

9. Griggs D. T., Baker D. W. The origin of deep-focus earthquakes.— In: Properties of Matter under Unusual Conditions. N. Y., 1969.
10. Малкин А. Я., Леонов А. И. О критериях неустойчивости режимов сдвиговых деформаций упруговязких полимерных систем.— «Докл. АН СССР», 1963, т. 151, № 2.

УДК 539.370

## О ФЕРРОУПРУГОСТИ МАТЕРИАЛОВ С МЕХАНИЧЕСКОЙ ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ

Е. Н. Бондарев, В. В. Дудукаленко

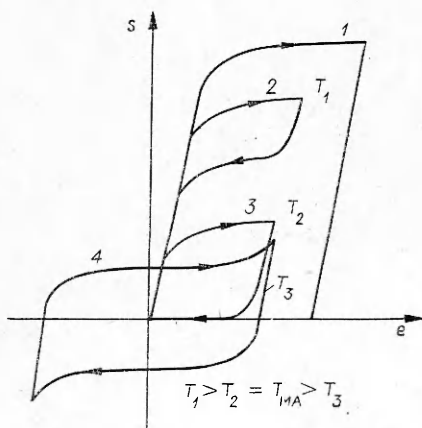
(Куйбышев)

Полный учет разнообразных аспектов поведения твердых тел при их деформировании весьма затруднителен. Поэтому при расчетах конструкций вводятся упрощенные модели, учитывающие лишь наиболее существенные в каждом конкретном случае свойства материалов (ползучесть, последействие, пластичность и т. д.), и используются соответствующие феноменологические теории [1]. В данной работе сделана попытка построения основ теории, описывающей явление ферроупругости, связанное с поведением термоупругого мартенсита, впервые обнаруженного в работе [2]. Аппарат такой теории будет необходим при расчете самовосстанавливающихся конструкций, изготовление которых возможно из материалов с механической памятью формы.

1. К настоящему времени обнаружено, что большое количество сплавов (NiTi, CuAlNi, CuZn, CuZnSi, AlCuZn, FeNi, FeMn, NiAl и т. д.) и некоторые чистые металлы (Co, Ti, Zr) претерпевают термоупругий мартенситный переход, который сопровождается рядом уникальных свойств: сверхупругость, эффект памяти формы, самопроизвольное направленное деформирование при охлаждении и др. [3—7].

Наиболее интересный (с точки зрения использования в технике) эффект памяти формы заключается в следующем. Если материалу, находящемуся в высокотемпературной модификации, задать определенную геометрическую форму, а затем, охладив его через температуру мартенситного перехода, «пластически» деформировать, то при нагреве выше точки перехода материал возвратит себе первоначально заданную форму. Величина полностью обратимой неупругой деформации неодинакова для различных материалов и составляет 6—16% [3, 5].

На фиг. 1 приведено схематическое семейство графиков, отражающих наиболее существенные особенности механических свойств сплавов с термоупругим мартенситом при различных температурах. Кривая 1 иллюстрирует обычное пластическое течение, кривые



Ф и г. 1

2 и 3 представляют зависимость деформации от напряжения в случае проявления эффекта сверхупругости, кривая 4 иллюстрирует эффект, получивший название ферроупругости и непосредственно ответственный за механическую память формы [8]. Температуры  $T_{AM}$  и  $T_{MA}$  соответствуют прямому и обратному мартенситным переходам. Все графики симметричны относительно начала координат. Заметим, что термин «ферроупругость» введен благодаря совпадению вида графиков зависимости намагниченности ферромагнетиков от внешнего магнитного поля и деформации от напряжения для материалов с памятью формы.

