

**О ВОЗМОЖНОСТИ МЕТОДОВ ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКИ
В ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ВОДОНЕФТЯНЫХ СЛОИСТЫХ СИСТЕМ**

С.В. Доровский, В.Н. Доровский*, А.М. Блохин**

Новосибирский государственный университет, 630090, Новосибирск, Университетский просп., 2, Россия

** Институт геологии и минералогии СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 3, Россия*

*** Институт математики СО РАН, 630090, Новосибирск, просп. Коптюга, 4, Россия*

Численно исследуется устойчивость водонефтяных слоистых систем при произвольных значениях физических параметров. Отделяется известная электрогидродинамическая неустойчивость от параметрического резонанса. Показано, что особенность параметрического резонанса в слоистых системах в условиях протекания переменного электрического тока состоит в выделении двух частотных зон, различающихся характером накопления стороннего электрического заряда. Численно исследуется нелинейный режим параметрического резонанса в слоистых системах в условиях возбуждения слоистой системы акустическими методами. Показан рост амплитуды упругих напряжений в системе относительно начального распределения на несколько порядков при периодическом возмущении границы слоистой системы.

Электродинамика, слоистые жидкие диэлектрики, водонефтяные системы, облитерация, методы электроразведки.

**THE POTENTIAL OF ELECTRICAL PROSPECTING IN STUDYING THE STABILITY
OF OIL-WATER LAYERED SYSTEMS**

S.V. Dorovsky, V.N. Dorovsky*, and A.M. Blokhin**

We investigate the stability of oil-water layered systems at arbitrary values of physical parameters. It is essential to distinguish the known electric-hydrodynamic instability from parametric resonance. Parametric resonance in layered systems under alternating current shows the presence of two frequency bands which differ in behavior of foreign charge storage. We report numerical experiments on the nonlinear behavior of parametric resonance in layered systems subject to acoustic excitation. Periodic pulse impact on the boundary of a layered system causes an increase of several orders of magnitude in the amplitude of its elastic stress relative to the initial distribution.

Electrodynamics, layered liquid dielectrics, oil-water systems, obliteration, methods of electrical prospecting

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] получена система уравнений для слоистой водонефтяной среды, описывающая совместную эволюцию во времени Фурье-компонент объемной плотности заряда $\rho_e = (\theta E_0 z_0 / \omega_0) \kappa$ и деформации u при протекании продольного электрического тока, обеспечивающего присутствие продольного электрического поля $E = E_0 \sin(\omega t)$,

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + \lambda \kappa = \sin(\omega t) u, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + [1 + \beta E_0^2 \sin^2(\omega t)] u = \mu \theta E_0^2 \sin(\omega t) \kappa.$$

Уравнения представлены в безразмерном виде, при этом время измеряется в единицах $1/\omega_0$, деформации — в единицах поперечного размера системы z_0 , частота — в единицах ω_0 . Также введены обозначения

$$\lambda = \frac{Q}{\omega_0} [\sigma_{\perp} k_{\perp}^2 + \sigma_{\parallel} k_z^2],$$

$$\theta = k^2 k_{\perp}^2 Q [\sigma_{\perp} (1/4\pi + \chi_{\parallel}) - \sigma_{\parallel} (1/4\pi + \chi_{\perp})],$$

$$\beta = \frac{k^2 k_{\perp}^2}{\rho_0 \omega_0^2} Q (\chi_{\parallel} - \chi_{\perp}) (1/4\pi + \chi_{\parallel}), \quad \mu = \frac{k^2}{\rho_0 \omega_0^3} Q (1/4\pi + \chi_{\parallel}),$$

$$\omega_0 = \sqrt{A_0 k_z^2 + \frac{q\sigma}{\rho_0} k_{\perp}^2}, \quad Q = [k_{\perp}^2 (1/4\pi + \chi_{\perp}) + k_z^2 (1/4\pi + \chi_{\parallel})]^{-1},$$

