

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э. И., Чулков П. П. Устойчивость и колебания трехслойных пластин.— М.: Машиностроение, 1973.
2. Андреева Л. У. Упругие элементы приборов.— М.: Машиностроение, 1981.
3. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т. 5. Электроупругость/ Гринченко В. Т., Улитко А. Ф., Шульга Н. А.— Киев: Наук. думка, 1989.
4. Ватульян А. О., Лалицкая Н. Б., Наседкин А. В. и др. Об управлении формой секционированной пьезокерамической полупассивной пластины.— Ростов-на-Дону, 1991.— Деп. в ВИНТИ 23.05.91, № 2121—В91.
5. Партон В. З., Кудрявцев Б. А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел.— М.: Наука, 1988.
6. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела.— М.: Наука, 1977.
7. Молчанов И. Н., Николенко Л. Д. Основы метода конечных элементов.— Киев: Наук. думка, 1989.
8. Варлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы.— М.: Мир, 1983.

г. Ростов-на-Дону

Поступила 17/VI 1992 г.

УДК 539.376

В. С. Наместников

ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛЗУЧЕСТИ ПРИ ПЕРЕМЕННЫХ НАГРУЗКАХ

Качество той или иной теории ползучести оценивается степенью соответствия предсказываемого ею поведения материала, наблюдаемого в экспериментах. Наиболее рельефно разница в теориях ползучести и их качестве проявляется при использовании путей нагружения, которые можно было бы назвать «контрастными», таких как ступенчатое нагружение, реверсирование нагрузки, резкая смена вида напряженного состояния и т. п. Существующие теории ползучести не в состоянии предсказать многие эффекты, обнаруживаемые в поведении материала при контрастных нагружениях. Примером может служить поведение материала при ступенчатом нагружении с возрастающим напряжением. Результаты практически всех известных экспериментов при таком нагружении показывают, что вслед за ступенчатым увеличением напряжения скорость ползучести резко возрастает и порядок ее величины фактически тот же, что и в начальный момент ползучести.

Попытки описать поведение материала при ступенчатом изменении напряжения предпринимались неоднократно [1—4]. Однако к результату, адекватному экспериментальным фактам, это не приводило.

При ступенчатом увеличении напряжения (рис. 1) в момент времени t_+ от σ_1 до σ_2 , согласно теории упрочнения, нужно участок $A''B$ кривой ползучести, соответствующей напряжению σ_2 , сдвинуть вдоль оси абсцисс до совпадения точек A'' и A' . Экспериментальные точки при этом располагаются выше кривой $A'B'$, если напряжения не превышают предел упругости [5], т. е. гипотеза упрочнения дает заниженный по сравнению с экспериментом результат.

Это обстоятельство привело к мысли передвигать в точку A' не отрезок $A''B$, а отрезок AB (до совпадения точки A с точкой A'), что послужило введению в качестве меры упрочнения вместо деформации ползучести p параметра $q = \int \sigma dp$ [1]. К аналогичному перестроению кривых ползучести при ступенчатом изменении напряжения приводит вариант определяющих уравнений в [3], и поэтому степень соответствия экспериментальным данным остается практически той же, что и в [1]. Оба варианта не годятся при напряжениях, превышающих предел упру-

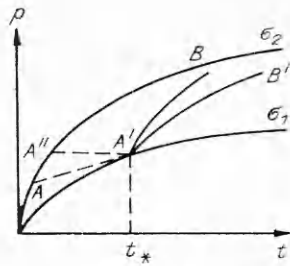


Рис. 1

гости, поскольку в этом случае даже теория упрочнения дает завышенный по сравнению с экспериментом результат [5], а эти варианты предсказывают деформации, превышающие величины, получаемые по теории упрочнения. К тому же остается несоответствие расчетных и экспериментальных величин скорости ползучести вслед за ступенчатым увеличением напряжения, о котором упоминалось выше.

Желание получить возможность предсказывать поведение материала при контрастных путях нагружения привело к созданию нижеописанной модели, являющейся, разумеется, одним из возможных вариантов.

Рассмотрим ползучесть при ступенчато возрастающем напряжении. На рис. 2 показаны три кривые ползучести при постоянных напряжениях σ_0 , σ_1 и σ_2 соответственно. Пусть в образце накапливается деформация ползучести при постоянном растягивающем напряжении σ_0 . В момент времени $t = \vartheta_0$ напряжение скачком увеличивается до σ_1 , при котором образец деформируется далее. Затем в момент времени $t = \vartheta_1$ напряжение скачком увеличивается до σ_2 , при котором образец деформируется в последующее время.