Исследования микроструктуры мартенсита показывают, что он состоит из разного рода структурных образований (двойниковых пластин, дефектов упаковки, сверхдислокаций и т. д. [9]), которые назовем доменами. Домены обладают остаточной по сравнению с высокотемпературной фазой деформацией  $\alpha_{ij}$ . Ее интенсивность  $\alpha = \sqrt[3]{\alpha_{ij}\alpha_{ij}}$  одинакова для всех доменов и определяется кристаллогеометрическими особенностями фазового перехода. Ориентация же, которую можно задать единичным вектором в пространстве деформаций с компонентами  $k_{ij} = \alpha_{ij}\alpha^{-1}$ , может быть как хаотическая, так и упорядоченная. А потому осреднение по объему образца приведет соответственно к нулевым или отличным от нуля остаточным макродеформациям

$$e_{ij}^H = \frac{1}{V} \int_V \alpha_{ij} dV = \alpha \langle k_{ij} \rangle.$$

Очевидно, максимальной величины они достигнут при полном упорядочении ориентации вектора с компонентами  $k_{ij}$  по некоторому направлению. Таким образом, движению границ доменов в реальном пространстве, приводящему к накоплению неупругих деформаций, соответствует переориентация единичных векторов в пространстве деформаций.

Отметим, что гидростатическое давление не оказывает заметного влияния на термоупругое мартенситное превращение, а изменение удельного объема фаз через переход для большинства материалов пренебрежимо мало [5], поэтому все рассматриваемые здесь тензоры совпадают со своими девиаторами.

2. Рассмотрим деформирование ниже температуры  $T_{MA}$ . Запишем термодинамический потенциал Гиббса единицы объема изотропной мартенситной фазы, имеющей максимальные неупругие деформации, характеризуемые единичным вектором с компонентами  $n_{ij}$ :

$$(2.1) \quad -G_n = \frac{1}{2} \mu s_{ij} s_{ij} + \alpha n_{ij} s_{ij} + g(T),$$

где  $\mu$  — величина, обратная удвоенному модулю сдвига;  $s_{ij}$  — тензор напряжений;  $g(T)$  — химическая составляющая потенциала, зависящая от температуры. Очевидно, она одинакова для мартенсита любой ориентации. Тензор деформации, как известно, выражается через производные потенциала Гиббса

$$(2.2) \quad e_{ij} = -\frac{\partial G_n}{\partial s_{ij}} = \mu s_{ij} + \alpha n_{ij} \equiv e_{ij}^V + e_{ij}^H.$$

Формулы (2.1), (2.2) записаны в предположении, что мартенсит подчиняется закону Гука всегда, исключая моменты переориентации, когда происходит изменение неупругих составляющих деформации. Пусть под действием приложенных напряжений прошел процесс переориентации

мартенсита в деформированное состояние, характеризуемое вектором с компонентами  $m_{ij}$ , тогда термодинамический потенциал имеет вид

$$-G_m = (1/2)\mu s_{ij}s_{ij} + \alpha m_{ij}s_{ij} + g(T),$$

а тензор деформаций

$$e_{ij} = \mu s_{ij} + \alpha m_{ij}.$$

В некотором промежуточном состоянии в объеме  $V_m$  домены будут иметь новую ориентацию  $m_{ij}$  и в объеме  $V_n = V - V_m$  — прежнюю, определяемую вектором с компонентами  $n_{ij}$ . Здесь  $V$  — объем всего образца. Макроскопические неупругие деформации, определяемые осреднением по объему  $V$ , имеют вид

$$(2.3) \quad e_{ij}^n = \langle \alpha_{ij} \rangle = \alpha \left\{ \frac{V_m}{V} m_{ij} + \left( 1 - \frac{V_m}{V} \right) n_{ij} \right\} = \alpha n_{ij} + \lambda \alpha \{ m_{ij} - n_{ij} \},$$

где  $\lambda = V_m V^{-1}$  — концентрация вновь образующегося мартенсита.

С другой стороны, поскольку движение междоменных границ имеет энергетически активируемый характер, условие перехода из состояния  $n_{ij}$  в состояние  $m_{ij}$  можно записать в виде

$$(2.4) \quad f(s) \equiv G_n - G_m = \alpha (m_{ij} - n_{ij}) s_{ij} = K(T),$$

где  $K(T)$  — энергия активации. Сравнивая формулу (2.3), записанную в приращениях, и (2.4), находим

$$(2.5) \quad de_{ij}^n = d\lambda (m_{ij} - n_{ij}) \alpha = d\lambda \frac{\partial f}{\partial s_{ij}}.$$

Таким образом, приращения неупругих составляющих тензора деформаций в процессе переориентации термоупругого мартенсита подчиняются ассоциированному закону течения (2.5) при условии текучести (2.4) [10]. Коэффициент пропорциональности  $d\lambda$  имеет смысл приращения концентрации вновь образующейся фазы.

