

4. Д. А. Франк-Каменецкий. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
5. Пожарная опасность веществ и материалов, применяемых в химической промышленности. М.: Химия, 1968.
6. Там же, 1970.
7. А. С. Мальцева, И. Н. Жарова, Ю. Е. Фролов и др. Хим. промышл., 1984, 1, 19.
8. А. С. Мальцева, Ю. Е. Фролов, А. И. Розловский. Хим. физика, 1983, 2, 7, 999.
9. А. С. Мальцева, Ю. Е. Фролов, А. И. Розловский. Докл. АН СССР, 1983, 269, 873.
10. Р. М. Асеева, Г. Е. Заиков. Горение полимерных материалов. М.: Наука, 1981.
11. А. Г. Гальченко, Т. В. Попова, Г. Б. Айвазян и др. Горение конденсированных веществ. Черноголовка, 1980.
12. Г. Б. Айвазян, М. Б. Ордян, Н. А. Халтуринский и др. Арм. хим. журн., 1983, 36, 391.
13. А. С. Мальцева, А. И. Розловский, Ю. Е. Фролов. Журн. Всес. хим. об-ва им. Д. И. Менделеева, 1974, 19, 542.

*Поступила в редакцию 11/III 1984,
после доработки — 26/VIII 1986*

УСТОЙЧИВОСТЬ ГОРЕНИЯ В ПОТОКЕ

В. А. Вольперт
(Черноголовка)

В работах [1—3] изучены стационарные режимы протекания экзотермической реакции в одномерном потоке. В случае неактивированной реакции анализ уравнений и численные расчеты проведены в [1], расчеты [2] и приближенный анализ [3] относятся к сильно активированной реакции. В [1—3] показано, что в зависимости от соотношения между скоростью подачи горючей смеси v и нормальной скоростью распространения пламени по неподвижной смеси u возможны различные режимы протекания реакции, причем смена режимов носит критический характер.

Исследование стационарной задачи включало в себя нахождение температурного и концентрационного профилей, расстояния l от входа в реактор до зоны горения, температуры горения. В частности, показано [1—3], что в режиме горения ($v < u$) это расстояние может быть немонотонной функцией v/u : при v/u , близких к нулю и единице, l монотонно растет вместе с v/u , а в промежуточной области убывает. Можно предположить, что стационарные состояния, отвечающие падающей ветви этой зависимости, неустойчивы [4]. Действительно, массовые скорости подачи горючей смеси и ее потребления в стационаре совпадают. Большому значению l на падающей ветви отвечает меньшая скорость потребления, поэтому случайное увеличение расстояния приведет к уменьшению скорости горения и, следовательно, к сносу фронта. Эти рассуждения были бы безусловно верны, если бы они относились к сосредоточенной системе, не допускающей колебательного поведения. В данном случае исследование устойчивости должно быть проведено непосредственно.

В настоящей работе изучается устойчивость режима горения в потоке в случае конденсированной горючей смеси, когда влиянием диффузии можно пренебречь. Задача рассматривается в постановке [3]. Предположение о сильной активированности реакции позволяет воспользоваться приближением Зельдовича — Франк-Каменецкого и заменить распределенную зону реакции поверхностью горения.

Постановка задачи

Пусть в полупространство $x > 0$ поступает через плоскость конденсированная горючая смесь. При $x > 0$ процесс горения описывается той же нестационарной системой уравнений, что и распространение пламени в конденсированной среде, но вместо нормальной скорости го-

рения u в нее входит скорость втекающего потока v :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} - v \frac{\partial T}{\partial x} + q\varphi(a)\Phi(T), \quad (1)$$

$$\frac{\partial a}{\partial t} = -v \frac{\partial a}{\partial x} - \varphi(a)\Phi(T). \quad (2)$$

Предполагается сильная зависимость функции Φ от температуры T и, для простоты, нулевой порядок реакции по концентрации a : $\varphi(a) = 1$ при $a > 0$ и $\varphi(a) = 0$ при $a \leq 0$. Здесь x — координата вдоль направления потока; y — поперечная координата; t — время; κ — коэффициент температуропроводности; q — саморазогрев реакции. В соответствии с [3] примем

$$x = 0: T = T_0, a = a_0; x = +\infty: \partial T/\partial x = 0, a = 0. \quad (3)$$

В дальнейшем рассматривается режим горения, поэтому считаем, что $v < u$.

