Используя (4.10), преобразуем (4.4) в выражение, связывающее ω и u

$$\omega = 2\ Su/d \tag{4.11}$$

В опытах дель-Нунцио $S = 0.45$, а $d = 1.5$ *см*, следовательно,

$$\omega = 0.6\ u$$

т. е. та же зависимость, что и (4.5).

Из результатов экспериментов, приведенных на фиг. 4, следует, что частота пульсаций около неровностей с менее острыми краями характеризуется меньшими числами Струхаля $S_0{}^*$. В опытах дель-Нунцио $S_0{}^* = 0.11$, что указывает на достаточно гладкую поверхность эбонитовой трубки, использовавшейся в этих опытах.

Так как модели шероховатостей, испытывавшиеся в гидролотке, подобны характерным неровностям поверхности графитовых моделей, то можно считать, что наиболее вероятные значения чисел Струхаля для этих неровностей будут находиться в диапазоне их изменения, полученном в экспериментах на гидролотке, т. е. $S_0{}^* = 0.45$—0.55, а частота пульсаций может определяться по формуле (2.14). Определение частоты пульсаций потока газа в экспериментах с графитовыми моделями, представляющих собой возмущающие колебания по отношению к отдельным зернам, выступающим над поверхностью моделей и образующих их шероховатость, проведенное в предположении равенства частоты этих пульсаций частоте собственных колебаний отдельных зерен, дало число $S_0{}^* = 0.5$ (фиг. 4).

Автор благодарит Г. И. Петрова за внимание к работе.

Поступила 26 XI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Великанов М. А. Динамика русловых потоков. Гидрометеоиздат, 1946.
2. Эйгенсон Л. Г. Моделирование. Изд. «Наука», 1952.
3. Морозов М. Г., Ерошенко В. М., Петров Ю. Н. Течение в застойных зонах на поверхности тел, обдуваемых сверхзвуковым потоком воздуха. Сб. Физическая газодинамика и теплообмен. Изд-во АН СССР, 1961.
4. Кутателадзе С. С. и др. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое. Изд. СО АН СССР, 1964.
5. Kawaguti M. Numerical solution of the Nawier-Stokes. Equation of the flow in two dimenshional cavity. J. Phys. Japan, 1961, vol. 16, No. 11.
6. Charwat A. F., Dewey C. F., Jr., Roos Y. N., Hitz Y. A. An Investigation of Separated Flows. J. Aerospace Sci., 1961, vol. 28, No. 6, 7.
7. Прандтль Л. Газодинамика. Изд-во иностран. лит., 1949.
8. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Физматгиз, 1959.

О ПОВЕДЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ ПРИ ТЕЧЕНИИ СЖИМАЕМОГО ГАЗА В ТРУБАХ ПРИ ОЧЕНЬ БОЛЬШИХ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ГРАДИЕНТАХ ДАВЛЕНИЯ

М. М. Назарчук, В. Н. Панченко

(Киев)

В работе показано, что при достаточно больших отрицательных градиентах давления коэффициент трения должен возрастать, независимо от того, будет или не будет происходить «ламинаризация» потока.

Обозначения

ζ — коэффициент трения;
M — число Маха;
λ — коэффициент скорости;
τ — напряжение трения;
p — давление;
R — число Рейнольдса;
S — энтропия;
k — показатель изоэнтропы;
T — термодинамическая температура;
θ — температура торможения;
ω — степень заполненности профиля скоростей;
U_* — предельная скорость;
w — скорость одномерного потока;
u — продольная составляющая скорости;
v — поперечная составляющая скорости;
x — продольная координата;
y — поперечная координата;
D — диаметр трубы;
r — радиус трубы;
μ — динамическая вязкость;
ν — кинематическая вязкость;
ρ — плотность.

