

7. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений.— М.: Мир, 1968.
8. Васильева А. Б., Бутузов В. Ф. Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений.— М.: Наука, 1973.
9. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы.— М.: Наука, 1977, т. 2.
10. Покровский Л. Д., Таранско С. Н. Об особенностях распространения волн в газовой динамике с нелинейной теплопроводностью.— Тр. МВТУ им. Н. Э. Баумана, 1982, № 374.
11. Волосевич П. П., Курдюмов С. П. и др. Решение одномерной плоской задачи о движении поршня в идеальном теплопроводном газе.— ЖВММФ, 1963, № 1.

Поступила 22/V 1985 г.

УДК 533.6.011.72

О ПОГЛОЩЕНИИ ЗВУКА В УДАРНОЙ ВОЛНЕ

А. И. Осипов, А. В. Уваров

(Москва)

В [1—4] показано, что при отражении или при прохождении звуковой волны через ударный фронт должно наблюдаться ослабление или усиление звука, однако ударная волна рассматривалась как поверхность разрыва. В соответствии с современными представлениями [5, 6] ударная волна включает узкую область вязкого скачка уплотнения и протяженную релаксационную зону. В вязком скачке уплотнения происходит установление равновесия по поступательным и вращательным, а в релаксационной зоне — по внутренним степеням свободы. Результат взаимодействия звуковой и ударной волн определяется соотношением между длиной звуковой волны и шириной ударной волны.

Для низкочастотного звука, удовлетворяющего условию $\omega\tau \ll 1$, где ω — частота звука, τ — наибольшее из времен релаксации, вязкий скачок уплотнения и релаксационную зону можно рассматривать как поверхность разрыва. В этом случае результат взаимодействия находится, например, из условий совместности, как это сделано в [7]. Однако в отличие от [7], где рассмотрены ударные волны в газе с постоянным показателем адиабаты γ , для сильных ударных волн в многоатомном газе значение γ будет разным по обе стороны ударной волны, так как перед волной при типичной температуре $T \sim 300$ К колебания практически не возбуждены, а за волной газ колебательно-возбужденный.

При встречном взаимодействии ударной и акустической волн звуковая волна усилится, причем с учетом различия γ коэффициент прохождения, определяемый как отношение амплитуд прошедшей и падающей звуковых волн,

$$(1) \quad K_t = \frac{M_2 + 1}{M_2 + 1} \frac{M M_2^2 (\gamma_2 - 1) (\alpha - 1) + (M + 1) \alpha}{M_2^2 (\gamma_2 - 1) (\alpha - 1) + (M_2 + 1) \alpha}.$$

Здесь M_2 — число Маха в потоке за волной; $\alpha = \rho_1/\rho_2$; ρ — плотность; индексы 1 и 2 означают параметры газа перед фронтом и в конце релаксационной зоны соответственно. Для достаточно сильных ударных волн энтропию в релаксационной зоне можно считать постоянной [6]. В этом случае

$$(2) \quad (7/2)kT + \varepsilon_v = (7/2)kT',$$

где k — постоянная Больцмана; ε_v — средняя колебательная энергия, приходящаяся на одну молекулу; штрихом обозначены параметры газа в начале релаксационной зоны, а

$$M_2^2 = \frac{7\gamma_1/\gamma_2}{7 + 2(\varepsilon_v)_2/T_2} \frac{(\gamma_1 - 1)M^2 + 2}{2\gamma_1 M^2 - \gamma_1 + 1}, \quad \alpha = \frac{7}{7 + 2(\varepsilon_v)_2/T_2} \frac{(\gamma_1 - 1)M^2 + 2}{(\gamma_1 + 1)M^2}.$$

При отражении догоняющей звуковой волны от ударной картина аналогична случаю одноатомного газа [7], только в γ_2 следует учитывать ко-

лебательные степени свободы. Коэффициент отражения, определяемый как отношение амплитуд отраженной и падающей звуковых волн,

$$(3) \quad K_r = \frac{(M^2 - 1)^2}{j_0^2} \frac{2(2 - \gamma_2)M^2 - \gamma_2 + 1}{2\gamma_2 M^2 - \gamma_2 + 1},$$

$$\text{где } j_0 = 1 + M^2 \left[1 + 2 \left(\frac{(\gamma_2 - 1)M^2 + 2}{2\gamma_2 M^2 - \gamma_2 + 1} \right)^{1/2} \right].$$

Для азота при $T = 300$ К, $p = 9,8 \cdot 10^3$ Па и $M = 7$ получим $K_t = 32$ и $K_r = 0,18$.