Формула (2.4) определяет семейство поверхностей в пространстве напряжений (назовем их поверхностями переориентации), зависящее от параметра  $m_{ij}$ . Фактически реализуется та ориентация мартенсита (и, следовательно, фиксируется та поверхность), при которой условие (2.4) достигается при минимальной интенсивности напряжений  $s = \sqrt{s_{ij} s_{ij}}$ , что соответствует максимальной работе напряжений на неупругих деформациях [4]. Можно показать, что тогда  $m_{ij} = s_{ij}^0 = s_{ij} s^{-1}$  и из (2.4) (2.5) следует

$$(2.6) \quad f_n(s) = (s - n_{ij} s_{ij}) \alpha = K(T);$$

$$(2.7) \quad de_{ij}^n = d\lambda (s_{ij} s^{-1} - n_{ij}) \alpha.$$

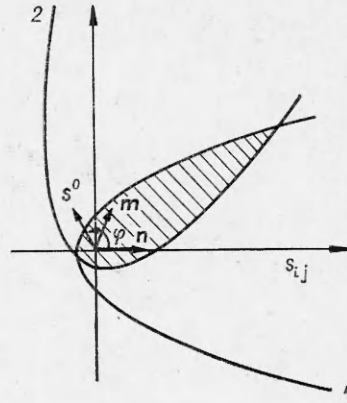
Поверхность (2.6) определяет область, изменение напряжений в которой вызовет лишь упругие деформации. На фиг. 2 приведена полярная диаграмма зависимости  $s$  от угла  $\varphi$  между направлениями  $n_{ij}$  и  $s_{ij}^0$  в случае двухкомпонентного напряженного состояния (кривая I).

Поскольку компоненты вектора  $n_{ij}$  выступают как параметры истории неупругого деформирования, мартенсит, имеющий некоторую другую

ориентацию  $m_{ij}$  будет обладать следующим условием переориентации:

$$(2.8) \quad f_m(s) = (s - m_{ij}s_{ij})\alpha = K(T)$$

(см. фиг. 2, кривая 2). Наличие же сложной структуры, состоящей из доменов с обеими ориентациями, предполагает одновременное существование двух поверхностей. Следовательно, упругое деформирование образца в целом, не затрагивающее его структуры, возможно, если напряжения изменяются внутри заштрихованной области.



Ф и г. 2

Если реализуется сложное нагружение, то в общем случае соотношения (2.7) становятся неинтегрируемыми и с их помощью нельзя построить конечные соотношения типа (2.3).

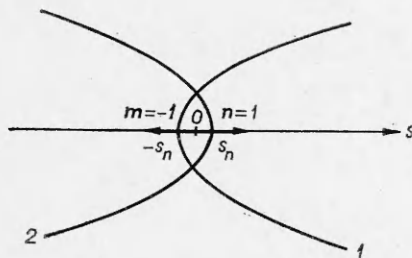
3. В качестве примера рассмотрим простое знакопеременное деформирование. В частности, это может быть одноосное растяжение — сжатие, знакопеременное кручение и т. д. Пусть в начальный момент времени образец состоял из доменов с ориентацией, задаваемой в определенном образом выбранной системе координат вектором направления с единственной ненулевой компонентой  $n = 1$  (фиг. 3, кривая 1). Его остаточная деформация равна  $e^H = \alpha$  (фиг. 4, точка 1). В выбранной системе координат из (2.6) получим

$$(3.1) \quad f_+(s) = s(1 - s^0)\alpha = K(T),$$

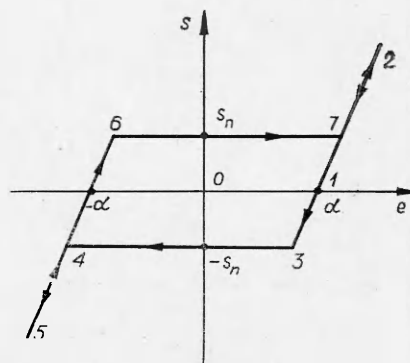
где  $s^0 = \pm 1$ . Если деформирование проводить в положительном направлении  $s^0 = 1$ , то условие (3.1) при конечных значениях напряжения не будет выполнено, а следовательно, в этом случае реализуется упругое деформированное состояние (участок 1—2, фиг. 4).

