

## НЕРАВНОВЕСНЫЙ ВЯЗКИЙ УДАРНЫЙ СЛОЙ В ОКРЕСТНОСТИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ С УЧЕТОМ СОПРЯЖЕННОГО ТЕПЛООБМЕНА

В. И. Зинченко, С. И. Пырх

(Томск)

В данной работе приводятся результаты численных расчетов вязкого ударного слоя с учетом сопряженного теплообмена в окрестности критической точки сферического притупления при наличии неравновесных химических процессов в ударном слое и на поверхности обтекаемого тела. Численному исследованию неравновесного вязкого ударного слоя посвящено ряд работ [1—4], в которых использовалось задание температуры поверхности обтекаемого тела. В то же время в реальном полете вследствие прогрева меняется температура поверхности тела, а вместе с тем и каталитическая активность материала, что существенно усложняет задачу и требует одновременного рассмотрения протекания процессов в газовой и твердой фазах.

Использование раздельной постановки в данном случае затруднительно, поскольку формулы для теплового потока из газовой фазы при наличии объемной неравновесной химической реакции для поверхности с произвольной каталитической активностью носят оценочный характер [5].

Учет сопряженного теплообмена проводился ранее для ряда задач теории пограничного слоя [6, 7] и в данном случае позволил определить важнейшие для практики характеристики в условиях полета по заданной траектории, а также при заданных не зависящих от времени условиях полета на высотах, где справедливо приближение вязкого ударного слоя.

Рассмотрено влияние каталитической активности для ряда материалов поверхности и показано, что использование формул теории пограничного слоя может существенно исказить поведение температуры поверхности в функции от времени для некоторого диапазона высот.

1. Полагая воздух бинарной смесью атомов и молекул, в рамках теории вязкого ударного слоя систему уравнений в окрестности лобовой критической точки запишем в виде

$$(1.1) \quad \frac{1}{\eta_s^2} \frac{d}{d\eta} \left( l \frac{d^2 f}{d\eta^2} \right) + f \frac{d^2 f}{d\eta^2} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{df}{d\eta} \right)^2 - 2 \frac{\rho_\infty}{\rho} N \right];$$

$$(1.2) \quad \frac{1}{\eta_s^2} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{l}{Pr} \frac{dH}{d\eta} \right) + f \frac{dH}{d\eta} + \frac{1}{\eta_s^2} \frac{d}{d\eta} \left[ \frac{(Le-1)}{Pr} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{dc}{d\eta} \right) \right] = 0;$$

$$(1.3) \quad \frac{1}{\eta_s^2} \frac{d}{d\eta} \left( \frac{l}{Sc} \frac{dc}{d\eta} \right) + f \frac{dc}{d\eta} = - \frac{1}{2} \frac{1}{\beta} \frac{w}{\rho};$$

$$(1.4) \quad p_s = \frac{\rho R (c+1) T}{2M}.$$

В отличие от общепринятой формы [1, 2] при записи (1.1)—(1.3) использовалась переменная  $\eta = \frac{1}{\eta_s} \sqrt{\frac{2\beta}{\rho_s \mu_s}} \int_0^y \rho dy$ , где  $\eta_s = \sqrt{\frac{2\beta}{\rho_s \mu_s}} \int_0^{y_s} \rho dy$  — координата, характеризующая положение ударной волны. Вследствие гиперзвуковых скоростей обтекания полагалось, что в ударном слое

$p = p_s \approx \rho_\infty V_\infty^2$ . Функция  $N$  в (1.1), характеризующая изменение градиента давления  $dP/dx$  поперек ударного слоя, бралась в виде

$$N = 1 + \eta_s \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_\infty}} \frac{1}{\sqrt{2Re_s}} \int_0^1 \left( \frac{df}{d\eta} \right)^2 d\eta.$$

Уравнение теплопроводности для обтекаемого тела имеет вид

$$(1.5) \quad \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial y_1} \left( \pi_1 \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} \right).$$

С учетом соотношений Рэнкина — Гюгонно на ударной волне граничные условия запишутся следующим образом:

$$(1.6) \quad \eta = 1, \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = 1, \quad f = \frac{1}{\eta_s} \sqrt{\frac{\text{Re}_s}{2} \frac{\rho_{co}}{\rho_s}}, \quad c = c_\infty = 0, \quad H = 1.$$