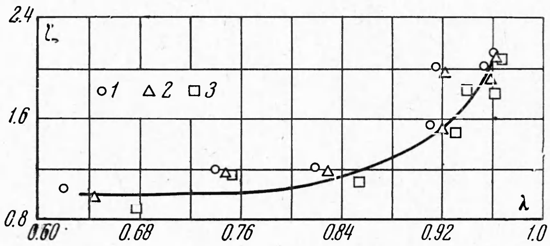
Опытами работы [1] впервые надежно установлена зависимость «одномерного» коэффициента трения $\zeta_0 = 8\tau_0/\rho w^2$ от числа M при течении газа в трубах с дозвуковыми скоростями. В этой зависимости скорость w определялась из одномерного уравнения расхода, а трение на стенке τ_0 — из одномерного уравнения количества движения. Резкое падение коэффициента трения на стенке ζ_0 перед кризисом привело А. А. Гухмана к гипотезе о ламинаризации [2]. Явление ламинаризации действительно было обнаружено в некоторых опытах [3,4].

Между тем, соображения теории пограничного слоя [5,6] свидетельствуют, что при больших отрицательных градиентах давления коэффициент трения должен возрастать как в случае турбулентных, так и ламинарных течений.

Это приводит к постановке следующей задачи. Найти изменение фактического (а не «одномерного») коэффициента трения при течении газа в трубе.

Были проведены эксперименты по непосредственному измерению τ_0, на результаты которых, естественно, не могло повлиять явление ламинаризации. Эксперименты проводились на цилиндрической трубе длиной 2735 *мм* и диаметром 14.05 *мм*, которая была установлена вертикально. К трубе присоединялся рабочий участок длиной 300 *мм*, такого же диаметра, как и труба. На срезе рабочего участка устанавливался подвижный элемент, который под действием сил трения и разности давлений поднимался вверх. Для получения значений τ_0 при числах λ от 0.6 до 1.0 на подвижный элемент подвешивались дополнительные грузы.

Результаты измерений в виде зависимости $\xi = \zeta/\zeta^\circ$ от λ (здесь ζ° — для несжимаемой жидкости) представлены на фиг. 1. На фиг. 1 точки, обозначенные кружками, треугольниками и квадратами, соответствуют различным опытам. В опытах работы [1] показано, что величина ζ_0 при $\lambda > 0.80$ должна существенно уменьшаться. Вместе с тем, как видно из фиг. 1, отношение ξ в области $\lambda > 0.80$ имеет явно выраженную тенденцию к росту. Так, при $\lambda = 0.95$ величина ξ превышает 2, в то время как ξ_0 по данным МО ЦКТИ составляет примерно 0.55. Вряд ли расхождение более чем в 3.5 раза можно объяснить наличием каких-либо предвходящих обстоятельств. При достаточно больших λ, по-видимому, происходит существенная деформация профиля скоростей. Числа λ, с которых начинается ощутимое изменение скоростей, нетрудно найти, исходя из простых соображений.



Фиг. 1. Зависимость коэффициента трения ($\zeta=\xi$) от коэффициента скорости по данным непосредственного измерения напряжения трения на стенке

Найдем изменение энтропии вдоль оси трубы

$$\frac{dS_1}{dx} = -\frac{1}{p}\frac{dp}{dx} + \frac{k}{k-1}\frac{1}{T_1}\frac{dT_1}{dx} \qquad (1)$$

где индекс 1 соответствует величинам на оси.

Здесь, как обычно, предполагается, что давление p — функция только продольной координаты и может быть выражена через λ

$$p = \mathrm{const}\,\frac{1}{\lambda}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)$$

Кроме того, используя равенство

$$\frac{T_1}{\theta} = 1 - \gamma\lambda_1^2 \qquad \left(\gamma = \frac{k-1}{k+1}\right)$$

где θ — температура торможения, нетрудно (1) преобразовать к виду

$$\frac{dS_1}{dx} = \frac{1}{\lambda}\,\Phi_\omega(\lambda)\frac{d\lambda}{dx} + \frac{2k}{k+1}\frac{\lambda^2}{\omega^3(1-\gamma\lambda_1^2)}\frac{d\omega}{dx} \qquad (2)$$

Здесь $\omega = \lambda/\lambda_1$ — степень заполненности профиля скоростей.

$$\Phi_\omega(\lambda) = \frac{1+\gamma\lambda^2}{1-\gamma\lambda^2} - \frac{2k\lambda^2/(k-1)}{\omega^2 - \gamma\lambda^2}$$

При каждом фиксированном ω, как нетрудно убедиться, функция $\Phi_\omega(\lambda)$ обращается в нуль при некотором $\lambda = \lambda_\omega$. При этом для всех $\lambda < \lambda_\omega$ она положительна, а для всех $\lambda > \lambda_\omega$ — отрицательна.