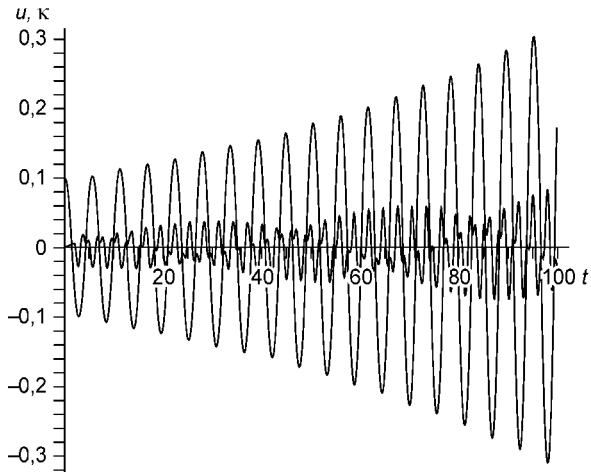


Рис. 1. Характер развития параметрической неустойчивости k и u в области электродинамической устойчивости при значениях $\lambda = 2$, $\mu\theta = 1,8$, $\omega = 3,2$, $\beta = 0,81$.

Плотность объемного заряда k испытывает нарастающие колебания при нулевом среднем значении амплитуды. Кривые идентифицируются по начальному состоянию: плотность объемного заряда в начальный момент отсутствует.

натяжение, A_0 — эффективный упругий модуль, ρ_0 — плотность невозмущенной среды. Для малых значений параметров, входящих в уравнение, была исследована природа параметрического резонанса.

Для исследования общих условий возникновения параметрического резонанса полезно сделать следующее замечание. При постоянных значениях электрического поля E уравнения (1) имеют вид

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \lambda k = u, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + [1 + \beta E^2]u = \mu\theta E^2 k. \quad (2)$$

Полагая $k, u \sim \exp(\alpha t)$, замечаем, что условие таких решений сводится к выполнению равенства

$$\alpha^3 + \lambda\alpha^2 + (1 + \beta E^2)\alpha + [\lambda + (\lambda\beta - \mu\theta)E^2] = 0.$$

При выполнении условия $\lambda\beta - \mu\theta \geq 0$ слоистая система всегда устойчива. При $\lambda + (\lambda\beta - \mu\theta)E^2 < 0$ ($\alpha > 0$) система неустойчива. Последнее условие при $\lambda\beta - \mu\theta < 0$ накладывает ограничение на величину электрического поля: при значениях $E^2 > \lambda/(\mu\theta - \lambda\beta)$ система теряет устойчивость и происходит перестройка структуры. Это хорошо известная электродинамическая неустойчивость [3].

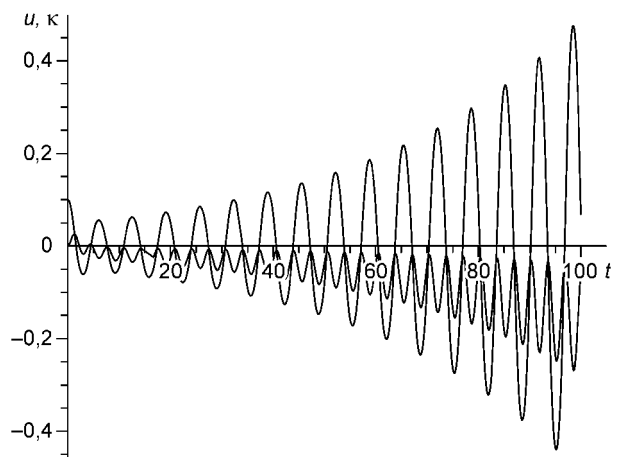
ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРОВ

Нас будет интересовать параметрическая неустойчивость в условиях электродинамической стабильности $E^2 < \lambda/(\mu\theta - \lambda\beta)$ в условиях протекания переменного электрического тока. В общем случае возможно лишь численное исследование представленной системы уравнений. На рис. 1 показано развитие параметрической неустойчивости на частоте $\omega = 3,2$, природа которой не связана с перестройкой структурного состояния, а ведет к разрушению слоистой системы. При этом амплитуда воздействия E целиком лежит в зоне электродинамической стабильности системы. Кривые следует идентифицировать по начальным условиям: $k|_{t=0} = 0$, $u|_{t=0} = 0,1$. Для приведенных значений постоянных можно указать граничную частоту $\omega_* = 2,3$. Для значений частот меньше ω_* система параметрически устойчива. Однако, начиная с частоты ω_* , система становится параметрически неустойчивой. Ограничения частоты возбуждения „сверху“ не существует.