Приведем результаты решения одномерной стационарной задачи [1—3], полученные в приближении поверхности горения, которые близки к [3] и понадобятся ниже при исследовании устойчивости. Температурный и концентрационный профили в стационарном режиме горения, где зона реакции расположена при $x = l$, имеют вид

$$\begin{aligned} 0 < x < l: T_{ст}(x) &= T_0 - qa_0 \exp(-lv/\kappa) + qa_0 \exp\{(x-l)v/\kappa\}, \\ & a_{ст}(x) = a_0; \\ x > l: T_{ст}(x) &= T_{\kappa}, a_{ст}(x) = 0. \end{aligned}$$

Положение зоны реакции l и конечная температура T_{κ} ($T_{\kappa} = \lim_{x \rightarrow \infty} T(x)$) определяются из условий сопряжения решений в зоне реакции ($x = l$). Эти условия имеют вид

$$\begin{aligned} x = l: [T] &= 0, \quad \kappa [\partial T/\partial x] = qa_0 v, \\ & \kappa \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] = 2 \int_{T_{\kappa}}^{T_r} q\Phi(T) dT, \\ [f] &\equiv f(l-0) - f(l+0). \end{aligned} \quad (4)$$

Первое из условий (4) означает непрерывность температуры, второе дает связь между разностью потоков тепла по обе стороны зоны реакции и скоростью подачи горючей смеси. Третье условие может быть получено, если рассмотреть одномерное стационарное уравнение, получаемое из (1), в зоне реакции, отбросить мало меняющийся там конвективный член, домножить на $\partial T/\partial x$ и проинтегрировать по зоне реакции. Использование (4) дает соотношения между l , T_{κ} и параметрами задачи

$$v^2 = \frac{2\kappa}{qa_0^2} \int_{T_{\kappa}}^{T_r} \Phi(T) dT, \quad (5)$$

$$\exp(-lv/\kappa) = (T_r - T_{\kappa})/qa_0 \quad (T_r \equiv T_0 + qa_0). \quad (6)$$

Равенство (5) служит для определения неизвестной T_{κ} , а затем из (6) находится l .

В случае аррениусовской температурной зависимости

$$\Phi(T) = k_0 \exp(-E/RT),$$

вычисляя интеграл по Франк-Каменецкому и сохраняя лишь самую сильную температурную зависимость в полученном выражении, имеем

$$\begin{aligned} v^2 &\sim \exp(-E/RT_{\kappa}), \quad u^2 \sim \exp(-E/RT_r), \\ v/u &\approx \exp\{Z(T_{\kappa} - T_r)/qa_0\} \quad (Z = Eqa_0/2RT_r^2), \end{aligned}$$

откуда

$$l \frac{u}{\kappa} = -\frac{u}{v} \ln \left[\frac{1}{Z} \ln \frac{u}{v} \right]. \quad (7)$$

Легко видеть, что при $Z > e$ расстояние l действительно является монотонной функцией v/u .

Исследование устойчивости

При исследовании устойчивости стационарного режима горения к малым возмущениям считаем, что зона реакции сосредоточена при $x = l + \xi(t, y)$, где малое смещение положения стационарной зоны реакции задается в виде [5]

$$\xi(t, y) = \varepsilon \exp(\omega t +iky). \quad (8)$$

Здесь ε — малая амплитуда; ω — искомая частота возмущений; k — волновое число. Выражение (1) должно решаться без источника ($\Phi(T) = 0$) в областях прогрева $0 < x < l + \xi$ и продуктов реакции $x > l + \xi$ с последующим сопряжением полученных решений в зоне реакции $x = l + \xi$. Решение нестационарного уравнения (1) ищется в виде суммы стационарного распределения и малого возмущения температуры

$$T(t, x, y) = T_{ст}(x) + \bar{T}(x) \exp(\omega t +iky), \quad (9)$$

откуда получаем, что $\bar{T}(x)$ должно удовлетворять выражению

$$\kappa \bar{T}'' - v \bar{T}' - (\omega + k^2 \kappa) \bar{T} = 0,$$

которое имеет два линейно независимых решения $\exp(\mu_1 x)$ и $\exp(\mu_2 x)$, где

$$\mu_{1,2} = (1 \pm d)v/2\kappa, \quad d = \sqrt{1 + 4\Omega + s^2}, \quad \Omega = \omega \kappa / v^2, \quad s = 2k\kappa/v.$$

Используя условие (3), получим

$$\begin{aligned} 0 < x < l + \xi: \quad \bar{T}(x) &= c_1 \exp(\mu_1 x) + c_2 \exp(\mu_2 x), \\ x > l + \xi: \quad \bar{T}(x) &= c_3 \exp(\mu_2 x). \end{aligned}$$

Здесь c_1, c_2, c_3 — неизвестные константы, связь между которыми дают соотношения (3) и условия сопряжения нестационарных решений в зоне реакции

$$x = l + \xi: \quad [T] = 0, \quad \kappa [\partial T / \partial x] = qa_0 (v - \partial \xi / \partial t), \quad (10)$$

$$\kappa \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 \right] = 2 \int_{T(t, l + \xi, y)} q \Phi(T) dT,$$

которые получаются аналогично (4).

