УДК 536.25

СТАБИЛИЗАЦИЯ КОНВЕКТИВНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВЕРТИКАЛЬНОМ СЛОЕ С ПОМОЩЬЮ ПРОНИЦАЕМОЙ ПЕРЕГОРОДКИ

Р. В. Бирих, Р. Н. Рудаков

(Пермь)

Управление устойчивостью конвективных движений — одна из важных задач прикладной гидродинамики, так как потеря устойчивости приводит к снижению характеристик ряда технических объектов (термодиффузионные колонны, вертикальные теплоизолирующие слои и т. п.). Некоторые способы стабилизации конвективных течений рассмотрены в [1].

В данной работе исследуется влияние на устойчивость конвективного течения тонкой проницаемой перегородки, помещенной на границе раздела встречных потоков. Особенность этого способа стабилизации состоит в том, что проницаемая перегородка, препятствуя развитию вторичных движений, практически меняет профиль стационарного течения и процессы молекулярного переноса. Влияние проницаемой перегородки на устойчивость подогреваемого снизу горизонтального слоя жидкости и изотермического течения с кубическим профилем скорости ранее исследовано в [2, 3].

1. Постановка задачи. Рассмотрим вертикальный слой жидкости, ограниченный твердыми плоскостями $x = \pm h$, имеющими температуру $\pm\Theta$. Как известно, в этом случае в слое возникает стационарное конвективное течение с кубическим профилем скорости $v_0(x)$, которое становится неустойчивым при достаточно большой разности температур.

Исследуем влияние на устойчивость стационарного течения тонкой плоской проницаемой перегородки, помещенной в середине слоя ($x = 0$) параллельно ограничивающим плоскостям. Поскольку при $x = 0$ профиль скорости $v_0(x)$ имеет узел, такое расположение перегородки не изменяет стационарного распределения скорости и температуры в слое.

Амплитуды плоских нормальных возмущений функции тока $\varphi(x)$ и температуры $\vartheta(x)$ удовлетворяют уравнениям [1]

$$\varphi^{IV} - 2k^2\varphi'' + k^4\varphi + ik\,\mathrm{Gr}\left[v_0''\varphi - v_0(\varphi'' - k^2\varphi)\right] + \vartheta' = -\lambda(\varphi'' - k^2\varphi),$$
$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}(\vartheta'' - k^2\vartheta) + ik\,\mathrm{Gr}\left(T_0'\varphi - v_0\vartheta\right) = -\lambda\vartheta, \qquad (1.1)$$

где k и λ — волновое число и комплексный декремент возмущений; Gr и Pr — числа Грасгофа и Прандтля; $v_0 = (x - x^3)/6$ и $T_0 = x$ — профили скорости и температуры стационарного течения. За единицы расстояния, времени, скорости и температуры в (1.1) приняты соответственно h, h^2/ν, $g\beta\Theta h^2/\nu$ и Θ (ν — кинематическая вязкость, g — ускорение свободного падения, β — коэффициент теплового расширения).

Исчезновение возмущений скорости и температуры на границах слоя приводит к условиям

$$\varphi = \varphi' = \vartheta = 0 \quad (x = \pm 1). \qquad (1.2)$$

При постановке граничных условий на тонкой проницаемой перегородке предположим, что на ней выполняются условия непрерывности для температуры, теплового потока и поперечной компоненты скорости и обращается в нуль продольная компонента скорости:

$$\vartheta_- = \vartheta_+,\ \frac{\partial\vartheta_-}{\partial x} = \frac{\partial\vartheta_+}{\partial x},\quad \varphi_- = \varphi_+,\ \varphi_-' = \varphi_+' = 0 \quad (x = 0), \qquad (1.3)$$

где индексами — и + отмечены соответственно значения функций слева и справа от перегородки.

Из-за наличия сопротивления перегородки перетеканию жидкости из одной части слоя в другую на перегородке возможен перепад давления. Предположим, что скорость просачивания жидкости через перегородку пропорциональна этому перепаду давления:

$$v_x = -\alpha_1^{-1}(p_+ - p_-) \qquad (x=0),$$

где α_1 — коэффициент сопротивления перегородки. Исключая из этого условия давление с помощью уравнения Навье — Стокса, для амплитуды функции тока возмущений получим

$$\varphi_+''' - \varphi_-''' + k^2\alpha\varphi_+ = 0 \qquad (x=0). \tag{1.4}$$

Здесь α — безразмерный коэффициент сопротивления, за единицу измерения сопротивления принято η/h (η — динамическая вязкость жидкости).

