

ют вещественные значения только в определенном диапазоне

$$\operatorname{arctg} \frac{2}{k} \sqrt{k+1} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}. \quad (14)$$

Физический смысл дискриминанта в формуле (13) не совсем понятен, но обработка большого числа рентгенограмм процесса детонации зарядов аммонита 6ЖВ показывает, что в пределах точности экспериментов реализуется именно минимальное значение угла:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{2}{k} \sqrt{k+1}. \quad (15)$$

Проверить этот факт на различных типах ВВ — самостоятельная экспериментальная задача. Однако если предположить, что эта закономерность имеет общий характер, то отпадает необходимость в проведении предварительных экспериментов и угол α можно установить по значению коэффициента политропы из (15).

Таким образом, получен простой алгоритм расчета давления, действующего на поверхность пластины, метаемой ПВ. Решая далее уравнение движения пластины в рамках той или иной реологической модели с граничным условием (6), можно определить уравнение профиля пластины $Y = Y(X)$ на участке разгона, а затем, вычислив угол ψ , найти координаты точки B на рис. 2, определив тем самым протяженность базы разгона и другие необходимые параметры метания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дерибас А. А. Физика упрочнения и сварки взрывом.— Новосибирск: Наука, 1980.
2. Трофимов В. С., Дремин А. П. ФГВ, 1971, 7, 3, 427.
3. Дремин А. П., Савров С. Д., Трофимов В. С. и др. Детонационные волны в конденсированных средах.— М.: Наука, 1970.
4. Трофимов В. С. // Химическая физика процессов горения и взрыва. Ударные волны и детонация.— Черноголовка, 1986.
5. Ландау Л. Д., Станюкович К. П. Докл. АН СССР, 1945, 46, 9, 399.
6. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика.— М.: Наука, 1986.
7. Станюкович К. П. Докл. АН СССР, 1947, 55, 4, 315.
8. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики.— М.: Наука, 1966.
9. Уткин А. В., Гордополов Ю. А., Михайлов А. Н. ФГВ, 1979, 15, 3, 101.

п. Черноголовка

*Поступила в редакцию 10/V 1988,
после доработки — 30/XI 1988*

УДК 533.6.011 : 51

*В. И. Бергельсон, И. В. Немчинов, Т. И. Орлова,
В. М. Хазинс*

РАЗВИТИЕ ПРЕДВЕСТНИКОВ, ОБРАЗУЮЩИХСЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ УВ С ГАЗОВЫМИ КАНАЛАМИ ПОНИЖЕННОЙ ПЛОТНОСТИ

Эффект возникновения предвестника — клиновидного возмущения перед фронтом ударной волны (УВ), распространяющейся вдоль твердой поверхности, — исследуется экспериментально с начала пятидесятых годов [1—9]. Проведенный анализ [2, 5, 6] позволил схематизировать явление, сведя его к взаимодействию УВ с теплым слоем — тонкой приповерхностной областью разреженного и нагретого газа, образованной под действием на поверхность потоков излучения с фронта УВ.

Теплый слой создавался не только самопроизвольно из-за теплового излучения самой волны [1, 3, 4], но и искусственно за счет нагрева газа

© 1990 Бергельсон В. И., Немчинов И. В., Орлова Т. И., Хазинс В. М.

у поверхности током [7—9] или при горении [2]. В дальнейшем будет рассматриваться ситуация, когда УВ взаимодействует с заранее инициированным протяженным теплым слоем газа пониженной плотности. В такой постановке структура течения в предвестнике будет исследоваться путем решения уравнений Эйлера численными методами сквозного счета, аналогично [7, 8, 10, 11].

В двумерной нестационарной газодинамической задаче возникает безразмерный параметр $\omega = \rho_T/\rho_0 < 1$ — отношение плотности газа в теплом слое к плотности окружающей среды. Согласно [5, 6], возможны два принципиально различных режима существования предвестника. При $\omega_* < \omega < 1$ перед УВ возникает стационарный, «мелкомасштабный» предвестник, распространяющийся с той же скоростью, что и невозмущенная волна. При $\omega < \omega_*$ предвестник становится нестационарным, «крупномасштабным», увеличиваясь в размерах. Критическое значение $\omega_*(M, \gamma)$, зависящее от числа Маха M основной, невозмущенной УВ и показателя адиабаты γ , определяется из условия, предложенного в [5, 6]. Согласно этому критерию, стационарный предвестник существует, если давление торможения газа из теплового слоя будет выше давления за фронтом невозмущенной УВ. В противоположной ситуации возникает отрыв теплового слоя, аналогичный отрыву вязкого пограничного слоя, и стационарное течение становится невозможным. Для сильных УВ ($M \gg 1$) критическая величина относительной плотности определяется соотношением

$$\omega_* = \left[1 - \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right)^2 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}.$$

