infty - p_к)/\rho v_\infty^2$ ($p_к$ — давление в каверне за пластиной).

Может возникнуть вопрос, чем мотивирована необходимость разработки нового (энергетического) подхода к старой гидродинамической проблеме, получившей к середине XX в. теоретическое описание с помощью любой из четырех математических моделей, которые несколько различаются между собой при $Q \neq 0$, но стремятся при $Q \to 0$ к классической модели Гельмгольца — Кирхгофа $c_x = 2\pi/(\pi + 4) \simeq 0{,}88$ и находятся в неплохом соответствии с данными опыта в диапазоне чисел кавитации $0 < Q < 1{,}0$.

Приведем соображения, мотивирующие необходимость нового подхода.

Во-первых, уже давно известно, что отрывное кавитационное течение нестационарное и что нельзя построить стационарное течение несжимаемой жидкости, способное достоверно описать наблюдаемое в опытах при $Q \neq 0$ течение, не вступая в противоречие с физической реальностью. Поскольку известные математические модели обтекания пластины при $Q \neq 0$ стационарные, то получаемые с их помощью значения силы сопротивления могут рассматриваться, строго говоря, лишь как условные: в моделях Рябушинского и Жуковского — Рошко из-за влияния на исследуемое тело других тел, искусственно помещаемых в поток при модельном описании, в моделях Эфроса и Тулина из-за влияния течения на других листах римановой поверхности.

Во-вторых, известные математические модели пренебрегают существованием за системой тело — каверна следа жидкости с потерянным импульсом, из-за чего в теории теряется обратная связь, существующая в реальном кавитационном течении между толщиной вытеснения, толщиной потери импульса следа и значением коэффициента сопротивления, препятствующая неограниченному (в теории) росту c_x с увеличением Q.

Нетривиальность приведенных соображений, в особенности первого из них об условности значения c_x в схеме Эфроса, где его значение может быть определено с помощью уравнения сохранения количества движения, требует разъяснений.

1. Применение уравнения сохранения количества движения в схеме Эфроса кавитационного обтекания симметричного цилиндрического тела, как известно [5], позволяет определить силу X_J, действующую на тело в направлении, совпадающем с направлением скорости набегающего потока v_∞:

$$X_J = \rho q(v_\infty + v_к). \tag{1.1}$$

Здесь q — расход жидкости, поступающий в возвратную струйку в единицу времени ($q = \delta v_к$, δ — толщина возвратной струйки); $v_к$ — скорость жидкости на границе каверны и струйки, связанная с определяющим параметром задачи Q соотношением, следующим из уравнения Бернулли $v_к/v_\infty = \sqrt{Q+1}$; индекс J указывает, что сила X определена из уравнения количества движения (импульса).

Величину X можно записать в виде суммы двух членов

$$X_J = X_1 + X_2.$$

Первый из них представляет реакцию стока мощности q, помещенного в неограниченный плоско параллельный поток несжимаемой жидкости, а второй — реактивную силу возвратной струйки, движущейся навстречу набегающему потоку. Таким образом, течение Эфроса около тела эквивалентно жесткой системе, состоящей из стока, воспринимающего жидкость со всех сторон, и реактивного сопла, направляющего поступающую в сток жидкость с постоянной скоростью $v_к$ в одном направлении — вперед по потоку.

Определим теперь силу X_E, действующую на эту систему, из закона сохранения энергии: работа силы X_E в единицу времени должна быть равна соответствующему этому времени приросту кинетической энергии жидкости в возвратной струйке, если система движется с постоянной скоростью v_∞ в покоящейся на удалении от системы жидкости. Прирост кинетической энергии возвратной струйки равен $\rho q(v_\infty + v_к)^2/2$, и, следовательно,

$$X_E v_\infty = \rho q(v_\infty + v_к)^2/2,$$

откуда

$$X_E = \rho q \frac{(v_\infty + v_к)^2}{2v_\infty}. \tag{1.2}$$

Из (1.1) и (1.2) можно получить соотношение между X_E и X_J:

$$X_E/X_J = (1 + \bar{v}_к)/2, \quad \bar{v}_к = v_к/v_\infty. \tag{1.3}$$

Как видно из (1.3), $X_E = X_J$ только при $\bar{v}_к = 1$, т. е. при $Q = 0$. При $Q \neq 0$ $X_E > X_J$ и их различие растет с увеличением Q.