При напряжении σ_0 процесс ползучести осуществляется путем сдвигов по определенным системам скользящего скольжения (можно рассматривать любой иной механизм деформирования). После увеличения напряжения до σ_1 продолжают сдвиги в этих системах скольжения и одновременно включаются новые системы скольжения, не участвовавшие в процессе ползучести при напряжении σ_0 . Аналогичная ситуация складывается и при последующем увеличении напряжения от σ_1 до σ_2 . Очевидно, что эта идея не зависит от конкретного механизма деформирования.

Феноменологически предлагаемая идея может быть осуществлена различными способами. В качестве одного из них примем предположение, что включение новых систем скольжения при увеличении напряжения от σ_0 до σ_1 оценивается деформацией, равной разности деформаций ползучести, накапливаемых с начального момента времени при напряжениях σ_1 и σ_0 соответственно. На рис. 2 она показана вертикальной сплошной штриховкой. Эта деформация добавляется к той, которая продолжает накапливаться при напряжении $\sigma = \sigma_2$. Таким образом, при $t \geq \vartheta_0$

$$(1) \quad p = p(t, \sigma_0) + [p(t - \vartheta_0, \sigma_1) - p(t - \vartheta_0, \sigma_0)].$$

Аналогично при $t \geq \vartheta_1$

$$(2) \quad p = p(t, \sigma_0) + [p(t - \vartheta_0, \sigma_1) - p(t - \vartheta_0, \sigma_0)] + [p(t - \vartheta_1, \sigma_2) - p(t - \vartheta_1, \sigma_1)].$$

Слагаемому в последних квадратных скобках (2) отвечает область рис. 2, заштрихованная штрихпунктирными линиями.

Построение кривых ползучести при ступенчато возрастающем напряжении не требует привлечения каких-либо определяющих соотноше-

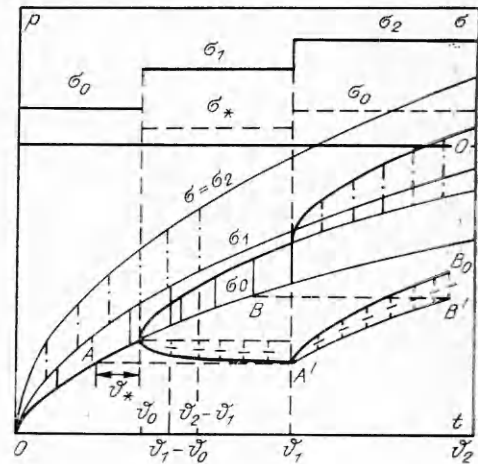


Рис. 2

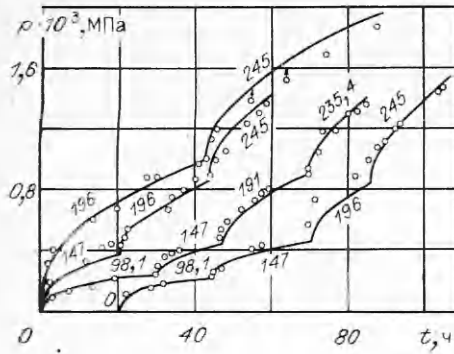


Рис. 3

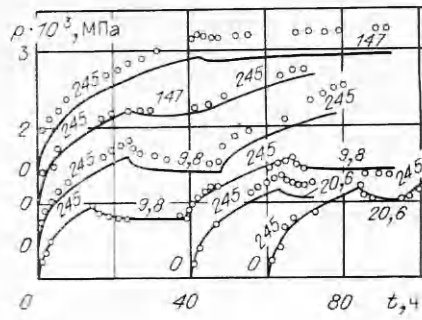


Рис. 4

ний, если имеются кривые ползучести при постоянных напряжениях, соответствующих напряжениям ступеней нагружения. Если же такого набора кривых нет, то придется привлечь какие-то определяющие соотношения. Ориентируясь, например, на гипотезу упрочнения

$$\dot{p} p^\alpha = a \sigma^n$$

(α , a , n — постоянные материала при фиксированной температуре, точка означает дифференцирование по времени). соотношения (1) и (2) представим в виде

$$(3) \quad p = \left(\frac{at}{m} \sigma_0^n \right)^m, \quad (\alpha + 1)m = 1, \quad t \leq \vartheta_0,$$

$$p = \left(\frac{at}{m} \sigma_0^n \right)^m + \left[\frac{a(t - \vartheta_0)}{m} \right]^m (\sigma_1^{nm} - \sigma_0^{nm}), \quad \vartheta_0 \leq t \leq \vartheta_1,$$

$$p = \left(\frac{at}{m} \sigma_0^n \right)^m + \left[\frac{a(t - \vartheta_0)}{m} \right]^m (\sigma_1^{nm} - \sigma_0^{nm}) + \left[\frac{a(t - \vartheta_1)}{m} \right]^m (\sigma_2^{nm} - \sigma_1^{nm}), \quad t \geq \vartheta_1.$$

Очевидно, что в момент увеличения напряжения в соответствии с экспериментально обнаруженным фактом скорость ползучести та же, что и в начальный момент ползучести, т. е. не ограничена. Далее скорость ползучести убывает, стремясь к величине, соответствующей ползучести при постоянном напряжении, равном его новому значению.