Величина ω_* для $1 < \gamma < 5/3$ изменяется в диапазоне 0,85—1,0, т. е. перед УВ должен возникнуть нестационарный крупномасштабный предвестник при весьма малом разрежении газа в теплом слое. Отметим, что разрежение газа в слое не обязательно должно быть связано с его нагревом, а может быть обусловлено меньшей молярной массой газа.

Проведенные в последние годы экспериментальные исследования [7—9] газодинамических течений с предвестниками подтвердили критический характер образования нестационарных предвестников, начиная со значений ω_* , примерно соответствующих критерию Таганова. Одновременно было показано, что двумерные течения при быстром локальном энерговыделении у нагретой поверхности с ростом времени, когда характерные размеры образующегося перед УВ предвестника намного превосходят толщину разреженного слоя, выходят на автомодельный режим (соответствующий «нулевой» толщине слоя), который обобщает одномерную автомодельную задачу о сильном точечном взрыве [12].

Теоретические исследования, начатые в [10], продемонстрировали сложный характер течения в предвестнике. Расчеты [7, 8, 11] подтвердили экспериментально обнаруженный автомодельный характер развития предвестника в сильном взрыве и впервые показали выход на автомодельный режим течения с УВ, генерируемой поршнем и взаимодействующей с теплым слоем.

В данной работе исследуется зависимость скорости предвестников от плотности разреженного газа (параметра ω) и выясняется характер течения с нестационарными и стационарными предвестниками. Проводится также сопоставление с экспериментальными данными. Поскольку геометрия объема разреженного газа в экспериментах и расчетах была не обязательно плоской, здесь используется обобщающий термин — разреженный канал, включающий в себя как частные случаи плоский газовый слой или цилиндрический газовый канал (теплый шнур).

Приведем результаты численных расчетов задачи о плоском безграничном поршне, вдвигающемся с постоянной скоростью u_0 в идеальный газ. Иницируемая поршнем плоская УВ взаимодействует с расположенным нормально к ее фронту нагретым и разреженным каналом, образуя

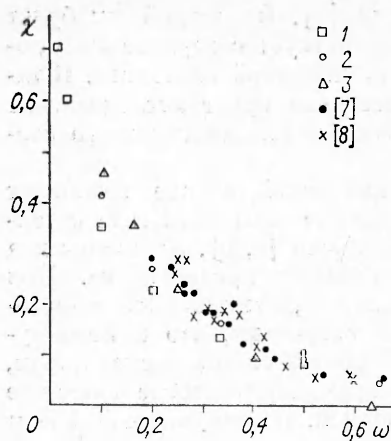


Рис. 1.

предвестник. При достаточном разрежении газа в канале со временем решение выходит на автомодельный режим $x \sim t$, $y \sim t$ (плоский канал) или $z \sim t$, $r \sim t$ (цилиндрический канал). Рассмотрим параметры предвестников в зависимости от величины относительной плотности ω газа в канале и числа M невозмущенной УВ.

На рис. 1 демонстрируется зависимость от параметра ω величины относительной скорости $\chi = (D_p - D_0)/D_0$ «вырастания» предвестника из основной УВ. Здесь D_p — скорость распространения вершины предвестника по каналу; D_0 — скорость основной волны (обе скорости в лабораторной системе координат); для основной волны $M = D_0/c_0$; $c_0 = \sqrt{\gamma p_0/\rho_0}$ —

невозмущенная скорость звука; фоновое давление предполагается выровненным всюду, в том числе и в канале. Точки 1—3 на рис. 1 соответствуют расчету течения с плоским каналом при $M = 3,5$ и 1,5. Специальные тестовые расчеты показали, что скорости предвестников в задаче о поршне слабо зависят от геометрии канала (при прочих равных условиях), поэтому здесь сравниваются результаты различных каналов. Все вычисления выполнены для $\gamma = 1,4$. Видно, что χ возрастает с уменьшением ω для всех значений M и с уменьшением числа M основной УВ (для рассматриваемых здесь значений ω , не слишком близких к ω_*).