Так как $dS_1/dx \geqslant 0$, то из (2) следует, что $d\omega/dx > 0$ для всех $\lambda > \lambda_\omega$. Следовательно, профиль скоростей начинает заполняться не позднее, чем λ достигает значения λ_ω. Величина λ_ω может быть найдена из уравнения

$$\Phi_\omega(\lambda) = 0$$

Отсюда (для воздуха $k = 1.4$) получим

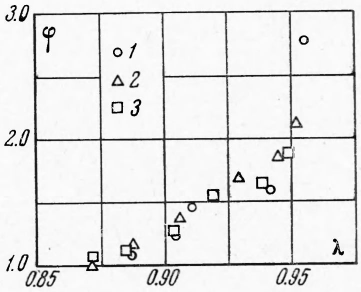
$$\lambda_\omega^2 = 4 - {}^1/_2\omega^2 - \sqrt{(4 - {}^1/_2\,\omega^2)^2 - 6\omega^2}$$

При значении числа Рейнольдса R от 10^5 до 10^6 степень заполненности $\omega = 0.835 \div 0.865$, что соответствует $\lambda_\omega = 0.795 \div 0.830$.

Как раз при λ_ω такого порядка и наблюдается начало заметного возрастания ζ (фиг. 1).

Отметим, что при постановке эксперимента не преследовалась цель получить точные количественные результаты, а имелось в виду лишь оценить характер зависимости ξ от λ при $\lambda \to 1$. Однако учет, например, вытекания струи снижает $\xi = 2.07$ (фиг. 1) до $\xi = 1.87$, т. е. примерно на 10%, но в то же время не вносит существенных качественных изменений в поведение коэффициента трения.

Можно также оценить τ_0, пользуясь данными о распределении статического давления по длине трубы. Такая оценка может быть сделана из приближенного выражения для τ, пригодного независимо от того — будет ли поступать ламинаризация или нет.



Фиг. 2. Зависимость величины φ от коэффициента скорости. Градиенты давления по данным МО ЦКТИ

Введем безразмерные величины. Для продольной координаты x, поперечной y, давления p, скоростей по осям u и v, термодинамической температуры T и температуры торможения θ, примем соответственно следующие характерные величины r, rR°, p°, u, u_*, T, θ; здесь $R^\circ = {}^1/_2\, ur/\nu$.

Используя уравнение движения для круглой трубы, записанное в безразмерных переменных

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + R^\circ v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = -\frac{k-1}{2k}\frac{dp}{dx} + \frac{1}{2r}\frac{\partial(r\tau)}{\partial y}$$

получим на стенке трубы

$$\left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)_0 = \tau_0 + \frac{k-1}{k}\frac{dp}{dx} \tag{3}$$

Положим на оси трубы [7]

$$\left(\frac{\partial\tau}{\partial y}\right)_1 = -f_n\tau_0, \qquad 0 \leqslant f_n \leqslant 1 \tag{4}$$

Условия (3), (4) и условие симметричности ($\tau_1 = 0$) дают возможность представить τ в виде полинома третьей степени

$$\tau = \tau_0(1 + a_1 y - a_2 y^2 + a_3 y^3) \tag{5}$$

Для коэффициентов a_1, a_2, a_3 из трех упомянутых условий имеем

$$a_1 = 1 + \frac{k-1}{k\tau_0}\frac{dp}{dx}, \qquad a_2 = 5 - f_n + 2\frac{k-1}{k\tau_0}\frac{dp}{dx}, \qquad a^2 = 3 - f_n + \frac{k-1}{k\tau_0}\frac{dp}{dx} \tag{6}$$

Интегрируя уравнение (5), после подстановки в него значений коэффициентов (6) получим

$$\tau_0 > -\frac{k-1}{8k}\frac{dp}{dx} \qquad \left(\int_1^0 \tau\, dy > 0\right) \tag{7}$$

Поэтому

$$\xi = \frac{\tau_0}{w}\frac{w_0}{\tau_{00}} > \varphi = -\frac{k-1}{8k}\frac{w_0}{w\tau_{00}}\frac{dp}{dx}$$

Здесь нижним индексом 0 обозначено начальное сечение трубы, в качестве которого принималось сечение, расположенное на расстоянии 50 калибров от входа. Результаты расчетов в виде зависимости φ от λ представлена на фиг. 2. Как видно, получается значительный рост φ, следовательно и ζ, что качественно согласуется с экспериментальными результатами.