Для высокочастотного звука при $\omega t \gg 1$, $\omega t_0 \ll 1$ (t_0 — время свободного пробега) картина взаимодействия усложняется. Вязкий скачок уплотнения по-прежнему можно считать поверхностью разрыва и использовать (1) и (3) для расчета отражения и прохождения звука. Однако при распространении звука в релаксационной зоне теперь уже необходимо учитывать аномальное поглощение, которое будет определяться конкретной структурой релаксационной зоны.

Рассмотрим поглощение звука в зоне колебательной релаксации за фронтом ударной волны. Анализ стандартных гидродинамических уравнений в приближении Эйлера совместно с релаксационным уравнением для колебательной энергии двухатомного газа в случае малых возмущений вида

$$a = a^0 + a_* \exp(ik_x x - i\omega t)$$

дает для коэффициента поглощения ($\omega t \gg 1$) [8]

$$(4) \quad \text{Im } k_x = c^{-1/2} (c + 1)^{-3/2} \frac{(c + q)(\epsilon_{v0} - \epsilon_v)/(kT) + c_V}{(kT/m)^{1/2} \tau}.$$

Здесь c — теплоемкость поступательно-вращательных степеней свободы ($de = kcdT$); ϵ — средняя поступательно-вращательная энергия, приходящаяся на одну молекулу; ϵ_{v0} — равновесное значение колебательной энергии при данной поступательной температуре T ; c_V — теплоемкость колебательных степеней свободы при данной поступательной температуре T ($d\epsilon_{v0} = kc_V dT$); $q = BT^{-1/3}/3$, где B определяется из зависимости Ландау — Теллера для времени колебательной релаксации $\tau \sim (1/\rho) \cdot \exp(BT^{-1/3})$ [9]. Из (4) видно, что наличие неравновесного распределения колебательной энергии может привести к существенному росту коэффициента поглощения. Однако поглощение типа (4) в релаксационной зоне необходимо учитывать лишь тогда, когда оно больше или сравнимо со стоковым поглощением. Если для коэффициента стокова поглощения воспользоваться выражением

$$(5) \quad (\text{Im } k_x)_s = \frac{\omega^2}{2\rho v_s^3} \left[\frac{4}{3} \eta + \kappa \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{c_p} \right) \right],$$

где η — коэффициент сдвиговой вязкости; v_s — скорость звука; κ — коэффициент теплопроводности; c_p — теплоемкость газа при постоянном давлении, то получаем

$$(6) \quad \frac{\text{Im } k_x}{(\text{Im } k_x)_s} \sim \frac{(c + q)(\epsilon_{v0} - \epsilon_v)/(kT) + c_V}{c^{1/2} (c + 1)^{3/2} \omega^2 \tau_0 \tau}.$$

Здесь учтено, что $\eta \sim \rho v_s^2 \tau_0$, $\kappa \sim c \rho v_s^2 \tau_0$, а $v_s^2 = \frac{\gamma k T}{m}$. Поскольку в (6) $c \sim 1$, рассматриваемый релаксационный механизм поглощения преобладает при

$$(7) \quad \omega^2 \tau_0 \tau \ll (c + q)(\epsilon_{v0} - \epsilon_v)/(kT) + c_V.$$

Условие (7) выполняется для сильных ударных волн, когда $\epsilon_{v0}/(kT) \sim c_V \sim 1$ при $\omega^2 \tau_0 \tau \ll 1$. Наоборот, стоково поглощение основное при $\omega^2 \tau_0 \tau \gg 1$ для слабых ударных волн, когда $(c + q)(\epsilon_{v0} - \epsilon_v)/(kT) + c_V \ll$