На рис. 1 приведены экспериментальные данные [7, 8], полученные при взаимодействии УВ в воздухе ($M \approx 3,0$ и 2,6 соответственно) с цилиндрическим теплым каналом, созданным в результате омического нагрева тонкой проволочки.

Сопоставление результатов расчетов и экспериментов в анализируемых задачах необходимо по следующим причинам. Теоретические исследования проводятся в рамках уравнений Эйлера по разностным схемам сквозного счета, аппроксимационная или искусственная вязкость которых приводит к размазыванию зон наибольших градиентов. В то же время в задачах присутствуют границы, отделяющие области отрывного течения, где существенную роль играет вязкость. Интенсивное турбулентное перемешивание на таких границах вызывает утолщение пограничных слоев и контактных разрывов. Ширина зоны перемешивания δ растет, согласно [13], по закону $\delta \approx a \Delta u t$, где Δu — характерная разность скоростей, а константа $a \approx 0,1$. Структура этих областей, строго говоря, не может быть описана уравнениями Эйлера. Что касается Навье — Стокса, то в настоящее время, видимо, их разумно использовать только при относительно малых числах Рейнольдса Re , когда большая величина молекулярной вязкости делает течения устойчивыми. При больших Re , свойственных реальным течениям, решение уравнений Навье — Стокса предъявляет слишком жесткие требования к необходимым параметрам ЭВМ.

Численные расчеты разностных уравнений с аппроксимационными диссипативными членами также приводят к образованию узких зон с существенной ролью схемной вязкости. Предполагается [14], что для большого класса задач использование модели идеальной среды и разностных схем сквозного счета с приближенным механизмом диссипации не только дает устойчивую вычислительную процедуру, но и позволяет получить достаточно подробное решение в области, где влияние аппроксимационной вязкости невелико, а также определить с неплохой точностью положение, скорость распространения и характер взаимодействия разрывов (скачков уплотнения, контактных поверхностей, узких зон смещения в среде и т. д.).

Укажем, что при численном решении в работе использована схема с

малой аппроксимационной вязкостью — антидиффузионный метод [15]. Линейный рост со временем размера области перемешивания не портит автомодельного характера течения вне нее, так как характерные размеры всей области течения также растут линейно, причем размер зоны перемешивания, видимо, все же меньше характерных размеров задачи. Это следует из сравнительно малого значения константы a [13]. Вместе с тем строгое обоснования и этого положения, и вообще применимости решений уравнений Эйлера со схемной вязкостью нет. Основанием для применения такого подхода служит сравнение с экспериментом, особенно если идет речь не только о качественной, но и о количественной стороне явления.

Проведенное сопоставление расчета с экспериментом по скоростям роста предвестника показывает их неплохое согласие, что свидетельствует о непротиворечивости используемой здесь физико-математической модели взаимодействия УВ с разреженным газовым каналом.

В [16] приводятся результаты двух численных расчетов параметров задачи о взаимодействии плоской УВ с теплым слоем. Постановка задачи в [16] отличалась от принятой в данной работе лишь различием в значениях показателей адиабаты γ_* и γ (газа в теплом слое и невозмущенном потоке). По данным [16] $\chi = 0,22$ и $0,29$ при $\omega = 0,23$ и $0,14$ соответственно ($M = 2,61$, $\gamma_* = 5/3$ и $\gamma = 1,4$). Эти значения χ неплохо коррелируют с представленными выше численными и экспериментальными результатами (см. рис. 1).

В [16] отмечается факт линейного роста размеров предвестника со временем (автомодельность), установленный в рамках принятой в исследовании невязкой модели, однако одновременно предполагается, что в результате действия вязких сил автомодельность исчезнет и течение выйдет на некоторый асимптотический режим с неизвестным пока масштабом предвестника. Это предположение не согласуется с развиваемыми в данной работе теоретическими представлениями и противоречит приведенным экспериментальным данным, согласно которым размеры предвестника линейно возрастали весь период его существования (в экспериментах расстояние, пройденное фронтом УВ, достигало сотен толщин теплового слоя).