Представляет интерес характер возбуждения системы периодическим током, когда условия неустойчивости не носят четко выраженного характера (в силу колебательного воздействия на систему): $\lambda = 1$, $\mu\theta = 1,8$, $\beta = 0,81$. Здесь возбуждение системы на частоте $\omega = 0,95$ сопровождается ростом

Рис. 2. Параметрическая неустойчивость k и u при значениях $\lambda = 1$, $\mu\theta = 1,8$, $\omega = 0,95$, $\beta = 0,81$.

В силу колебательного характера воздействия система незначительное время присутствует в зоне электродинамической неустойчивости. Осцилляции объемного заряда сопровождаются ростом его среднего значения.



средней составляющей плотности объемного заряда. В интервале частот $\omega \in [0,0; 0,83]$ система не возбуждается. Характер возбуждения на интервале частот $\omega \in (0,83; 1,02)$ представлен на рис. 2. При частотах $\omega \in (1,02; 1,49)$ система стабильна. И, наконец, начиная с частоты $\omega = 1,49$, ограничений в частотном диапазоне на возбуждение системы нет. При этом характер возбуждений напоминает рост параметрической неустойчивости в зоне абсолютной электродинамической стабильности (рис. 3), т. е. рост плотности стороннего заряда имеет нулевое среднее значение.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ СЛОИСТОЙ СИСТЕМЫ В ОТСУТСТВИИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

В отсутствие электромагнитного воздействия параметрический резонанс в слоистых водонефтяных системах описывается уравнением, представленным ниже в безразмерных переменных [2, 4]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(a + \varepsilon z - \varepsilon u) \frac{\partial u}{\partial x} \right], \quad (3)$$

$$u|_{z=0} = 0, \quad u|_{z=1} = f \sin(\omega t), \quad \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial u}{\partial x}|_{x=1} = 0,$$

$$u|_{t=0} = u_0, \quad \dot{u}|_{t=0} = 0.$$

Здесь u — измеренная в единицах z_0 деформация однородной в начальный момент времени слоистой системы. Уравнение поверхностей последней имеет вид $W = q(z - u)$. Время измеряется в единицах z_0/v_0 . За характерную скорость принимается $v_0 = \sqrt{\tilde{B}/\rho_0}$, где \tilde{B} — характерный упругий модуль. Кроме того, введены обозначения

$$a = \frac{q\sigma(c_*)}{\tilde{B}}, \quad \varepsilon = \frac{qc'_0}{\tilde{B}} \frac{\partial \sigma}{\partial c}(c_*).$$

В последних формулах q — плотность слоев, $\sigma(c_*)$ — поверхностное натяжение при характерном значении концентрации, c'_0 — градиент концентрации вдоль оси z , ω — частота внешнего воздействия.

Удобно посредством замены

$$u = f \left[v + \frac{\sin(\omega z)}{\sin(\omega)} \sin(\omega t) \right]$$

зависимость от времени из граничного условия перенести в дифференциальное уравнение. В результате задача (3) принимает вид

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(a + \varepsilon z - \varepsilon f \frac{\sin(\omega z)}{\sin(\omega)} \sin(\omega t) - \varepsilon f v \right) \frac{\partial v}{\partial x} \right], \quad (4)$$