На границе раздела газовой и твердой фаз с учетом произвольной каталитической активности поверхности тела имеем

$$(1.7) \quad \eta = 0, \quad \frac{\partial f}{\partial \eta} = 0, \quad f = 0, \quad \frac{l_w}{Sc_w} \frac{1}{\eta_s} \frac{dc}{d\eta} (0) = \zeta_w C_w,$$

$$\sqrt{2\text{Re}_s} \sqrt{\frac{\rho_s}{\rho_\infty}} \text{Pr}_w \frac{\mu_s}{\mu_w} \frac{\lambda_w}{\lambda_{1*}} \frac{H_s}{C_{p_w} T_H} \left[ \frac{l_w}{\text{Pr}_w} \frac{1}{\eta_s} \frac{dH}{d\eta} (0) + \frac{l_w}{\text{Pr}_w} (\text{Le}_w - 1) h^0 \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{\eta_s} \frac{dc}{d\eta} (0) \right] - \pi_\sigma \Theta_w^4 = -\pi_1 \frac{\partial \Theta}{\partial y_1} (0).$$

Начальное граничное условие для  $\Theta$  запишем в виде

$$(1.8) \quad \Theta(0, y_1) = \Theta(\tau, L/R_N) = 1.$$

Последнее из граничных условий (1.7) характерно для задач сопряженного теплообмена и выражает закон сохранения энергии на границе раздела сред. Следует отметить, что для рассматриваемого участка модельной траектории расчетные значения температуры поверхности тела невелики и вкладом излучения материала в закон сохранения энергии (1.7) можно пренебречь. При численном интегрировании использовалась связь между полной энтальпией, температурой и концентрацией в ударном слое в виде [1]

$$(1.9) \quad H = \left( \frac{9}{2} + \frac{c}{2} \right) \frac{R}{2M} \frac{T}{H_s} + ch^0.$$

Член от источника  $w/\rho$  записывается обычным образом

$$\frac{w}{\rho} = -4K_r \left( \frac{p}{RT} \right)^2 \left[ \frac{c^2}{1+c} - \frac{K_p}{4p} (1-c) \right].$$

При записи краевой задачи (1.1)–(1.9) использовались следующие обозначения:

$$l = \rho \mu / \rho_s \mu_s, \quad \text{Re}_s = \frac{\rho_\infty V_\infty R_N}{\mu_s}, \quad \beta = \frac{dU_s}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{V_\infty}{R_N},$$

$$\Theta = \frac{T}{T_H}, \quad \pi_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_{1*}}, \quad y_1 = -\frac{y}{R_N}, \quad \tau = \frac{t}{t_*},$$

$$t_* = \frac{R_N^2 \rho_1 c_{p1}}{\lambda_{1*}}, \quad \zeta_w = \frac{K_w l_w}{\mu_w} \sqrt{\frac{\rho_s \mu_s}{2\beta}}, \quad \pi_\sigma = \frac{\varepsilon_w \sigma R T_H^3}{\lambda_{1*}}.$$

Здесь и выше  $f$  — безразмерная функция тока;  $\partial f / \partial \eta = U/U_s$  — безразмерная скорость;  $H, h^0$  — безразмерные энтальпия и тепловой эф-

фekt химической реакции диссоциации;  $Pr$ ,  $Sc$ ,  $Le$  — числа Прандтля, Шмидта и Льюиса соответственно;  $\rho$ ,  $c_p$  — плотность и удельная теплоемкость;  $\mu$ ,  $\lambda$  — коэффициенты вязкости и теплопроводности смеси соответственно;  $\Theta$  — безразмерная температура в твердом теле;  $c$  — концептрация атомов;  $K_r$ ,  $K_w$ ,  $K_p$  — константы скоростей рекомбинации в газе, на поверхности тела, константа равновесия соответственно;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $R_N$  — радиус затупления;  $L$  — толщина стенки. Индексы  $w$ ,  $s$ ,  $\infty$  относятся к величинам на поверхности тела, непосредственно за ударной волной, в невозмущенном потоке соответственно. Индекс 1 отвечает характеристикам твердого тела. Температуре тела в начальный момент времени соответствует индекс  $n$ , индекс \* присваивается ряду характерных величин.

Как следует из (1.1)—(1.8), при постановке задачи использовано допущение о квазистационарности процессов в газовой фазе, согласно оценкам времен релаксации процессов в газовой и твердой фазах.