В постановке, совпадающей с данной, задача о взаимодействии с теплым слоем УВ, распространяющейся с $M = 2$ в плоской трубе конечной толщины, анализировалась в [17]. Поскольку в расчете [17] толщина трубы всего лишь в 4 раза превышала толщину разреженного слоя, локализованного вдоль нижней стенки трубы, газодинамические возмущения относительно быстро достигали ее верхней стенки, и в трубе устанавливалось стационарное течение с клиновидной УВ. Отметим, что определенное по данным [17] значение параметра χ в стационарной стадии близко к демонстрировавшемуся на рис. 1 в автомодельном режиме при $M = 3,5$ и $\omega = 0,2$.

Одновременно укажем, что в отличие от представлений, развиваемых в [17—20], с нашей точки зрения автомодельность типа $x \sim t$, $y \sim t$ в задачах [17—20] сохраняется не только на временах порядка h/c (h , c — характерные толщина канала и скорость звука, т. е. на характерных временах распада разрыва после набегания УВ на торец канала), а и на гораздо больших временах. В случае, когда размеры поршня не ограничены, время существования автомодельного режима также бесконечно велико.

Авторы [18—20] основное внимание уделяют перекрытию разреженного канала или захлопыванию щели под действием УВ, которая начинает распространяться по окружающему каналу веществу. Однако в чисто газодинамической постановке для задачи о поршне [12] эффект перекрытия есть лишь начальная стадия процесса взаимодействия УВ с газовым каналом пониженной плотности. Окружающий канал газ после поступления в боковую УВ предвестника, дополнительного сжатия во внутренней УВ и последующего разворота действительно схлопывается

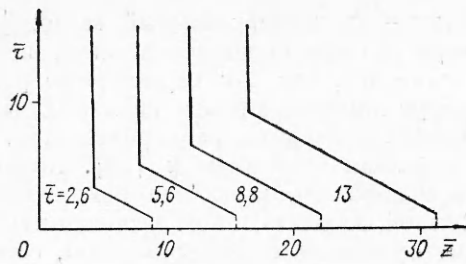


Рис. 2.

на оси симметрии, повышая давление и плотность в окрестности точки схлопывания [8, 11]. В дальнейшем газ истекает в канал, повышая давление в канале и оказывая расклинивающее действие на его стенки. С течением времени масса газа, поступающая в предвестник, увеличивается, размеры предвестника возрастают — тонкий канал (или щель) самораскрывается.

Эффект глобальной перестройки течения происходит в конце концов в сколь угодно большой области, если канал длинный и размер поршня достаточно велик (для задач типа [9], если достаточно велика энергия источника).

Автомодельный характер развития нестационарного предвестника при $M = 1,5$ и $\omega = 0,1$ иллюстрирует рис. 2, где последовательно во времени приведена конфигурация внешней УВ. Координаты z, r нормированы на радиус канала r_0 (координата z отсчитывается от поршня), безразмерное время $\bar{t} - tu_0/r_0$ проставлено у соответствующих кривых. Отметим, что M и ω здесь близки к параметрам одного из вариантов, исследованных в [20].

Характерный угол α раскрытия предвестника при малом M для всех значений ω превышает оценочную величину

$$\sin \alpha = \sqrt{\omega} \quad (1)$$

[7, 8, 11]. Это видно из рис. 3, б, где построены расчетные зависимости $\sin \alpha(\omega)$ для различных M (обозначения аналогичны рис. 1). Штриховой линией нанесена оценка (1). Демонстрируемое совпадение расчетных значений α с оценочными при $M = 3,5$ и 32 можно признать удовлетворительным.

В расчетах при $M = 1,5$ и $\omega \leq 0,4$, когда существует нестационарный предвестник, в вершине предвестника УВ в канале вообще нет, а происходит непрерывное сжатие газа. Отношение скорости распространения вершины предвестника по каналу к скорости звука в канале при $\omega = 0,1$ составляет $\approx 0,7$.

Характерный угол α наклона боковой УВ предвестника к оси симметрии oz при $M = 1,5$, как и в случае больших M , остается практически постоянным на всем протяжении волны. Однако в отличие от течений с большими M здесь угол α плохо аппроксимируется приближенной зависимостью (1): в расчете $\sin \alpha \approx 0,47$, а, согласно (1), $\sin \alpha \approx 0,32$.