Краевая задача (1.1) — (1.4) определяет спектр декрементов возмущений конвективного течения в вертикальном слое с проницаемой перегородкой.

Уравнения (1.1) интегрировались от границ слоя до перегородки методом Рунге — Кутта с ортогонализацией трех линейно-независимых решений на каждом шаге интегрирования [4]. Из условий сшивания решений на проницаемой перегородке (1.3), (1.4) определялся спектр декрементов $\lambda = \lambda(k, \mathrm{Gr}, \mathrm{Pr}, \alpha)$.

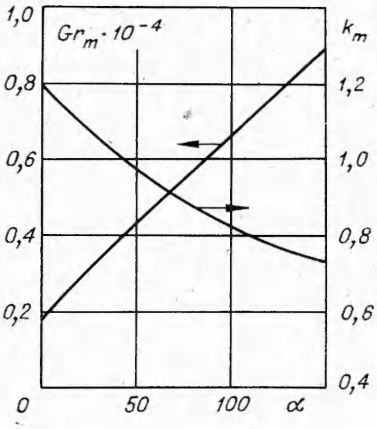
2. Монотонная неустойчивость. В отсутствие перегородки конвективное течение в вертикальном слое неустойчиво по отношению к возмущениям двух типов — монотонным ($\lambda_i = 0$) и колебательным ($\lambda_i \neq 0$) [1]. Неустойчивость по отношению к монотонным возмущениям имеет гидродинамическую природу и приводит к образованию системы стационарных вихрей на границе раздела встречных потоков. Минимальное критическое число Грасгофа, определяющее границу неустойчивости относительно монотонных возмущений, слабо зависит от числа Прандтля. При малых Pr этот тип неустойчивости является главным.

Тонкая проницаемая перегородка, помещенная в середине слоя, стабилизирует течение относительно монотонных возмущений, поскольку на ней обращается в нуль продольная компонента скорости и сопротивление перегородки затрудняет возникновение замкнутых течений. Расчеты критических чисел Грасгофа проведены для $\mathrm{Pr} = 0{,}01$.

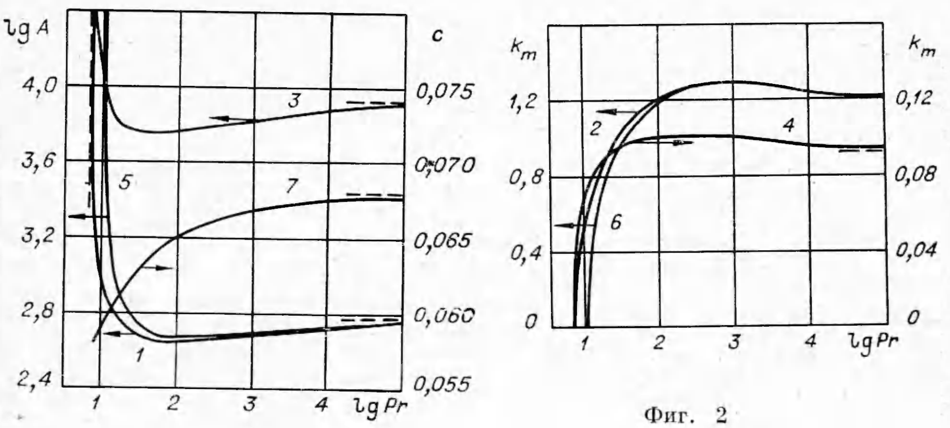
На фиг. 1 представлена зависимость минимального критического числа Грасгофа Gr_m и волнового числа k_m наиболее опасного возмущения от сопротивления перегородки. Расчет показывает, что в случае абсолютно проницаемой перегородки ($\alpha = 0$) $\mathrm{Gr}_m = 1680$, что более чем в 3 раза превышает значение критического числа Грасгофа в отсутствие перегородки. С увеличением сопротивления перегородки наблюдается почти линейный рост Gr_m. Волновое число критических возмущений с ростом α монотонно убывает.