« 1. С учетом релаксационного уравнения для колебательной энергии

$$d\varepsilon_v/dx = (\varepsilon_{v0} - \varepsilon_v)/(u\tau)$$

можно записать

$$(8) \quad \frac{\varepsilon_{v0} - \varepsilon_v}{kT} = \frac{D\rho_1}{k\rho T} \frac{d\varepsilon_v}{dx},$$

где u — скорость газа за волной ($u = D\rho_1/\rho$); D — скорость волны. После подстановки (8) в (4) с использованием (2) получим

$$(9) \quad \text{Im } k_x = c^{-1/2} (c + 1)^{-3/2} \left[\frac{c_V}{(kT/m)^{1/2} \tau} - \frac{7}{2} \frac{D\rho_1}{\rho_2 T_2} k \frac{c + q}{(kT/m)^{1/2}} \right].$$

Первый член правой части (9) соответствует релаксационному поглощению при распространении звука по первоначально-равновесному газу с температурой T , второй — эффекту колебательной неравновесности.

Для определения интегрального поглощения необходимо учесть, что формулы (4) и (8) справедливы в неподвижном газе. В релаксационной зоне звуковая волна, идущая от фронта, движется вместе с потоком газа, значит, интегрирование по длине $l^* = v_s t$ должно проводиться в системе координат, движущейся вместе с потоком. В системе отсчета, связанной с фронтом $l = l^* + ut$, поэтому

$$(10) \quad \int_0^{l^*} \text{Im } k_x(x^*) dx^* = \int_0^l \text{Im } k_x(x) \frac{v_s}{v_s + u} dx.$$

Так как $T^{-1/3}$ в релаксационной зоне меняется мало, интеграл (10) от второго члена правой части (9) равен

$$(11) \quad \int \text{Im } k_x dx = 0,8(2,5 + q) \ln \frac{[(7M^2 - 1)(M^2 + 5)]^{1/2} + M^2 + 5}{[(7M^2 - 1)(M^2 + 5)]^{1/2} + \frac{7(M^2 + 5)}{7 + 2(\varepsilon_v)_2/T_2}}.$$

В этом случае коэффициент поглощения зависит от M лишь косвенным образом через q , так как q определяется температурой за ударной волной, которая есть функция M .

Для рассмотренного выше численного примера коэффициент поглощения, определяемый колебательной неравновесностью, равен $\sim 0,85$. Вклад релаксационного члена, получаемый интегрированием (10) первого члена (9), равен $\sim 0,92$. Такое различие становится понятным, если учесть, что в начале релаксационной зоны первый член правой части (4) превосходит второй в $(c + q)\varepsilon_{v0}/(kc_V T)$ раз, что составляет в данном примере ~ 3 ; в процессе релаксации эта разница уменьшается и интеграл (11) превосходит соответствующий интеграл от релаксационного члена в ~ 2 раза.

В отличие от рассмотренного случая при взаимодействии догоняющего высокочастотного звука и ударной волны звук дважды проходит релаксационную зону, поэтому суммарный коэффициент отражения будет равен произведению $K_1 K_2 K_r$, где K_1 определяется интегралом (10), а K_2 — интегралом, аналогичным (10), но с разностью скоростей $v_s - u$ в знаменателе, что учитывает изменение направления распространения звука; K_r — формулой (3) с $\gamma = 7/5$. Для рассмотренного выше численного примера получим $K_r = 0,07$ при $\omega\tau \gg 1$.

Если время вращательной релаксации τ_R больше τ_0 , то при $\omega\tau_R \gg 1$ и $\omega\tau_0 < 1$ необходимо учитывать поглощение звука в зоне вращательной релаксации. Исследование полностью аналогично предыдущему случаю. Считая $\tau_R \sim \text{const}$ в релаксационной зоне, имеем

$$(12) \quad \text{Im } k_x = \left[\frac{3(\varepsilon_{R0} - \varepsilon_R)}{2kT} + 1 \right] / \left[(15/4)^{1/2} (kT/m)^{1/2} \tau_R \right].$$

Из (12) видно, что неравновесное поглощение в начале релаксационной зоны превосходит аномальное всего в 1,5 раза. Для рассмотренного выше

численного примера $K_t = 30$, $K_r = 0,12$ при $\omega\tau_R \ll 1$ и $K_t = 16$, $K_r = 0,02$ при $\omega\tau_R \gg 1$.