Локальное соотношение (1) исходит из предположения о равенстве давлений за прямой УВ в канале и косой УВ в окрестности вершины предвестника и в данном случае оказывается несправедливым (строго говоря, в канале в окрестности вершины предвестника давление не выравнивается, скачок в канале не обязательно прямой, и это обстоятельство также может нарушать оценку). Потерю точности (1) для малых M следует иметь в виду при экспериментальном исследовании явления в тех случаях, когда эта простая формула может быть использована для

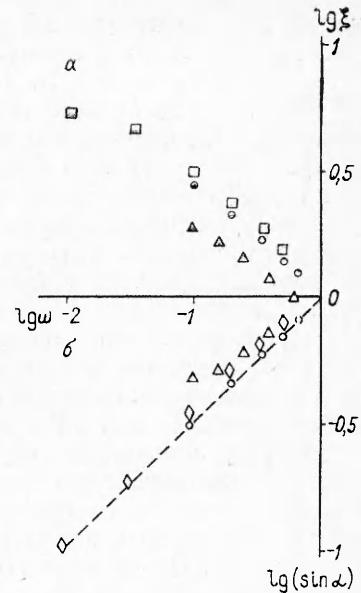


Рис. 3.

определения характерной плотности нагретого газа в канале, поскольку непосредственное экспериментальное определение ω часто сопряжено со значительными погрешностями.

Оценка α , в которой к давлению за косой УВ предвестника приравнивается давление торможения газа из канала, в случае дозвукового или слабого сверхзвукового течения в канале оказывается заметно более точной, чем (1).

В системе координат, связанной с поршнем, скорости предвестника и основной волны составляют соответственно $\bar{D}_p = D_p - u_0$ и $\bar{D}_0 = D_0 - u_0$, а относительная скорость предвестника $\xi = \bar{D}_p / \bar{D}_0$. Рассчитанные для различных M зависимости $\xi(\omega)$ демонстрируются на рис. 3, а. В этой системе координат ξ увеличивается с ростом M . Для $M = 32$ заметно