Подстановка (8), (9) в (3), (10) и линеаризация по ε , $\bar{T}(x)$ дает систему четырех линейных однородных уравнений относительно

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon} = \exp(-\mu_2 l) \varepsilon v / \kappa, \quad \tilde{c}_1 &= c_1 / \tilde{q} \cdot \exp(\mu_1 - \mu_2) l, \quad \tilde{c}_2 = c_2 / \tilde{q}, \quad \tilde{c}_3 = c_3 / \tilde{q}: \\ \tilde{\varepsilon} + \tilde{c}_1 + \tilde{c}_2 &= \tilde{c}_3, \end{aligned}$$

$$(1 + d)\tilde{c}_1 + (1 - d)(\tilde{c}_2 - \tilde{c}_3) = -2(\Omega + 1)\tilde{\varepsilon},$$

$$2\tilde{\varepsilon} + (1 + d)\tilde{c}_1 + (1 - d)\tilde{c}_2 = 2Z\tilde{c}_3,$$

$$\tilde{c}_1 \exp(-dL) + \tilde{c}_2 = 0$$

$$\left(L = lv/\kappa, \quad \tilde{q} = qa_0, \quad Z = \tilde{q} \Phi(T_R) / 2 \int \Phi(T) dT \right).$$

Условие нетривиальной разрешимости этой системы, т. е. равенство нулю соответствующего определителя, дает дисперсионное соотношение

$$\left\{ 2Z - 1 + d \right\} \left\{ d - \left(\Omega + \frac{d+1}{2} \right) (1 - \exp(-dL)) \right\} = -2\Omega d, \quad (11)$$

связывающее неизвестную величину Ω с параметрами задачи. В качестве параметров в дисперсионное соотношение входят волновое число s , безразмерное расстояние до зоны реакции L и температурный коэффициент скорости реакции Z .

При $L \rightarrow \infty$ (11) приобретает вид

$$/ 2 Z(2 \Omega + 1 - d) = (d - 1)^2 + 2 \Omega(d + 1)$$

и совпадает с дисперсионным соотношением [6], полученным при исследовании устойчивости волны горения.

Дисперсионное соотношение позволяет делать выводы об устойчивости волны горения. Если параметры задачи таковы, что все Ω , находимые из (11), имеют отрицательные действительные части, то стационарная волна устойчива. Если хотя бы одно Ω имеет положительную действительную часть, стационарная волна неустойчива. Границе устойчивости отвечает случай $\text{Re } \Omega = 0$ при условии, что все остальные Ω , находимые из (11), имеют отрицательные действительные части.

Для определения границ аperiodической неустойчивости положим $\Omega = 0$ в (11). Получим $2Z = 1 - d$. Можно проверить, что при $2Z > 1 - d$ значение Ω оказывается отрицательным и не может приводить к неустойчивости.

Для нахождения границ периодической неустойчивости положим в (11) $\Omega = i\varphi$. Уравнение (11) является трансцендентным и в отличие от дисперсионного соотношения в случае распространяющейся волны горения не может быть сведено к алгебраическому. Предлагается следующий метод его исследования.

Комплексное уравнение (11) может быть записано как два действительных

$$\begin{aligned} (2Z - 1 + \alpha)I_1 - \beta I_2 &= 2\beta\varphi, \\ (2Z - 1 + \alpha)I_2 + \beta I_1 &= -2\alpha\varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где α и β — действительная и мнимая части d ; $d = \alpha + i\beta$;

$$I_1 = \alpha + (\alpha + 1)(e_1 - 1)/2 + (\varphi + \beta/2)e_2;$$

$$I_2 = \beta - (\alpha + 1)e_2/2 + (\varphi + \beta/2)(e_1 - 1);$$

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - 1 - s^2}; \quad e_1 = \exp(-\alpha L) \cos \beta L; \quad e_2 = \exp(-\alpha L) \sin \beta L.$$