При численном интегрировании  $Pr$  и  $Sc$  предполагались величинами постоянными, для коэффициента вязкости использовалась формула из [8], выражения для  $K_r$ ,  $K_p$  брались из [1]. Температурная зависимость для константы скорости рекомбинации на поверхности тела  $K_w$  бралась в виде степенного закона, аппроксимирующего результаты экспериментальных исследований эффективности рекомбинации [9, 10] для ряда материалов. При расчетах коэффициент теплопроводности в теле  $\lambda_1$  считался постоянным, вследствие этого  $\lambda_1 = 1$ , теплофизические характеристики различных материалов брались из [11].

2. Численное интегрирование краевой задачи (1.1)—(1.8) проводилось с помощью разностной схемы, полученной на основе итерационно-интерполяционного метода [12]. Погрешность аппроксимации исходной системы дифференциальных уравнений и граничных условий составляла  $O(\Delta\eta)^2$ ,  $O(\Delta y_1)^2 + O(\Delta\tau)$ . Используемая разностная схема позволила проводить устойчивый счет в широком диапазоне исходных параметров задачи. При постоянных условиях в набегающем потоке ряд расчетов проводился до выхода на стационарный режим протекания процесса в твердом теле, для которого было проведено сравнение численных и аналитических решений. В качестве тестовых проверок были использованы результаты работы [1].

Вследствие принятого допущения о квазистационарности процессов в газовой фазе методика расчетов строилась следующим образом: для известной температуры поверхности в начальный момент времени рассчитывались поля характеристик в газовой фазе. При достижении необходимой точности по искомым профилям и  $\eta_s$  определялся градиент энтальпии и концентрации на границе раздела сред: после чего из уравнения (1.5) с учетом граничных и начальных условий (1.7), (1.8) определялось поле температур в твердой фазе и температура поверхности. Для нового значения температуры поверхности процесс повторялся указанным выше образом, при этом в условиях полета по траектории определялось новое значение высоты, параметры потока на бесконечности и связанные с ними определяющие параметры задачи.

Для реализации устойчивого счета на высотах, где режим протекания химической реакции близок к равновесному, использовались приемы, аналогичные [3, 13], что позволило в ряде случаев просчитать области полета с достаточно большими числами  $Re_s$ .

При проведении численных расчетов варьировался шаг  $\Delta\tau$ , в ряде вариантов изменялся шаг  $\Delta\eta$ .

Как показали расчеты, для постоянных параметров набегающего потока, соответствующих высоте 70 км, температура поверхности и тепло-

вой поток сильно различаются в одинаковые моменты времени в зависимости от каталитической активности тела. При скорости  $V_\infty = 7,9$  км/с,  $T_n = 300$  К,  $R_N = 0,3$  м расчеты, проведенные до выхода на стационарный режим протекания процесса в твердом теле, показали, что стационарное значение  $\Theta_w$ , полученное для идеальной каталитической поверхности, почти в полтора раза превосходит стационарное значение  $\Theta$ , найденное для  $\zeta_w = 0$ . При численном интегрировании предполагалось, что  $Pr = 0,72$ ,  $Le = 1$ ,  $L/R = 0,5$ .

Интересно отметить, что в отличие от монотонного поведения теплового потока  $q_w(\tau)$  для предельных случаев каталитической активности кривая теплового потока, найденная для указанных выше условий при обтекании никелевой поверхности, носит немонотонный характер. Это связано с авличием двух противоположных тенденций; с одной стороны, при возрастании  $\Theta_w$  уменьшается конвективная часть теплового потока, с другой стороны, увеличивается диффузионная часть  $q_w$ , которая выражается через скорость гетерогенной реакции рекомбинации, для которой  $\partial \zeta_w / \partial \Theta_w > 0$ .