Расчитанные по предлагаемому методу кривые ползучести при ступенчато увеличивающемся напряжении были сопоставлены с экспериментальными, полученными на алюминиевом сплаве Д16АТ при 150 °С [6], Д16Т при 150 °С [7]. На рис. 3 для Д16АТ при 150 °С приведены примеры такого сопоставления, где расчетные кривые ползучести изображены линиями, а цифры означают величины напряжений.

Следует отметить, что рассматривались эксперименты, в которых напряжения не превышали предел упругости, так как при напряжениях, превышающих предел упругости, ползучесть отличается некоторыми особенностями [5].

Анализ полученных результатов показывает, что рассчитанные по предложенной модели кривые ползучести достаточно хорошо согласуются с экспериментальными, причем наибольшие отклонения одних от других не выходят из полосы разброса опытных данных. К тому же напомним, что в отличие от других моделей, как показано выше, данная модель ползучести дает принципиально важное согласование расчетных и экспериментальных скоростей ползучести в момент увеличения скачком напряжения, а также их предельных значений.

Теперь обратимся к ползучести в случае, когда после деформирования при постоянном напряжении σ_0 в течение времени ϑ_0 напряжение скачком снимается, а затем через отрезок времени, равный $\vartheta_1 - \vartheta_0$ (отдых), скачком же восстанавливается и продолжается ползучесть

при том же напряжении σ_0 (см. рис. 2). В период отдыха ($\vartheta_2 \leq t \leq \vartheta_1$) происходит возврат деформации на величину p_r (область возврата отмечена вертикальными линиями с поперечными штрихами). В предположении, что после восстановления напряжения не только будет продолжаться накапливаться деформация в соответствии с кривой ползучести при $\sigma = \sigma_0$ (участок AB кривой ползучести сдвигается параллельно оси абсцисс до положения $A'B'$), но и восстанавливаться деформация возврата p_r (ревозврат), фактической кривой ползучести на этом участке будет $A'B_0$ (см. рис. 2).

Тем самым описывается такой принципиально важный наблюдаемый в экспериментах факт, как резкое увеличение скорости ползучести в момент восстановления напряжения. Очевидно также, что в соответствии с предлагаемой моделью со временем скорость ползучести становится той, которая была бы в процессе ползучести при постоянном напряжении $\sigma = \sigma_0$. Это также наблюдается в экспериментах.

Таким образом, во время отдыха ($\vartheta_2 \leq t \leq \vartheta_1$) деформация ползучести

$$(4) \quad p = p(\sigma_0, \vartheta_2) - p_r(\sigma_0, t - \vartheta_0),$$

а вслед за отдыхом ($t \geq \vartheta_1$) (см. рис. 2)

$$(5) \quad p = p(\sigma_0, t - \vartheta_1 + \vartheta_0 - \vartheta_*) + p_r(\sigma_0, t - \vartheta_1).$$

Если есть необходимый набор кривых ползучести при постоянных напряжениях и возврате, то кривые ползучести при ступенчатом нагружении с отдыхом можно построить по соотношениям (4) и (5) без привлечения каких-либо определяющих уравнений. Если такого набора кривых нет, то придется привлечь какую-нибудь гипотезу ползучести, например гипотезу упрочнения. При $t \leq \vartheta_0$ работает соотношение (3), при $\vartheta_2 \leq t \leq \vartheta_1$

$$p = \left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m - \left[\frac{A(t - \vartheta_0)}{M}\right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m\right]^{bM} \sigma_0^{NM},$$

а при $t \geq \vartheta_1$

$$p = \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m - \left[\frac{A(\vartheta_1 - \vartheta_0)}{M}\right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m\right]^{bM} \sigma_0^{NM}\right]^{1/m} + \frac{a(t - \vartheta_1)}{m} \sigma_0^n + \left[\frac{A(t - \vartheta_1)}{M}\right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m\right]^{bM} \sigma_0^{NM},$$

$$M(\beta + 1) = 1.$$

Здесь использован закон возврата [8]

$$(6) \quad \dot{p}_r | p_r |^{\beta} = A p_0^b (\sigma_0 - \sigma_r)^N,$$

в котором p_r — деформация ползучести, накопленная при напряжении σ_0 к моменту, когда напряжение от σ_0 снижается до σ_r ; A , β , b , N — постоянные материала при фиксированной температуре.