Инвариантность силы X_J при переходе от системы координат, движущейся вместе с рассматриваемой системой, к системе координат, связанной с покоящейся жидкостью, следует из принципа Галлилея, поэтому несовпадение значений X_J и X_E в последнем случае возможно только тогда, когда имеется помимо работы силы X_J дополнительный источник энергии E_R, подводимой к системе, и закон сохранения энергии надо записывать в виде

$$X_J v_\infty + E_R = \rho q(v_\infty + v_к)^2/2.$$

Используя (1.1), определим величину дополнительно подводимой энергии $E_R = \rho q(v_к^2 - v_\infty^2)/2$.

Таким образом, работа силы X_J обеспечивает только образование возвратной струйки со скоростью жидкости v_∞, в то время как разгон жидкости в ней от v_∞ до $v_к$ происходит за счет подвода E_R со стороны второго листа римановой поверхности модели Эфроса. Поэтому силу X_J, действующую на тело в модели Эфроса, нельзя рассматривать как внешнюю силу сопротивления изолированного тела X. Она является внутренней силой, как в моделях Рябушинского и Жуковского — Рошко, где течение, хотя и происходит на одном листе римановой поверхности, образуется не изолированным телом, а системой тел, включающей дополнительные модельные тела.

2. Рассмотрим необходимость учета влияния вытесняющего действия следа за системой тело — каверна на глобальное течение, которое определяет q в возвратной струйке и, согласно (1.1) и (1.2), при заданном значении $v_к$ — величины X_J и X_E.

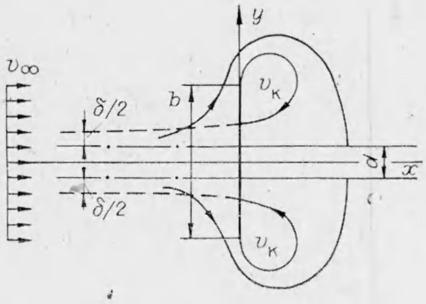

Рис. 1

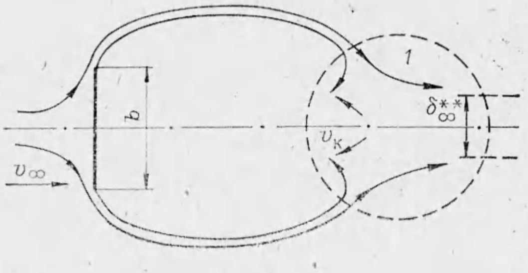

Рис. 2

Для учета влияния вытесняющего действия следа на глобальное течение с возвратной струйкой введем в рассмотрение новую двухпараметрическую схему течения, которая в отличие от однопараметрической схемы Эфроса (параметр Q) включает также зависимость глобального течения от второго параметра — толщины вытеснения следа d/b, моделируемого двумя параллельными плоскими пластинами, симметрично расположенными за телом (рис. 1). Возвратная струйка в этой схеме расщепляется на две отдельные, суммарную толщину которых на удалении от тела обозначим δ. Видно, что новое двухпараметрическое семейство течений промежуточное между однопараметрическим семейством течений Эфроса и однопараметрическим (параметр $\bar{d}$) семейством течений Жуковского — Рошко. Методом особенностей С. А. Чаплыгина, применяемым [5] для отыскания комплексного потенциала обтекания плоской пластины по схеме Эфроса, в [6] найден комплексный потенциал обтекания по новой схеме плоской пластины, также расположенной перпендикулярно направлению скорости в бесконечно удаленной точке и вычислены зависимости толщины возвратной струйки $\bar{\delta} = f(\bar{d})$ для ряда значений $\bar{v}_к = f(Q)$ (рис. 3 в [6]). При $\bar{v}_к = 1$ ($Q = 0$) суммарная толщина возвратной струйки не зависит от толщины вытеснения следа (бесконечно протяженная каверна в этом случае предельно ослабляет влияние отдельных областей течения друг на друга); однако при $\bar{v}_к > 1$ ($Q > 0$) влияние следа можно оценить как влияние первого порядка: при конечной толщине вытеснения следа $\bar{d}$ толщина возвратной струйки уменьшается до нуля. Этим значениям параметров $\bar{v}_к$ и $\bar{d}$ соответствует течение по схеме Жуковского — Рошко. Таким образом, обратная связь между толщиной вытеснения следа и суммарной толщиной возвратной струйки, определяющей согласно (1.1) и (1.2) силу, действующую на пластину, существует и усиливается с ростом Q.