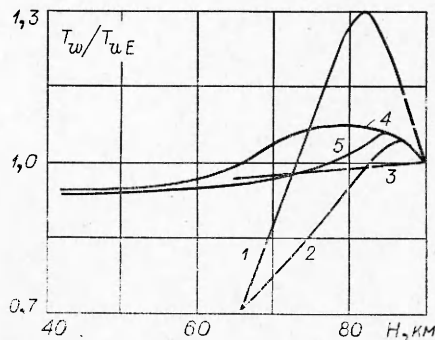
Действительно, для данной модели воздуха можно записать

$$\frac{\mu_w}{Pr_w} \frac{\partial H}{\partial y}(0) = \frac{\lambda_w}{H_s} \frac{\partial T}{\partial y}(0) + \rho_w K_w h^0 c_w.$$

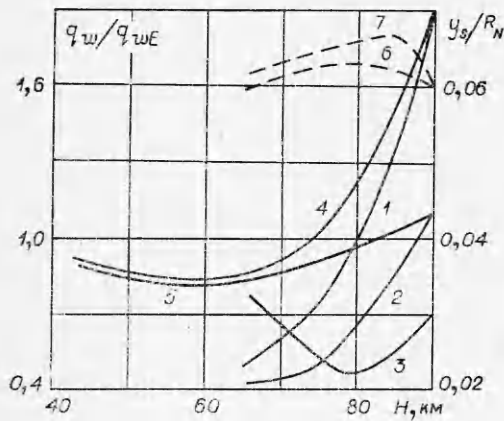
Поскольку с ростом температуры стенки скорость гетерогенной реакции увеличивается, то концентрация атомов на поверхности тела уменьшается, что приводит к дальнейшему снижению  $q_w(\tau)$ . На наличие подобного эффекта, который в общем случае будет зависеть от диапазона изменения  $\Theta_w$ , указано впервые в работе [8].

Представляют интерес результаты решения сопряженной задачи при спуске тела по модельной вертикальной траектории с постоянной скоростью, приведенные на фиг. 1—5. Начальная высота полета в этом случае 90 км,  $V_\infty = 7,9$  км/с,  $T_n = 300$  К. При проведении расчетов использовались значения радиуса затупления  $R_N = 0,06; 0,3; 1,5$  м для тел, выполненных из вольфрама и пирекса, расчетные значения  $Pr$ ,  $Le$ ,  $L/R_N$  указаны выше. Рассмотрение проводилось на основе концепции сжатого вязкого ударного слоя, при этом в области высот около 90 км для радиуса затупления  $R_N = 0,06$  м результаты носят модельный характер, поскольку для данного варианта на указанных высотах числа  $Re_s$  достаточно малы и необходимо учитывать эффекты размытой ударной волны.

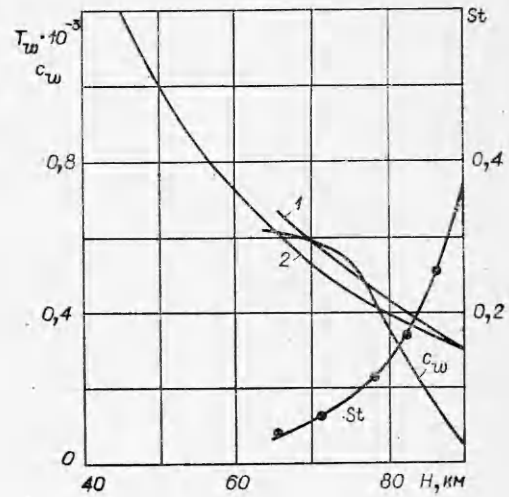
На фиг. 1, 2 приведены отношения температуры поверхности и теплового потока  $q_w$  в зависимости от высоты полета к температуре поверхности  $T_{wE}$  и тепловому потоку  $q_{wE}$ , найденным из решения краевой задачи (1.5), (1.8) при использовании для теплового потока со стороны газовой фазы формулы [14]. Расчет нестационарного уравнения теплопроводности с учетом заданного теплового потока при равновесном протекании химической реакции в пограничном слое позволил оценить степень применимости приближенных формул теории пограничного слоя для различных материалов тела в указанных выше условиях полета.