Нагружение в противоположном направлении  $s^0 = -1$  будет упругим до значения напряжения  $s_n = K(T)/2\alpha$ , следующего из (3.1). Протекающие затем процессы переориентации приведут к появлению доменов с вектором направления  $m = -1$ , к накоплению образцом остаточной деформации  $e^H = -\alpha$  и к замене поверхности текучести. Из (2.8) получим

$$(3.2) \quad f_-(s) = s(1 + s^0)\alpha = K(T)$$



Ф и г. 3



Ф и г. 4

(фиг. 3, кривая 2). Из этой формулы видно, что дальнейший рост напряжений в прежнем направлении  $s^0 = -1$  будет сопровождаться лишь упругой деформацией (4—5, фиг. 4). Повторное деформирование в положительном направлении имеет упругую область, ограниченную значением напряжений  $s_n = K(T)/2\alpha$ , вытекающим из (3.2) (точка 6, фиг. 4). Последующая переориентация замкнет цикл.

В рамках данной теории дальнейшее изотермическое циклирование не приведет к изменению параметров петли гистерезиса, что соответствует эксперименту [8]. Их температурная зависимость проявляется через энергию активации  $K(T)$  механизма переориентации. Исчезновение петли при  $T = T_{MA}$  означает полный возврат неупругой деформации, приобретенной в мартенситном состоянии [3].

Поступила 11 V 1978

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Работнов Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. М., «Наука», 1966.
2. Курдюмов Г. В., Хандрос Л. Г. О термоупругом равновесии при мартенситных превращениях.— «Докл. АН СССР», 1949, т. 66, № 2.
3. Апаев Б. А., Вороненко Б. И. Физические представления о фазовых превращениях в «запоминающих форму» сплавах.— «Металловедение и термическая обработка металлов», 1975, № 5.
4. Хандрос Л. Г., Арбузова Н. А. Мартенситное превращение, эффект памяти и сверхупругость.— В кн.: Металлы, электроны, решетка. Киев, «Наукова думка», 1975.
5. Delaey L., Krishnan R., Tas H., Warlimont H. Thermoelasticity, pseudoelasticity and the memory effects associated with martensitic transformation. Review. Paris 1, 2, 3.— «J. Mater. Sci.», 1974, vol. 9, p. 1521.
6. Wayman C., Shimizu K. The shape-memory («marmem») effect in alloys.— «Met. Sci. J.», 1972, vol. 6, N 9.
7. Mohamed H., Washburn J. On the mechanism of the shape memory effect in Ni—Ti alloy.— «Met. Trans.», 1976, vol. A7, p. 1041.
8. Nakanishi N. a. o. Pseudoelasticity in AuCd thermoelastic martensit.— «Phil. Mag.», 1973, vol. 28, N 2.
9. Тихонов А. С., Герасимов А. П., Шоршоров М. Х., Мануйлов В. Ф., Прохорова И. И. О механизме мартенситной памяти в металлических материалах.— «Физика и химия обработки материалов», 1976, № 5.
10. Ивлев Д. Д., Быковцев Г. И. Теория упрочняющегося пластического тела. М., «Наука», 1971.

УДК 538.4

### НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ФЕРРОГИДРОДИНАМИКИ

В. Г. Баштовой

(Минск)

Теоретическое исследование неизотермических течений намагничивающихся жидкостей сопряжено со значительными математическими трудностями, усугубляющимися по сравнению с исследованием течений обычных жидкостей необходимостью совместного решения с гидродинамическими уравнениями также и уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями для магнитного поля. В связи с этим задачи данного типа в большинстве случаев ре-