3. Проведем теоретическое определение силы сопротивления, действующей на плоскую пластину при кавитационном обтекании в зависимости от Q. Выше разъяснена условность коэффициентов сопротивления, получаемых в известных стационарных схемах кавитационного обтекания тел, и необходимость учета влияния вытесняющего действия следа на глобальное течение. На рис. 2 представлена схема реального кавитационного обтекания плоской пластины при $Q > 0$. Течение в конце каверны (область *1*) нестационарное и сильно перемежаемое: чередуются между собой режимы течения с возвратной струйкой и с ее разрушением (путем смешения с окружающей жидкостью). В этой области происходит диссипация большей части кинетической энергии жидкости возвратной струйки и формируется след (область жидкости с потерянным в направлении набегающего потока импульсом), вытесняющее действие которого влияет на глобальное потенциальное течение.

В квазистационарной модели нестационарного течения принимаем, что в области *1* происходит диссипация всего прироста (относительно покоящейся жидкости на удалении от тела) кинетической энергии жидкости в возвратной струйке в единицу времени $\rho q(v_\infty + v_к)^2/2$ и, поскольку (в отличие от стационарного течения в схеме Эфроса, происходящего на двух листах римановой поверхности) отсутствует подвод энергии E_R, единственным источником энергии остается работа силы сопротивления тела $X_E v_\infty$. Тогда из закона сохранения энергии

$$X_E v_\infty = \rho q(v_\infty + v_{\text{к}})^2/2 \tag{3.1}$$

следует выражение

$$X_E = \rho q(v_\infty + v_{\text{к}})^2/2v_\infty, \tag{3.2}$$

совпадающее по виду с (1.2). Однако в (3.2) толщина возвратной струйки $\delta = q/v_{\text{к}}$ зависит от толщины вытеснения следа δ_∞^*, поэтому X_E при заданном значении $v_{\text{к}}$ — функция только δ_∞^*. С другой стороны, связь между силой сопротивления X, действующей на тело в неограниченном потоке, и толщиной потери импульса следа δ_∞^{**} дает известное соотношение, справедливое и для реального кавитационного течения:

$$X = \rho v_\infty^2 \delta_\infty^{**} = \rho v_\infty^2 \delta_\infty^*. \tag{3.3}$$

Замыкающее условие модели второго диссипативного слоя и следа

$$X_E\left(\delta_\infty^*\right) = X\left(\delta_\infty^*\right) \tag{3.4}$$

позволяет определить X и δ_∞^* при задапном значении $v_{\text{к}}$. Приведем (3.2)—(3.4) к безразмерному виду

$$c_{xE} = \bar{\delta}\left(\bar{\delta}_\infty^*\right) \bar{v}_{\text{к}} \left(1 + \bar{v}_{\text{к}}\right)^2; \tag{3.5}$$

$$c_x = 2\bar{\delta}_\infty^*; \tag{3.6}$$

$$c_{xE}\left(\bar{\delta}_\infty^*\right) = c_x\left(\bar{\delta}_\infty^*\right), \tag{3.7}$$

где $\bar{\delta} = \dfrac{\delta}{b}$; $\bar{\delta}_\infty^* = \dfrac{\delta_\infty^*}{b}$; $\bar{\delta}_\infty^{**} = \dfrac{\delta_\infty^{**}}{b}$; $c_x = \dfrac{2X}{\rho v_\infty^2 b}$; $c_{xE} = \dfrac{2X_E}{\rho v_\infty^2 b}$;

b — характерный размер тела.

На рис. 3 в плоскости $(c_x, c_{xE}; \bar{\delta}_\infty^{**})$ представлена зависимость (3.5), построенная по данным рис. 3 из [6] для обтекания плоской пластины с хордой b при некотором заданном значении $\bar{v}_{\text{к}}$. Точка пересечения этой зависимости с прямой (3.6) удовлетворяет замыкающему условию (3.7) и является решением задачи (линии *1*, *2* отвечают $(c_{xE})_{\bar{v}_{\text{к}} = \text{const}} = f\left(\bar{\delta}_\infty^{**}\right)$, $c_x = 2\bar{\delta}_\infty^{**}$).

На рис. 4 приведены полученная указанным способом зависимость коэффициента сопротивления плоской пластины $c_x = f(Q)$ и для сравнения известная зависимость $c_{xJ} = f(Q)$ для плоской пластины, обтекаемой по схеме Эфроса (линии *4*, *1*).

Как видно, при $Q = 0$ модель второго диссипативного слоя и следа и расчет по схеме Эфроса дают одинаковые значения коэффициента сопротивления плоской пластины, совпадающие с классическим результатом Кирхгофа $c_x = 2\pi/(\pi + 4) \simeq 0{,}88$ (точка *5*). В диапазоне $0 < Q \leqslant 1$ (для которого имеются экспериментальные данные по величине c_x плоской пластины) модельная зависимость $c_x = f(Q)$ отклоняется и идет ниже линейной зависимости $c_{xJ} = f(Q)$, рассчитанной по схеме Эфроса, а экспериментальные точки оказываются приблизительно посредине между ними. При $Q > 1$ модельная зависимость $c_x = f(Q)$ в отличие от неограниченно возрастающей с ростом Q зависимости $c_{xJ} = f(Q)$ асимптотически стремится при $Q \to \infty$ к конечному пределу $c_x = 2{,}0$ (линия *2*).