Таким образом, независимо от того, имеет место эффект ламинаризации или нет, коэффициент трения при достаточно больших $|dp/dx|$ становится больше, чем в начале развитого участка течения.

Авторы благодарят С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева за ряд замечаний при обсуждении работы.

Поступила 15 II 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Гандельсман А. Ф., Гухман А. А., Илюхин Н. В., Науриц Л. Н. Исследование коэффициента сопротивления при течении с околозвуковой скоростью. Ж. техн. физ., 1954, № 12.
2. Gukhman A. A. Application of the entropy method to investigation of transonic adiabatic flows. Internat. J. Heat Mass Transfer, 1962, vol. 5.
3. Дейч М. Е., Кох А. А., Робожев А. В., Степанчук В. Ф. Исследование структуры потока в ступени эжектора с изобарическим начальным смещением. Теплоэнергетика, 1954, № 12.
4. Дейч М. Е., Лазарев Л. Я. Исследование перехода турбулентного пограничного слоя в ламинарный. Инж.-физ. ж., 1964, т. № 4.
5. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз. 1962.
6. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Тубулентный пограничный слой сжимаемого газа. Изд. СО АН СССР, 1962.
7. Назарчук М. М. Течения газа в каналах при наличии теплообмена. Изд. АН УССР, 1963.

ОСЕСИММЕТРИЧНОЕ ТЕЧЕНИЕ В ТОНКОМ СЛОЕ ЖИДКОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

Н. С. Хапилова
(Новосибирск)

Рассматривается задача, поставленная в [1], в которой была получена система уравнений, описывающая течение тонкого слоя жидкости на поверхности вращающегося тела вращения в подвижной системе координат, связанной с телом. Сохраняя обозначения [1], в этой заметке будем рассматривать только осесимметричное течение.

Анализ уравнений (2.3), (2.9), (2.10) работы [1], записанных в характеристической форме, показывает, что при расчете неустановившегося осесимметричного течения в трубе конечной длины нужно задавать два граничных условия слева и одно справа, если течение «докритическое», т. е. $v_1 < \sqrt{fh}$, или три граничных условия слева, если течение «сверхкритическое», т. е. $v_1 > \sqrt{fh}$.

При конкретном выборе граничных условий в случае установившегося осесимметричного течения представляет интерес исследование возможных форм свободной поверхности.

В системе (2.3), (2.9), (2.10) положим $j = 0$ и $q = 0$. Введем новую переменную $Q = v_1 h$. Тогда, интегрируя уравнение неразрывности, получим $Q = c/R\,(x)$, где $c = \text{const}$. При этом (2.9) преобразуется к виду

$$\frac{dh}{dx} = \left(\frac{R'}{\sqrt{1-R'^2}} f - \frac{QQ'}{h^2} - \frac{\lambda}{8h^2} vQ\right)\left(f - \frac{Q^2}{h^3}\right)^{-1} \tag{1}$$

Введем понятие критической глубины, определяемой из условия $fh_k^3 = Q^2 = c^2/R^2$ при заданном Q. Если $h > h_k$, то режим течения является докритическим, при $h < h_k$ — сверхкритическим.

Введем величину

$$f_1 = \frac{f}{\sqrt{1-R'^2}} = R\left(\omega + \frac{v_2}{R}\right)^2 > 0$$

Глубину h_n, удовлетворяющую уравнению

$$\left(f_1 + \frac{c^2}{R^3 h_n^2}\right) R' - \frac{\lambda}{8h_n^2}\frac{c}{R}\left(v_2^2 + \frac{c^2}{R^2 h_n^2}\right)^{1/2} = 0 \tag{2}$$

условно назовем «нормальной глубиной».

При $\lambda = 24/\,\mathrm{Re}$, соответствующим ламинарному режиму течения в слое, уравнение (2) записывается в виде

$$f_1 h_n^3 + \frac{c^2}{R^3} h_n - \frac{3\nu c}{R'R} = 0 \tag{3}$$