Оценки для стоковского поглощения, полностью аналогичные приведенным, показывают, что стоковое поглощение превышает аномальное на частотах $\omega(\tau_0\tau_R)^{1/2} \gg 1$. Заметим, что формула (5) справедлива для частот $\omega\tau_0 \ll 1$.

Для оценки поглощения гиперзвука при $\omega\tau_0 \gg 1$ необходимо полностью отказаться от рассмотрения фронта ударной волны как поверхности разрыва и учитывать молекулярную структуру вязкого скачка уплотнения. Воспользуемся модельным уравнением

$$u df/dx = (f - f_0)/\tau_0,$$

где $f(x)$ — неравновесная функция распределения в ударном фронте; $f_0(x)$ — максвелловская функция распределения с температурой, определяемой средним запасом поступательной энергии; x — расстояние от центра ударного разрыва. В этом случае задача сводится к известной проблеме распространения гиперзвука в газе с максвелловской функцией распределения f_0 [11]. Решение такой задачи известно [12]:

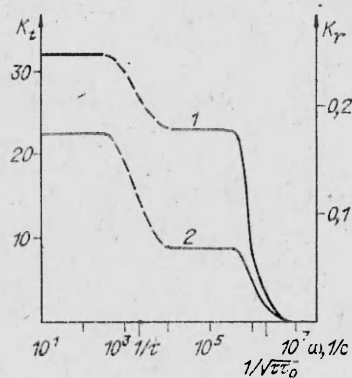
$$(13) \quad v_s \approx 2(5kT/(3m))^{1/2}, \quad \text{Im} k_x \approx 0,3\Omega(m/(kT))^{1/2}.$$

Здесь Ω — частота в системе отсчета, связанной с потоком. Для вычисления интегрального коэффициента поглощения будем считать f бимодальной функцией распределения [13]. Тогда

$$(14) \quad \int \text{Im} k_x dx \approx 2\omega \int \frac{(kT/m)^{1/2}}{(2(5kT/(3m))^{1/2} + D\rho_1/\rho)^2} dx,$$

где ρ и T — функции x [13]; $\Omega(x) = \omega v_s/(v_s + u)$; ω — частота в системе отсчета, связанной с фронтом. Для рассмотренного численного примера получим $K_t \sim \exp(-3 \cdot 10^{-9}\omega)$. Так как интегральная температура в ударном фронте экспоненциально повышается, интегральный коэффициент поглощения оказывается средним между поглощением до и после волны. Коэффициент поглощения гиперзвука велик (см. (13)), и затухание сигнала происходит на длине порядка свободного пробега.

На рисунке представлены результаты расчета коэффициентов прохождения K_t и отражения K_r (кривые 1 и 2) звука для зоны колебательной релаксации. Для вращательной релаксации картина будет аналогичной в соответствующем частотном диапазоне. Из рисунка видно, что существует частотная зависимость коэффициентов прохождения и отражения. Эти коэффициенты имеют наибольшее значение для низкочастотного звука $\omega\tau \ll 1$. На частотах $\omega\tau \sim 1$ наблюдается изменение коэффициентов из-за влияния колебательной релаксации (вид кривой при $\omega\tau \sim 1$ в работе не рассматривался и на графике обозначен штрихами). В диапазоне частот $1/\tau \ll \omega \ll 1/(\tau\tau_0)^{1/2}$ коэффициенты K_t и K_r постоянны, так как аномальное поглощение (4) и коэффициент прохождения ударного разрыва (1) не зависят от частоты. На частотах $\omega \sim 1/(\tau\tau_0)^{1/2}$ и выше происходит быстрое затухание сигнала вследствие преобладания стоковского поглощения ($\ln K_{r,t} \sim -\omega^2$). Зависимость коэффициентов K_t и K_r от частоты приводит к изменению формы сигнала при взаимодействии звука с ударной волной. При этом также будет происходить доплеровское смещение частоты, рассмотренное в [1—4].