При неполном снятии напряжения (неполном отдыхе), т. е. при его частичном уменьшении скачком от σ_0 (после ползучести при напряжении σ_0 в течение времени ϑ_0) до σ_* , процесс ползучести состоит из накопления деформации при уменьшенной величине напряжения ($\sigma = \sigma_*$) и частичного возврата [8]. Соответствующая кривая ползучести в период частичного отдыха в течение времени $\vartheta_1 - \vartheta_0$, а также после восстановления напряжения до σ_0 ($t \geq \vartheta_1$) строится аналогично случаю полного отдыха ($\sigma_* = 0$).

Воспользовавшись гипотезой упрочнения, при $\vartheta_0 \leq t \leq \vartheta_1$ получим

$$p = \left[\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n + \frac{a(t - \vartheta_0)}{m} \sigma_*^n\right]^m - \left[\frac{A(t - \vartheta_0)}{M}\right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n\right)^m\right]^{bM} (\sigma_0 - \sigma_*)^{NM},$$

а при $t \geq \vartheta_1$

$$p = \left[\left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n + \frac{a(\vartheta_1 - \vartheta_0)}{m} \sigma_*^n \right)^m \left[\frac{A(\vartheta_1 - \vartheta_0)}{M} \right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n \right)^m \right]^{bM} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (\sigma_0 - \sigma_*)^{NM} \right]^{1/m} + \frac{a(t - \vartheta_1)}{m} \sigma_0^n \right]^m + \left[\frac{A(t - \vartheta_1)}{M} \right]^M \left[\left(\frac{a\vartheta_0}{m} \sigma_0^n \right)^m \right]^{bM} (\sigma_0 - \sigma_*)^{NM}.$$

Примеры рассчитанных по предложенной модели кривых ползучести при ступенчатом нагружении, включающем полный или частичный отдых, для алюминиевого сплава Д16АТ при 150 °С представлены линиями на рис. 4 и сопоставлены с экспериментальными данными [6, 7]. Цифрами показаны величины напряжений на участках кривых ползучести. Для компактного размещения кривых их начала смещены и обозначены цифрой 0.

Анализ полученных результатов показывает, что рассчитанные по предложенной модели кривые ползучести достаточно хорошо соответствуют экспериментальным данным. Наблюдаемые в отдельных случаях отклонения расчетных кривых от экспериментальных не выходят из полосы разброса опытных данных.

Наряду с зависимостью возврата (6) был использован вариант

$$(7) \quad \dot{p}_r | p_r |^\beta = A p_0^b \left(\frac{\sigma_0 - \sigma_r}{\sigma_0} \right)^N,$$

в котором скорость возврата зависит не от абсолютной, а от относительной величины снижения напряжения. Степень соответствия кривых ползучести, полученных с применением зависимости (7), опытным данным оказалась той же, что и при использовании соотношения (6). Сделать, однако, отсюда какие-либо далеко идущие выводы в пользу того или иного закона возврата, как и о самом принципе его построения, невозможно, так как для этого требуется располагать широким набором опытных данных по возврату при разных величинах снижения напряжения и накопленной перед снижением напряжения деформации ползучести.

Следует заметить, что выводы, полученные на основе предложенной модели, не зависят от характера закона возврата, а также от механизма деформирования. Но они, конечно, зависят от способа учета вклада в деформацию ползучести, вносимого вновь включающимися в процесс деформирования системами скольжения или системами деформирования. Разумеется, при отсутствии необходимого набора экспериментальных кривых ползучести при постоянных напряжениях и кривых возврата, а следовательно, вынужденном использовании каких-либо конкретных гипотез ползучести и возврата соответствие данной модели опытным данным зависит от этих конкретных соотношений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вилесова Н. С., Наместников В. С. Об одном параметре упрочнения // ПМТФ.— 1964.— № 3.
2. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций.— М.: Наука, 1966.
3. Шестериков С. А., Юмашева М. А. Конкретизация уравнения состояния в теории ползучести // Изв. АН СССР. МТТ.— 1984.— № 1.
4. Ohno N., Murakami S., Ueno T. A constitutive model of creep describing creep recovery and material softening caused by stress reversals // J. Engng. Mater. and Technol.— 1985.— V. 107, N 1.
5. Наместников В. С. О ползучести за пределом упругости // Изв. АН СССР. МТТ.— 1968.— № 3.
6. Наместников В. С. О ползучести алюминиевого сплава при переменных нагрузках // ПМТФ.— 1964.— № 2.
7. Наместников В. С., Хвостунков А. А. Ползучесть дуралюмина при постоянных и переменных нагрузках // ПМТФ.— 1960.— № 4.
8. Наместников В. С. О периодической ползучести // Статическая и динамическая прочность машиностроительных конструкций.— М.: Моск. ин-т приборостроения, 1989.

г. Москва

Поступила 20/IV 1992 г.,
в окончательном варианте —
27/VII 1992 г.