Преобразуя (12), получим

$$I_1^2 + I_2^2 + \alpha(\alpha I_1 + \beta I_2) = 0, \quad (13)$$

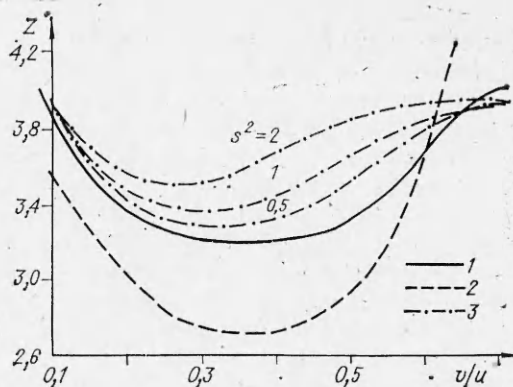
$$2Z = 2\varphi(\beta I_1 - \alpha I_2)/(I_1^2 + I_2^2) - \alpha + 1. \quad (14)$$

Зафиксируем значение s , а α считаем независимым параметром. Тогда из (13) L найдем численно как функцию α , а затем по (14) находим Z . Таким образом, при каждом s на плоскости L, Z определяются параметрически заданные кривые $L = L(\alpha, s^2)$, $Z = Z(\alpha, s^2)$, отвечающие чисто мнимым Ω в (11). Эти кривые разбивают плоскость L, Z на области, из которых выбирается область изменения параметров, для которых стационарная волна устойчива. Диапазон изменения α , а следовательно, и величины φ на границе устойчивости определяются наличием решений выражения (13).

После того как найдены зависимости $L = L(\alpha, s^2)$, $Z = Z(\alpha, s^2)$, можно построить области устойчивости и в других координатах, используя связь между параметрами стационарной задачи (5), (6). В случае аррениусовской температурной зависимости и сохранения лишь самой сильной экспоненциальной ее части при вычислении интеграла в (5) (что эквивалентно записи $\Phi(T)$ в виде $\Phi(T) \sim \exp(2ZT/qa_0)$) равенство (7) позволяет получить границу устойчивости на плоскости $v/u, Z$ (см. рисунок). При фиксированном значении $Z > e$ кривая 2 определяет два значения v/u , между которыми расположена падающая ветвь. Граница устойчивости к одномерным возмущениям (кривая 1, область ус-

Границы устойчивости стационарной волны горения.

1 — граница одномерной устойчивости; 2 — кривая, определяющая положение падающей ветви зависимости l от v/u ; 3 — граница устойчивости по отношению к возмущениям с разными s^2 .



тойчивости расположена под ней) не совпадает с линией 2: существуют значения параметров, при которых стационарные состояния на падающей ветви будут устойчивы, однако эти две кривые качественно похожи и близки количественно. Отметим, что в широком диапазоне изменения v/u одномерная неустойчивость наступает раньше двумерной (кривые 3) в отличие от распространения пламени по неподвижной смеси.

Автор выражает благодарность А. П. Алдушину, А. А. Бутакову и Э. Н. Руманову за плодотворное обсуждение результатов работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. М. Зайдель, Я. Б. Зельдович. ПМТФ, 1962, 4.
2. А. Г. Мержанов, А. К. Филоненко. Докл. АН СССР, 1963, 152, 1.
3. Б. И. Хайкин, Э. Н. Руманов. ФГВ, 1975, 11, 5, 671.
4. И. И. Солдаткина. Канд. дис. ОИХФ АН СССР, 1985.
5. Г. И. Баренблатт, Я. Б. Зельдович, А. Г. Истратов. ПМТФ, 1962, 4, 21.
6. А. П. Алдушин, С. Г. Каспарян. Докл. АН СССР, 1979, 244, 1, 67.

Поступила в редакцию 24/II 1986,
после доработки — 12/VI 1986

О ПРИМЕНИМОСТИ МОДЕЛИ ДИФФУЗИОННОГО ГОРЕНИЯ К РАСЧЕТУ СВЕРХЗВУКОВЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ РЕАГИРУЮЩИХ СТРУЙ

С. И. Барановский, В. А. Перминов
(Москва)

Большинство существующих методов расчета турбулентных течений с химическими реакциями базируется либо на предположении химического равновесия (модель диффузионного горения), либо на модели с одной или реже с двумя «глобальными» химическими реакциями с некоторыми конечными скоростями. Поэтому очень важно знать, можно ли применять приближение диффузионного горения для расчета сверхзвукового факела (при условии отсутствия задержки воспламенения). Отметим, что существует подход [1], позволяющий просто учитывать влияние турбулентных пульсаций на скорости химических превращений в любой, самой сложной системе химических реакций. Этот метод использовался для расчета горения в сверхзвуковом потоке в работах [2, 3]. Недостаток данной модели в необходимости подбора констант, изменяющихся в широком диапазоне [2], а также неточность полученных результатов [3].

В данной работе для расчета влияния турбулентности на протекание химических реакций используется одна из разновидностей метода