ЛИТЕРАТУРА

1. Блохинцев Д. И. Движущийся приемник звука.— ДАН СССР, 1945, т. 47, № 1.
2. Burgers J. M. On transmission of sound waves through a shock wave.— Proc. Koninkl. Ned. acad. wet., 1946, v. 49, p. 273.

3. Конторович В. М. Отражение и преломление звука на ударных волнах. — Акуст. журн., 1959, т. 5, № 3.
4. Сислян Ж. С. О взаимодействии возмущений с ударной волной при одномерном неустановившемся движении газа. — ПМТФ, 1963, № 3.
5. Ступоченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И. Релаксационные процессы в ударных волнах. — М.: Наука, 1965.
6. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М.: Физматгиз, 1963.
7. Шугаев Ф. В. Взаимодействие ударных волн с возмущениями. — М.: Изд-во МГУ, 1983.
8. Осипов А. И., Уваров А. В. Распространение звука в неравновесном газе. — Вестн. МГУ. Сер. 3, Физика, астрономия, 1984, т. 25, № 6.
9. Гордиен Б. Ф., Осипов А. И., Шелепин Л. А. Кинетические процессы в газах и молекулярные лазеры. — М.: Наука, 1980.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. — М.: Гостехиздат, 1953.
11. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука, 1967.
12. Slowich L., Thurber J. K. Propagation of forced sound waves in rarefied gasdynamics. — J. Acoust. Soc. Amer., 1965, v. 37, N 2.
13. Mott-Smith H. M. The solution of the Boltzmann equation for a shock wave. — Phys. Rev., 1951, v. 82, N 6. Рус. пер. — Сб. пер. Механика, 1953, № 1.

Поступила 18/II 1985 г.

УДК 532.593 : 532.584

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ВОДНОЙ СУСПЕНЗИИ БЕНТОНитОВОЙ ГЛИНЫ

В. А. Пыж

(Москва)

Практическое значение исследования распространения волн в водных суспензиях бентонита связано с повсеместным применением этих дисперсных систем в бурении нефтяных скважин.

Как показано в [1, 2], ударные волны в бентоните имеют ряд характерных особенностей, к числу которых можно отнести аномальные осцилляционные пики в падающей волне, существенно превышающие давление инициирующего импульса, последовательное возрастание давления в осцилляционных пиках в серии экспериментов при одинаковых граничных условиях инициирования и т. п. В этих работах описаны результаты исследований только в разбавленной суспензии бентонита с массовой концентрацией дисперсной фазы в воде $c = 6\%$, близкой к критической, при которой возможно структурообразование в смеси (см., например, [3] и библиографию к ней). При этом регистрация импульсных давлений осуществлялась относительно короткое время — около 1 мс.

Цель данной работы — дальнейшее экспериментальное изучение волн в системе с развитой пространственной структурой ($c = 10\%$). Времена наблюдения распространения волн выбраны более длительные — порядка 10 мс, что дает возможность фиксировать прохождение не только падающих, но и отраженных волн, волн разгрузки и др. вдоль всей трубы.

1. Экспериментальная установка. Иницирование волн давления производилось в вертикальной ударной трубе [2]. Применялась следующая организация измерений. Вдоль камеры низкого давления (КНД) располагаются три группы датчиков давления *A*, *B* и *C* на расстояниях 2; 5 и 7 м от диафрагмы. Расстояние между двумя измерительными датчиками в группе $\Delta x = 0,25$ м. Запускающие датчики управляют схемой измерений — фронт падающей волны последовательно индуцирует электрические сигналы, которые поочередно запускают работающие в ждущем режиме осциллографы и частотомеры. Этим достигается синхронизация показаний осциллографов во времени — измеренные частотомерами интервалы τ_1 и τ_2 соответствуют времени прохождения волны от группы к группе или времени задержки запуска осциллографов друг относительно друга.

2. Тестовые эксперименты. Вода выбрана в качестве эталонной модельной жидкости. Незначительная вязкость и линейная зависимость ее объема от давления вплоть до 100 МПа дают возможность рассматривать полученные результаты ударного нагружения столба воды в акустическом приближении.