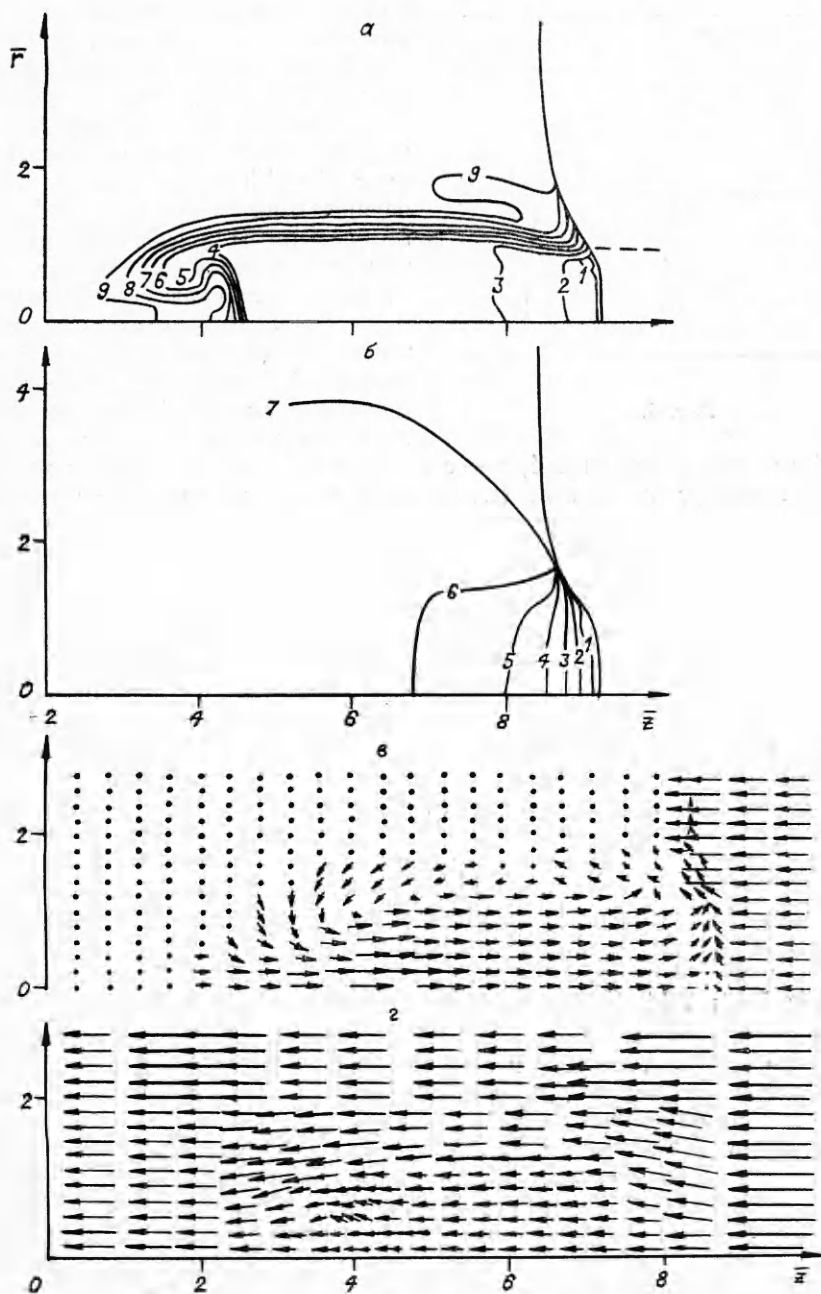


Рис. 4.

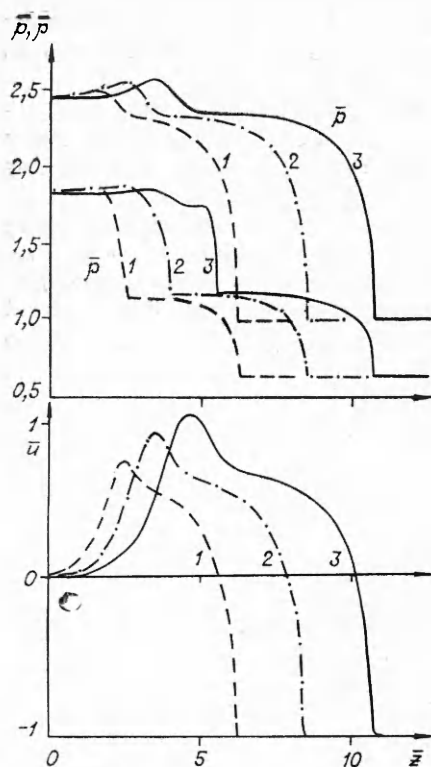


Рис. 5.

$= 6,34$ приведены на рис. 4, *a* — *г* соответственно. Координаты нормированы на радиус канала r_0 (координата \bar{z} отсчитывается от поршня), плотности — на фоновую плотность ρ_0 (изменяются в диапазоне $0,9-1,8$ с шагом $\approx 0,11$ — кривые 1—9), давление — на фоновое давление p_0 (изменяется в диапазоне $1,6-2,4$ с шагом $\approx 0,13$ — кривые 1—7).

Из представленных распределений видно, что в стационарной стадии (которая к данному моменту времени успела установиться) предвестник вырастает из основной УВ в направлении канала на расстояние порядка радиуса канала и примерно на расстоянии двух радиусов канала искажается основная волна в перпендикулярном направлении. Разреженный теплый газ из канала поступает в УВ предвестника, а затем адиабатически дожимается вплоть до контактной границы с плотным газом, прошедшим основную волну. Из рис. 4, *г* видно, что плотный газ как бы обтекает почти цилиндрический «пузырь» разреженного газа из канала. С течением времени по мере поступления в УВ новых порций теплого газа расстояние от фронта волны до контактной поверхности возрастает (длина пузыря увеличивается, а его поперечные размеры остаются практически неизменными).

Изложенную схему течения подтверждает и рис. 5, где в моменты $\bar{t} = 3,74; 5,46; 7,44$ (кривые 1—3) построены распределения безразмерных величин плотностей $\bar{\rho}$, давлений \bar{p} и скоростей \bar{u} (последние нормированы на скорость поршня u_0) на оси симметрии $r = 0$ в зависимости от расстояния \bar{z} от поршня. Видно, что в точке, где скорость газа относительно поршня достигает максимального значения (здесь скорость газа относительно УВ близка к нулю), значение \bar{p} практически совпадает с давлением на поршне (или за фронтом основной волны). Последний факт и лежит в основе критерия Таганова.