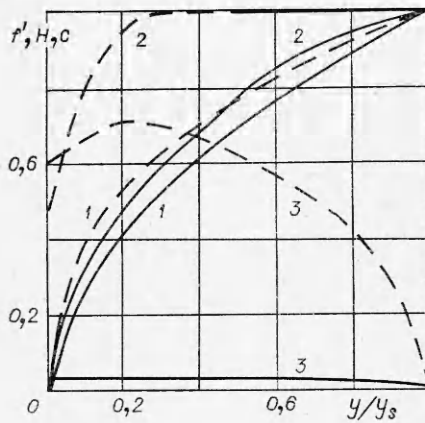
Ф и г. 1



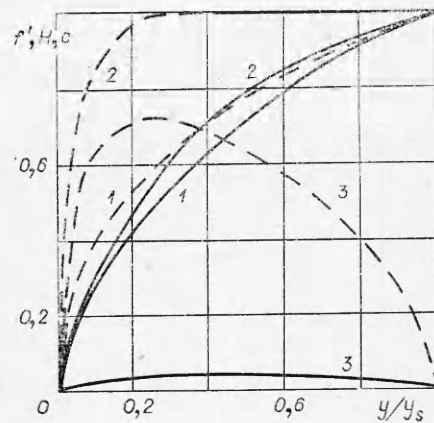
Ф и г. 2



Ф и г. 3



Ф и г. 4



Ф и г. 5

Кривые 1—3 фиг. 1, 2 найдены для тела, выполненного из пирекса, при значениях  $R_N = 0,06; 0,3; 1,5$  м соответственно, кривые 4 и 5 получены для вольфрамовой поверхности при  $R_N = 0,06; 0,3$  м соответственно.

Как видно из фиг. 1, 2, для тела, выполненного из пирекса, который имеет низкую каталитическую активность, использование формул теории пограничного слоя может вносить существенную погрешность в определении величин  $T_w, q_w$ , причем с уменьшением радиуса затупления эта погрешность возрастает. При больших радиусах затупления влияние завихренности внешнего течения ослабевает, и тепловой поток по мере снижения тела стремится к своему равновесному значению (кривая 3, фиг. 2), одновременно вблизи тела, как показывают расчеты, формируется тонкий пограничный слой. Температура поверхности в этом случае (кривая 3,

фиг. 1) в пределах 4% совпадает с  $T_{wE}$ . Немонотонный характер поведения  $T_w/T_{wE}$ , как следует из фиг. 1, обусловлен изменением отношения  $q_w/q_{wE}(H)$ , поскольку на больших высотах тепловой поток, рассчитанный по теории сжатого вязкого ударного слоя, может в несколько раз превосходить тепловой поток, найденный по теории асимптотически тонкого равновесного пограничного слоя. При снижении высоты полета либо при увеличении  $R_N$   $q_w$  становится меньше соответствующего значения  $q_{wE}$ , причем для некоторой высоты реализуется минимальное значение отношения  $q_w/q_{wE}$ . При дальнейшем снижении высоты увеличивается рекомбинационный процесс в вязком слое, который сопровождается выделением энергии, и величина теплового потока  $q_w$  растет.

Как видно из фиг. 1, 2, расчеты для покрытия, выполненного из пирекса, проводились для высот не ниже 65 км, поскольку в этом случае температура поверхности может достигать значения температуры разрушения и необходимо заменять исходную математическую модель.

Основные закономерности поведения  $T_w/T_{wE}$  и  $q_w/q_{wE}$ , отмеченные выше, характерны также для тела, выполненного из вольфрама, который имеет высокую по сравнению с пирексом степень каталитической активности поверхности и является хорошим проводником тепла. Однако, как и следовало ожидать, минимальные значения кривых  $q_w/q_{wE}$  в этом случае лежат значительно выше, чем соответствующие значения для пирекса, и наблюдается согласование температур  $T_w$  и  $T_{wE}$  с точностью около 8% в широком диапазоне высот полета.

На фиг. 2 кривые 6, 7 соответствуют безразмерному отходу ударной волны  $y_s/R_N$  в зависимости от высоты полета для  $R_N = 0,3$  м, кривая 6 получена для покрытия, выполненного из пирекса, 7 — вольфрама.

На фиг. 3 представлены зависимости  $T_w$ ,  $c_w$  и числа Стантона  $St = q_w/\rho_\infty V_\infty (H_\infty - H_w)$  ( $H$  — размерная энтальпия) от высоты полета для ряда вариантов. Кривая 1 для  $T_w$ , кривая  $c_w$ ,  $St$  получены для пирекса;  $R_N = 0,3$  м. Кривая 2 соответствует температуре поверхности для  $R_N = 0,06$  м, покрытие — вольфрам. Расчет для пирекса в данном случае проведен до высоты, на которой температура поверхности достигла температуры разрушения материала. Как видно из фиг. 3, вследствие значительной разницы в коэффициентах теплопроводности материалов температура поверхности тела, выполненного из пирекса, растет быстрее с течением времени, чем температура поверхности вольфрама, несмотря на то что в последнем случае  $R_N$  в пять раз меньше и  $K_w$  для вольфрама значительно превосходит соответствующее значение  $K_w$  пирекса. Заметим также, что температура поверхности  $T_w(H)$  (кривая 2) за время полета не превосходит  $1,2 \cdot 10^3$  К. Найденные весьма низкие значения  $T_w$  обусловлены малыми временами полета (около 5 с) для заданной модельной траектории принятым условием (1.8) при  $y_1 = h/R$ .