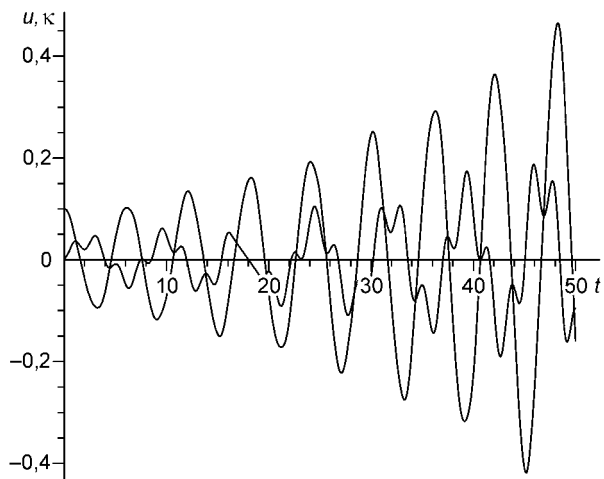
$$v|_{z=0} = 0, \quad v|_{z=1} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial x}|_{x=0} = \frac{\partial v}{\partial x}|_{x=1} = 0,$$

$$v|_{t=0} = u_0, \quad \dot{v}|_{t=0} = 0.$$

Нулевые производные в поперечном (вдоль оси x) направлении означают отсутствие касательных напряжений на границах области. Возможность параметрического резонанса для уравнения (3) означает неустойчивость начальных возмущений для задачи (4). Анализ уравнения представляет известные трудности. Здесь приведены результаты численного анализа.

Рис. 3. Параметрическая неустойчивость u и v при значении $\lambda = 1$, $\mu\theta = 1,8$, $\beta = 0,81$.

Частота $\omega = 1,9$ воздействия тока лежит во второй зоне возбуждения. В силу колебательного характера воздействия система незначительное время присутствует в зоне электродинамической неустойчивости. Осцилляции объемного заряда не сопровождаются ростом его среднего значения.



Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(a + \varepsilon z) \frac{\partial v}{\partial x} \right],$$

которое получается из (4) удалением нелинейного слагаемого εv , а также удалением слагаемого, зависящего от времени.

В Фурье-представлении $v \rightarrow v \exp(ik_x x)$, получаем

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - k_x^2 (a + \varepsilon z) v, \quad v|_{z=0} = 0, \quad v|_{z=1} = 0. \quad (5)$$

В спектре Фурье сохраняем лишь моды, удовлетворяющие по x соответствующим граничным условиям. Рассмотрим спектральную задачу

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - k_x^2 (a + \varepsilon z) v = -\lambda^2 v, \quad v|_{z=0} = 0, \quad v|_{z=1} = 0.$$

Решение уравнения (5) выразим через функции Бесселя

$$u = \sqrt{\mu - \rho z} \left\{ c_1 J_{1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu - \rho z)^{3/2} \right] + c_2 J_{-1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu - \rho z)^{3/2} \right] \right\},$$

где $\mu = (\lambda^2 - ak_x^2)/\rho^2$, $\rho = (\varepsilon k_x^2)^{1/3}$. Граничным условиям можно непротиворечиво удовлетворить при условии

$$F(\mu) = 0,$$

$$F(\mu) = J_{1/3} \left(\frac{2\mu^{3/2}}{3} \right) J_{-1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu - \rho)^{3/2} \right] - J_{-1/3} \left(\frac{2\mu^{3/2}}{3} \right) J_{1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu - \rho)^{3/2} \right].$$

Функция $F(\mu) = 0$ имеет положительные, отличные от нуля, корни μ_i ($i = 1, 2, \dots$), расположенные в порядке возрастания. Они позволяют получить выражение для спектра ($i = 1, 2, 3, \dots$)

$$\lambda_i = \sqrt{ak_x^2 + \rho^2 \mu_i(\rho)}$$

и соответствующих ему собственных функций

$$v_i = C \sqrt{\mu_i - \rho z} \left\{ J_{-1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu_i)^{3/2} \right] J_{1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu_i - \rho z)^{3/2} \right] - J_{1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu_i)^{3/2} \right] J_{-1/3} \left[\frac{2}{3} (\mu_i - \rho z)^{3/2} \right] \right\},$$

где C — произвольная постоянная. Численный анализ показывает, что начальные значения $v|_{t=0}$ для задачи (4) неустойчивы только при значениях частот

$$\omega_i = 2 \sqrt{ak_x^2 + \rho^2 \mu_i(\rho)},$$

причем для каждой частоты существует полоса возбуждения.