Обнаружение конечного предела для коэффициента сопротивления пластины при кавитационном ее обтекании (такого, величина которого $(c_x = 2{,}0)$ точно соответствует известному из экспериментов значению коэффициента сопротивления плоской пластины при некавитационном отрывном обтекании в однофазной жидкости) проливает свет на существо-

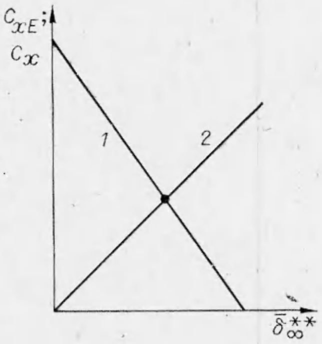

Рис. 3

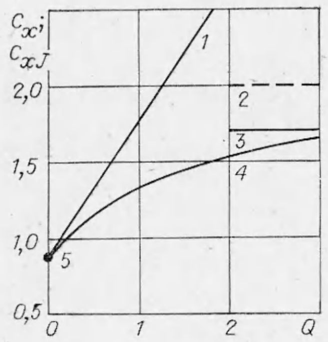

Рис. 4

вание связи между кавитационными и некавитационными отрывными течениями. Об этом же свидетельствует и сопоставление на рис. 4 модельной зависимости $c_x = f(Q)$ с величиной $c_x = 1{,}7 = \mathrm{const}$ (линия *3*), полученной в [2] также с помощью модели второго диссипативного слоя и следа для квазистационарного отрывного обтекания пластины однофазной несжимаемой жидкостью. Близость модельной зависимости $c_x = f(Q)$ при $Q = 3$ к модельному $c_x = 1{,}7$ и экспериментальным значениям c_x, наблюдаемым при отрывном обтекании пластины в однофазной жидкости, а также «белое пятно» в экспериментах с кавитационным обтеканием тел при $Q > 1{,}4$ делают правдоподобным утверждение, что в этом диапазоне чисел кавитации происходит разрушение квазистационарной каверны и течение переходит в нестационарное отрывное, характерное для однофазной жидкости.

Таким образом, энергетический подход, развитый в настоящей работе, позволяет физически достоверно описывать реальное кавитационное обтекание тел во всем диапазоне изменения числа кавитации от классического предела ($Q = 0$) до физического, при котором происходит разрушение. Конечно, это описание не может быть проведено с такой же полнотой, какая достигается при силовом подходе (в случаях, когда он может быть реализован). Так, энергетический подход, используемый в модели второго диссипативного слоя и следа, позволяет найти силу сопротивления, действующую на тело, но не дает информации о том, как распределены давление и напряжение трения на поверхности тела. Однако, по-видимому, лучше иметь физически достоверное значение коэффициента сопротивления тела и не знать распределения давления по нему, чем иметь распределение давления по телу, но знать, что оно имеет условный характер.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Таганов Г. И.** О втором диссипативном слое и следе в вязком течении около тела // Учен. зап. ЦАГИ.— 1970.— Т. 1, № 6.
2. **Таганов Г. И.** Модель происхождения циркуляции у крыла бесконечного размаха с одной задней кромкой при больших числах Рейнольдса.— М., 1980.— (Препринт/ Сектор механики неоднородных сред АН СССР; № 5).
3. **Таганов Г. И.** Обоснование соотношения $\Pi = \rho v_{\infty}^{2} \delta_{2\infty}^{**}$, применяемого в модели происхождения циркуляции у крыла бесконечного размаха с острой задней кромкой // Учен. зап. ЦАГИ.— 1986.— Т. 17, № 5.
4. **Apelt C. J., West C. S.** The effects of wake splitter plates on bluff-body flow in the range $10^4 < R < 5\cdot10^4$. Pt 2 // J. Fluid Mech.— 1975.— V. 71, pt 1.
5. **Гуревич М. И.** Теория струй идеальной жидкости.— М.: Наука, 1979.
6. **Садовский В. С.** Об одном двухпараметрическом семействе течений жидкости около пластины при наличии возвратных струек // ПМТФ.— 1987:— № 3.

Поступила 17/IV 1986 г.