Данный вариант рассчитывался на разностных сетках с различной разрешающей способностью, количество узлов в канале по радиусу изменялось от 5 до 20 (полное число узлов достигало $2 \cdot 10^4$). При этом во всех случаях стационарная длина предвестника устанавливалась, на-

уменьшение скорости нарастания ξ с падением ω , что должно свидетельствовать о приближении ξ к предельному значению ξ_b (или χ_b в лабораторной системе координат), характерному для вакуумированного (пустого) канала. Предельную величину $(D_p)_b$ скорости предвестника можно грубо оценить как скорость стационарного истечения газа через тонкое отверстие в вакуум из «резервуара» между основной УВ и поршнем или как максимальную скорость при плоском нестационарном истечении этого газа в вакуум.

Выше рассматривались параметры течений с крупномасштабным нестационарным предвестником. Проанализируем вариант задачи о поршне с $M = 1,5$ и $\omega = 0,63$, в котором осуществляется режим течения со стационарным предвестником (отметим, что, согласно критерию Таганова [5, 6], при указанном M и $\gamma = 1,4$ $\omega_* = 0,67$). Полученные в расчете этого варианта поля изохор, изобар, скоростей течения относительно поршня и скоростей течения относительно основной УВ в момент $\bar{t} =$

чаяя с времен, когда основная УВ проходила расстояние в несколько r_0 (полное расстояние, пройденное УВ, составляло в расчете 30—40 радиусов канала).

При дальнейшем увеличении относительной плотности в канале до $\omega = 0,8$ ($M = 1,5$) качественная картина течения сохранялась; стационарная длина предвестника уменьшалась до $\approx 1/3r_0$. Наоборот, снижение ω до значений, меньших критического, приводит к кардинальному изменению течения. Размеры предвестника вдоль канала пониженной плотности могут быть определены на основании приведенных выше значений скорости D_p , превышающей скорость основной волны D_0 . Размеры предвестника в поперечном направлении со временем могут во сколько угодно раз превосходить толщину канала.

В заключение отметим, что эффект глобальной перестройки течения под действием локализованного в тонкой, протяженной области возмущения плотности наблюдается не только в рассматриваемых нестационарных течениях (при взрывах, разрядах и т. п.), но и при сверхзвуковом обтекании различных препятствий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shreffler R. G., Christian R. H. J. Appl. Phys., 1954, 25, 3, 324.
2. Садовский М. А., Адушкин В. В. Докл. АН СССР, 1988, 300, 1, 79.
3. Попов Е. Г., Цикулин М. А. Излучательные свойства сильных ударных волн в газах.— М.: Наука, 1977.
4. Киселев Ю. Н., Клумов В. А., Рождественский В. Б. и др. ПМТФ, 1986, 1, 116.
5. Таганов Г. И. Аннотации докл. 3-го Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике.— М.: Наука, 1968.
6. Губкин К. Е. Механика в СССР за 50 лет.— М.: Наука, 1970.— Т. 2.
7. Артемьев В. И., Бергельсон В. И., Калмыков А. А. и др. Аннотации докл. VI Всесоюз. съезда по теорет. и прикл. механике.— Ташкент, 1986.
8. Артемьев В. И., Бергельсон В. И., Калмыков А. А. и др. Изв. АН СССР. МЖГ, 1988, 2, 158.
9. Артемьев В. И., Маркович И. Э., Немчинов И. В. Докл. АН СССР, 1987, 293, 5, 1082.
10. Гордейчик Б. И., Немчинов И. В. Прикладные методы механики.— М.: МФТИ, 1984.— Деп. в ВИНТИ 20.04.84, № 2529.
11. Бергельсон В. И., Немчинов И. В., Орлова Т. И. и др. Докл. АН СССР, 1987, 296, 3, 554.
12. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике.— М.: Наука, 1987.
13. Мешков Е. Е. Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, 5, 151.
14. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред.— М.: Наука, 1984.
15. Борис Дж. П., Бук Д. Л. Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез.— М.: Мир, 1980.
16. Mirels H. // Proc. 16th Intern. Symp. on Shock Waves and Shock Tubes.— Aachen, 1987.
17. Войнович П. А., Евтюхов И. В., Жмакин А. И. и др. ФГВ, 1987, 23, 1, 77.
18. Глаголева Ю. П., Мальшаков В. Д., Родигин В. И. и др. ЧММСС, 1976, 7, 4, 48.
19. Бахрах С. М., Игнатова Л. Я., Клопов Б. А. и др. ФГВ, 1977, 13, 2, 296.
20. Бахрах С. М., Клопов Б. А., Мешков Е. Е. и др. ЧММСС, 1978, 9, 5, 5.

г. Москва

Поступила в редакцию 12/X 1988