Для численного решения уравнение (4) представим в виде системы трех уравнений в дивергентной форме

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \frac{\partial \Phi}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z},$$

(6)

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \frac{\partial R}{\partial x}, \quad R = \left[a + \varepsilon z - \varepsilon f \frac{\sin(\omega z)}{\sin(\omega)} \sin(\omega t) \right] v - \frac{\varepsilon f}{2} v^2,$$

$$v|_{z=0} = 0, \quad v|_{z=1} = 0, \quad \Phi|_{x=0} = 0, \quad \Phi|_{x=1} = 0.$$

Для анализа развития параметрического резонанса чрезвычайно эффективной оказалась разностная схема С.К. Годунова [5], согласно которой значения величин на последующем временном слое выражаются через начальное распределение, согласно формулам (корректор)

$$v^{j-1/2, k-1/2} = v_{j-1/2, k-1/2} + \frac{\tau}{h} (\Phi_{j, k-1/2} - \Phi_{j-1, k-1/2}) +$$

$$+ \frac{\tau}{h} (\Psi_{j-1/2, k} - \Psi_{j-1/2, k-1}),$$

$$\Psi^{j-1/2, k-1/2} = \Psi_{j-1/2, k-1/2} + \frac{\tau}{h} (V_{j-1/2, k} - V_{j-1/2, k-1}),$$

$$\Phi^{j-1/2, k-1/2} = \Phi_{j-1/2, k-1/2} + \frac{\tau}{h} (R_{j, k-1/2} - R_{j-1, k-1/2}).$$

Здесь расчетная область представляет единичный квадрат (1×1) с квадратной ячейкой размером ($h \times h$), τ — шаг по времени. Ниже будет разъяснено, что выбор квадратной области при рассматриваемых граничных условиях не нарушает общности рассмотрения для сильно вытянутых в одном из направлений слоистых систем.

„Большие величины“ (предиктор) $\Phi_{j, k-1/2}, R_{j, k-1/2}$, отнесенные к j -м узлам, определяются из решения задачи о распаде разрыва для системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial R}{\partial x}, \\ R &= \left[a + \varepsilon z - \varepsilon f \frac{\sin(\omega z)}{\sin(\omega)} \sin(\omega t) \right] v - \varepsilon f \frac{v^2}{2}, \\ \varphi|_{x=0} &= 0, \quad \varphi|_{x=1} = 0. \end{aligned}$$

„Большие величины“ (предиктор) $\Psi_{j-1/2, k}, V_{j-1/2, k}$, отнесенные к k -м узлам ортогонального семейства осей, определяются из решения задачи о распаде разрыва для системы уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} &= \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial z}, \\ v|_{z=0} &= 0, \quad v|_{z=1} = 0. \end{aligned}$$

Приведенные условия на границе позволяют однозначно решить задачи о граничных распадах соответствующих разрывов.

Основные свойства уравнения (6) проиллюстрируем для значения $\varepsilon = 0,4$ и амплитуды граничного возмущения $f = 0,1$. Амплитуда начального возмущения имеет вид $v|_{t=0} = 0,001 \cos(\pi x) \sin(\pi x)$. Выбранному начальному распределению соответствует основная мода: $\mu = 4,7345$, $\rho = 1,58047$ с частотой $\omega = 2 \cdot \sqrt{2,49789 \cdot 4,7345 + \pi^2 + 0,04}$ параметрического возбуждения. На рис. 4 представлен график, иллюстрирующий параметрическую неустойчивость начального распределения функции $v|_{t=0}$ для центра расчетной области ($1/2, 1/2$) (единичного квадрата). При значении безразмерного времени $t = 681$ счет прекращен, поскольку амплитуда достигает максимума $u_{\max} = -21$, при котором уравнения меняют тип. Физически это означает нарушение приближения, при котором в разложении энергии по степеням пространственных производных мы ограничивались квадратичными членами. Это означает, что функция $v(t)$ превосходит в своем максимальном значении раскачивающее систему слагаемое $\sin(\omega z) \sin(\omega t) / \sin(\omega)$ в 42 раза. Однако для разрушения системы принципиальное значение имеют напряжения, которые определяются производными от функции u по пространственным переменным. Понятно, что при вычислении производных по x раскачивающее систему слагаемое вклада не дает и мы наблюдаем увеличение амплитуды производной u'_x , а вместе с ней и соответствующих напряжений примерно в 10^4 раз.