3. Колебательная неустойчивость. Как показано в [5], конвективное течение в вертикальном слое, начиная с $\mathrm{Pr}_* = 11{,}4$, неустойчиво относительно возмущений вида бегущих волн. Рассмотрим влияние проницаемой перегородки на неустойчивость этого вида.

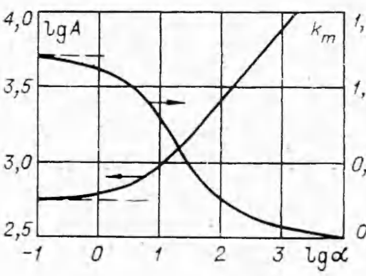
На фиг.2 приведены результаты расчета Gr_m (по оси ординат отложена величина $A = \mathrm{Gr}\mathrm{Pr}^{1/2}$, имеющая асимптоту при больших Pr) и соответствующего волнового числа k_m возмущений (кривые *1*, *2* — $\alpha = 0$; *3*, *4* — $\alpha =$



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

$= 1000$; *5*, *6* — в отсутствие перегородки), а также фазовой скорости $c = \lambda_i/k\mathrm{Gr}$ (кривая *7*).

Для любого сопротивления перегородки колебательная неустойчивость появляется при $\mathrm{Pr}_* = 8$, т. е. в этой области чисел Прандтля наблюдается дестабилизация стационарного течения. Абсолютно проницаемая перегородка ($\alpha = 0$) оказывает дестабилизирующее влияние на конвективное течение во всей области чисел Прандтля, причем с ростом Pr это влияние уменьшается. Перегородка с большим сопротивлением ($\alpha = 1000$), начиная с $\mathrm{Pr} = 11{,}5$, сильно стабилизирует течение.

Критические волновые числа колебательных возмущений и их фазовая скорость, как видно из фиг. 2, с увеличением числа Прандтля быстро растут и в области больших Pr стабилизируются. Величина фазовой скорости критических возмущений практически не зависит от сопротивления перегородки.

В рассматриваемом течении с проницаемой перегородкой, как и для других видов конвективного движения в вертикальном слое жидкости, граница устойчивости относительно колебательных возмущений понижается с ростом числа Прандтля и при больших Pr имеет место закон $\mathrm{Gr}_m \sim \mathrm{Pr}^{-1/2}$. Асимптотическое поведение минимального критического числа Грасгофа при $\mathrm{Pr} \to \infty$ исследовалось методом разложения решения по малому параметру $\mathrm{Pr}^{-1/2}$ [6]. Результаты расчета приведены на фиг. 3. Как видно, с увеличением сопротивления перегородки устойчивость течения повышается. При $\alpha > 100$ $\mathrm{Gr}_m = 268\ (\alpha/\mathrm{Pr})^{1/2}$. Такая зависимость минимального критического числа Грасгофа от сопротивления показывает, что абсолютно непроницаемая перегородка снимает этот тип неустойчивости. Волновое число наиболее опасного возмущения с ростом сопротивления монотонно уменьшается, а его фазовая скорость практически остается неизменной ($c = 0{,}0678$).

Поступила 5 VII 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
2. **Бирих Р. В., Рудаков Р. Н.** Влияние проницаемой перегородки на конвективную неустойчивость горизонтального слоя жидкости.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1977, № 1.
3. **Бирих Р. В., Рудаков Р. Н.** Влияние проницаемой перегородки на устойчивость течения, возникающего под действием линейной массовой силы.— «Учен. зап. Пермск. ун-та. Гидродинамика», 1976, № 362, вып. 8.
4. **Бирих Р. В., Рудаков Р. Н.** Применение метода ортогонализации в пошаговом интегрировании при исследовании устойчивости конвективных «течений».— «Учен. зап. Пермск. ун-та. Гидродинамика», 1974, № 316, вып. 5.
5. **Бирих Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М., Рудаков Р. Н.** О колебательной неустойчивости плоскопараллельного конвективного движения в вертикальном канале.— ПММ, 1972, т. 36, вып. 4.
6. **Бирих Р. В., Гершуни Г. З., Жуховицкий Е.М., Рудаков Р. Н., Шихов В. М.** Об устойчивости стационарных конвективных движений при больших числах Прандтля.— «Учен. зап. Пермск. ун-та. Гидродинамика», 1975, № 327, вып. 6.