Как показали расчеты, для одинаковых  $R_N$  в данном случае наблюдается хорошее согласование чисел  $St$  для тел с различными каталитическими свойствами. (Точками на фиг. 3 отмечены значения чисел  $St$  для  $R_N = 0,3$  м, материал — вольфрам.) Указанное обстоятельство позволяет оценивать величины тепловых потоков для материалов-покрытий при полете тел по траектории.

Поля безразмерной скорости  $\partial f/\partial \eta$  (кривые 1), безразмерной энтальпии  $H$  (кривые 2) и концентрации  $c$  (кривые 3) в вязком ударном слое в различные моменты времени для  $R_N = 0,3$  м представлены на фиг. 4 (материал — пирекс) и 5 (материал — вольфрам). Сплошные кривые фиг. 4, 5 соответствуют началу времени  $t = 0$ , штриховые  $t = 3$  с. Видно, что в начальный момент времени степень диссоциации в ударном слое незначительна. Снижение высоты полета приводит к более

четкому разделению области течения на пограничный слой и невязкую часть, при этом концентрация атомов в ударном слое возрастает, а вблизи поверхности, как видно из фиг. 4, 5, идет рекомбинационный процесс, который протекает очень интенсивно у вольфрамовой поверхности и гораздо слабее у покрытия, выполненного из пирекса.

Таким образом, проведенное исследование с учетом сопряженного теплообмена показывает важность комплексного подхода при нахождении определяющих характеристик  $T_w$ ,  $q_w$  в условиях полета тел по заданным траекториям.

Поступила 17 IV 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Чанг П. Гиперзвуковой вязкий ударный слой в неравновесном диссоциирующем газе. — «Вопросы ракетной техники», 1962, № 10.
2. Ладнова Л. А. Неравновесный вязкий ударный слой на теле с произвольной каталитической активностью поверхности. — «Вестн. Ленингр. ун-та. Математика, мех. астрономия», 1969, вып. 3, № 13.
3. Блоттнер Ф. Вязкий сжатый слой воздуха в передней критической точке с учетом химической неравновесности. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1969, т. 7, № 12.
4. Воронкин В. Г. Неравновесное вязкое течение многокомпонентного газа в окрестности критической точки затупленного тела. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1971, № 2.
5. Inger G. R. Nonequilibrium hypersonic stagnation flow with arbitrary surface catalycity including low Reynolds number effects. — «Intern. J. Heat and Mass Transfer», 1966, N 8.
6. Гришин А. М., Зинченко В. И. Сопряженный тепломассообмен между реакционно-способным твердым телом и газом при наличии неравновесных химических реакций. «Изв. АН СССР. МЖГ», 1974, № 2.
7. Зинченко В. И., Трофимчук Е. Г. Решение неавтомодельных задач теории ламинарного пограничного слоя с учетом сопряженного теплообмена. — «Изв. АН СССР. МЖГ», 1977, № 4.
8. Андерсон А., Кларк К. Выражение для вязкости воздуха с учетом эффектов диссоциации. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1975, т. 13, № 10.
9. Гулард Р. О влиянии скоростей каталитической рекомбинации на теплопередачу при торможении гиперзвукового потока. — «Вопросы ракетной техники», 1959, № 3.
10. Андерсон Л. Влияние каталитической активности поверхности на тепловой поток в окрестности критической точки. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1973, т. 11, № 5.
11. Таблицы физических величин. М., Атомиздат, 1976.
12. Гришин А. М., Берцун В. Н. Итерационно-интерполяционный метод и теория сплайнов. — «Докл. АН СССР», 1974, т. 214, № 4.
13. Фей Э., Кэй Х. Решение уравнений автомодельного неравновесного пограничного слоя методом конечных разностей. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1967, т. 5, № 11.
14. Фенстер. Теплопередача в критической точке для новой бинарной модели воздуха, учитывающей диссоциацию и ионизацию. — «Ракетн. техника и космонавтика», 1965, т. 3, № 12.