Однако производные по оси z также могут достигать значительной величины. На рис. 5 представлен профиль функции u вдоль оси x . График получен на расчетной области (1×1). Последнее не имеет принципиального значения. Анализ показал, что удлинение расчетной области в направлении оси x в кратное число раз приводит к непрерывному симметричному формальному продлению графика в то же число раз. Например, увеличение расчетной области в направлении оси x в 2 раза соответствует тому, что график функции $v(x)$ необходимо

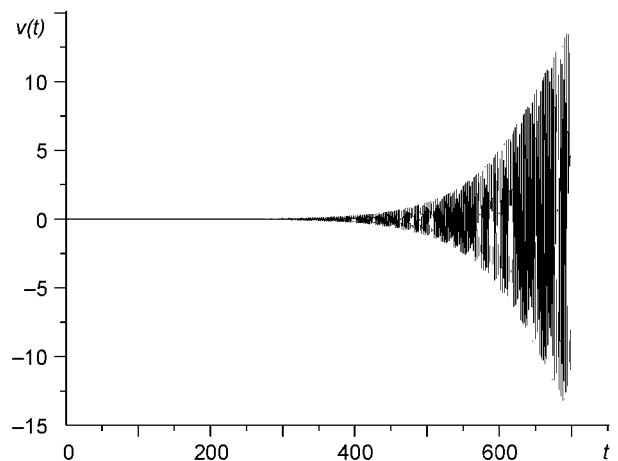


Рис. 4. Эволюция во времени функции $v(t)$ при значениях $x = 0,5, z = 0,5$.

Амплитуда практически достигла своего максимального значения. Нелинейность уравнения также обуславливает отсутствие симметрии в колебаниях, видно небольшое растяжение системы.

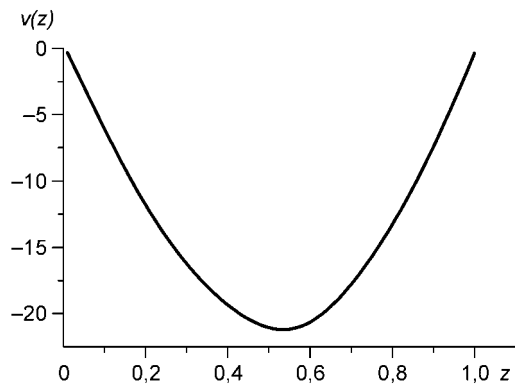


Рис. 5. Значение функции $v(z)$ на момент времени $t = 681$ вдоль оси z на границе счетной области $x = 1,0$.

Максимальное значение $u_{\max} = -21$.

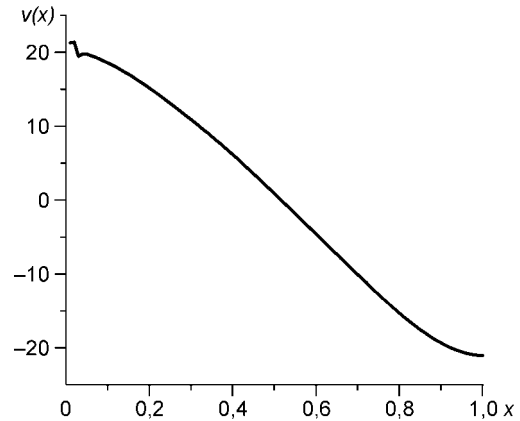


Рис. 6. Зависимость $v(x)$ при значении $z = 0,5$.

При максимальном значении амплитуды $v(x)$ четко различаются нелинейные искажения, связанные с началом формирования разрыва производной $\partial u/\partial x$.

симметрично отразить вправо относительно $x = 1$. Таким образом, функция $v(x)$ на области (2×1) будет иметь два минимума. При значениях амплитуд $v(x) > 20$ на гребнях появляются возмущения, которые отчетливо видны на рис. 6. На рис. 7 представлены 4 сечения области вдоль оси z для соответствующих значений $x = (1,0; 2,0; 3,0; 4,0) \cdot 10^{-2}$. Понятно, что на гребнях максимальных возмущений напряжения формально обращаются в бесконечность. Эволюция колебаний сводится к многократному прохождению таких волн вдоль слоистой системы. Таким образом происходит ее разрушение в условиях параметрического резонанса.

Принципиальные моменты, характеризующие резонанс, которые следует отметить, — это наличие порогового значения по амплитуде граничного воздействия f . Для рассматриваемых мод параметрическая неустойчивость наблюдается для значений $f > 0,095$. Если учесть, что система сильно газирована, то такие начальные возмущения представляются реальными. Однако можно перейти к другим модам и уменьшить значение пороговой амплитуды.

Кроме того, следует отметить существование полосы возбуждения. Для приведенных значений параметров полоса возбуждения заключена в интервале $[2 \cdot \sqrt{2,49789 \cdot 4,7345 + \pi^2}, 2 \cdot \sqrt{2,49789 \cdot 4,7345 + \pi^2} + 0,06]$. Несомненно, что большой интерес может представлять теория, учитывающая последующие члены разложения по степеням пространственных производных функции u . Теория, позволяющая рассмотреть такие приближения, представлена в работе [2].

Таким образом, параметрический резонанс является реальным инструментом, способным очищать трещиноватую транспортную систему от образовавшихся облитерационных пленок, тем самым вводя в эксплуатацию обводненные области нефтеносных коллекторов.

Работа выполнена при поддержке Сибирского отделения РАН (междисциплинарный интеграционный проект № 103), Президиума РАН (программа № 16, проект № 115), РФФИ (проекты № 03-01-00162, 04-01-00900).

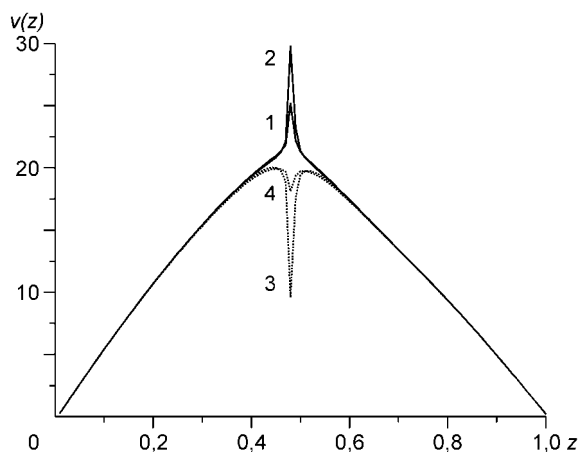


Рис. 7. Формирование разрыва производной $\partial u/\partial x$:

Зависимость $v(z)$ при значении $x = (1,0; 2,0; 3,0; 4,0) \cdot 10^{-2}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Доровский С.В., Доровский В.Н.** О возможностях электроразведки при исследовании устойчивости водонефтяных слоистых систем // Геология и геофизика, 2006, т. 47 (7), с. 892—901.
2. **Dorovsky V.N., Dorovsky S.N.** A hydrodynamic model water-oil layered systems containing gas // Math. Comput. Mod., 2002, v. 35, p. 751—757.
3. **Пикин С.А.** Структурные превращения в жидких кристаллах. М., Наука, 1981, 336 с.
4. **Dorovsky V.N., Belonosov V.S., Belonosov A.S.** Numerical investigation of parametric resonance in water-oil structures containing gas // Math. Comput. Mod., 2002, v. 36, p. 203—209.
5. **Численное** решение многомерных задач газовой динамики / Ред. С.К. Годунов. М., Наука, 1976, 400 с.

*Рекомендована к печати 28 сентября 2005 г.
М.Э. Эповым*

*Поступила в редакцию
11 марта 2005 г.*