УДК 533.95:538.4+533.9:621.039.61

О ВЛИЯНИИ ВЕЛИЧИНЫ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТОРМОЖЕНИЕ α-ЧАСТИЦ

И. М. Гайсинский, А. В. Калинин, А. Е. Степанов

(*Москва*)

За последние 10—15 лет в проблеме управляемого термоядерного синтеза возникло и развилось новое направление — лазерный термоядерный синтез (ЛТС). В связи с этим появилось большое количество работ, определяющих требования к конструкциям камер термоядерных реакторов ЛТС. Большое внимание разработчиков привлекает концепция реактора с защитой первой стенки магнитным полем. В отличие от схемы традиционного реактора с магнитным удержанием плазмы, где высокое магнитное давление создается сильными полями, здесь поле используется для торможения высокоэнергетических α-частиц до тепловых скоростей до того момента, как они достигнут внутренней стенки камеры. Впервые концепция реакторов ЛТС с «магнитной стенкой» была предложена в работе [1], где авторы высказали предложение заменить считающуюся уже традиционной в ЛТС камеру сферической геометрии на цилиндрическую, в которой поле создается соленоидом, уложенным вдоль ее цилиндрической части. Несмотря на привлекательность данной конструкции, физические процессы, связанные с механизмом взаимодействия термоядерных α-частиц, вылетающих из плотного ядра, с аксиальным магнитным полем не были достаточно изучены.

1. Структура фронта разлетающихся заряженных частиц и его электрическая проводимость. При термоядерном микровзрыве (энергия ~ 7 мДж) выделяется $N_\alpha \sim 10^{19}$ α-частиц со средней энергией 3,5 мэВ (считаем, что, вылетая из плотного ядра зоны реакции, они незначительно тормозятся (наихудший случай для первой стенки реактора), сохранив энергию порядка 2—3 мэВ). В дальнейшем их спектр будем считать δ-образным. Из-за того что время термоядерного горения мало ($\tau_т \sim 10^{-11}$ с), первые вылетевшие α-частицы пройдут до окончания горения всего 10^{-2} см. Для того чтобы компенсировать ток α-частиц, по плазме должен протекать электронный ток. По мере вылета α-частиц из мишени ее «корона», окружающая горячее ядро, будет испускать электроны. Важно оценить масштаб разделения зарядов λ в системе, состоящей из α-частиц и электронов. Простая оценка показывает, что значение λ (при условии $\lambda \ll R$, R — радиус переднего фронта α-частиц) связано с энергией, заключенной в электростатическом поле следующим образом:

$$W = 2\pi q_\alpha N_\alpha (\lambda/R)^2,$$

где q_α — заряд α-частиц; W — энергия поля.

Если даже считать, что вся энергия α-частиц перешла в энергию поля, то и тогда вплоть до расстояний порядка нескольких метров оказывается, что $\lambda \ll 10^{-2}$ см. В действительности отставание электронов обусловлено их инерцией и трением о «корону». Из-за малости отношения m_e/M_α инерционное отставание незначительно — $\lambda \sim 8 \cdot 10^{-6}$ см. Параметр разделения из-за трения электронов о «корону» также мал:

$$\lambda^* = \frac{m_e v_e}{4 n_\alpha (R) e^2 \tau_{ee}} \sim 8 \cdot 10^{-8} R,$$

где v_e — тепловая скорость электронов «короны»; $n_\alpha(R)$ — плотность α-частиц; τ_{ee} — время электронных соударений. Для оценки взяты следующие параметры «короны»: $T_e \sim 10$ кэВ, $n_e \sim 10^{20}$ см$^{-3}$.

Таким образом, выделяющиеся α-частицы распространяются тонким слоем толщины $\delta \sim 10^{-2}$ см, заряд которого скомпенсирован и масштаб разделения зарядов при размерах плазмоида порядка размеров камеры реактора ($R \sim 1$—3 м) $\lambda \ll \delta$. Можно увидеть, что силовые линии магнитного поля оказываются вмороженными в плазменную оболочку. Для этого достаточно заметить, что характерное время диффузии поля в плазму [2] $\tau_{\text{м}} = 4\sigma L^2 c^{-2}$ (L — масштаб изменения магнитного поля в оболочке, $L \sim \delta$) много больше характерного времени развития процесса разлета $T_{\text{х}} = R_{\text{к}}/v_{\alpha,0} \sim 10^{-7}$ с, где $R_{\text{к}}$—радиус первой стенки реактора; $v_{\alpha,0}$ — начальная скорость разлета фронта α-частиц, соответствующая их энергии порядка 2 мэВ. Действительно, если считать проводимость плазмы классической, то $T_{\text{х}} \ll \tau_{\text{м}} \sim 10^{-5}$ с.

2. МГД-модель процесса разлета плазменной оболочки в аксиальном магнитном поле. При выводе исходной системы уравнений можно пренебречь джоулевой диссипацией тепла в плазменной сфере, расширяющейся из центра реакции к стенкам камеры, так как она мала по сравнению с кинетической энергией плазмоида $E_{\text{к}} = N_\alpha M_\alpha v_{\alpha,0}^2/2$. Действительно, так как

$$E_{\text{дж}} \simeq \int\limits_0^{T_{\text{х}}} \iiint\limits_{D(t)} \frac{|\mathbf{j}(t)|^2}{\sigma(t)}\, dV dt, \quad \mathbf{j} = \frac{c}{4\pi}(\nabla \times \mathbf{B}) \simeq \frac{cB_{\varepsilon}}{4\pi\delta}$$

($D(t)$ — объем плазмоида),

то $E_{\text{дж}} \sim 5{,}3$ кДж при $R(t) = R_{\text{к}} \sim 3$ м ($R_{\text{к}}$ — радиус первой стенки цилиндрической части реактора). Тогда система МГД-уравнений при условии вмороженности силовых линий магнитного поля имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{v} = 0,$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi} + \frac{1}{4\pi} \mathbf{B} \cdot \nabla \cdot \mathbf{B}, \quad \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}).$$

Для поля в зазоре плазменное кольцо — виток соленоида справедливы условия потенциальности

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0, \ \operatorname{rot} \mathbf{B} = 0.$$

Учитывая малость толщины оболочки плазмоида и переходя к сферическим координатам, окончательно получим следующую систему уравнений:

$$\frac{\partial N_\sigma}{\partial t} + \frac{N_\sigma}{R}\left[2\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial R}{\partial \theta}\frac{\partial \theta}{\partial t}\right] + \frac{\partial \theta}{\partial t}\left[\frac{\partial N_\sigma}{\partial \theta} + N_\sigma \operatorname{ctg}\theta\right] + \frac{\partial}{\partial \theta}\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right) N_\sigma = 0,$$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial t^2} = R\left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)^2 - \frac{|\mathbf{B}(R, \theta, t)|^2}{8\pi M_\alpha N_\sigma}\cos\vartheta, \quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = -\left\{\frac{2}{R}\frac{\partial R}{\partial t}\frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{|\mathbf{B}(R, \theta, t)|^2}{8\pi M_\alpha N_\sigma R}\sin\vartheta\right\},$$

где $N_\sigma(\theta, t) = N(\theta, t)\delta(\theta, t)$ — поверхностная плотность частиц; $N(\theta, t)$, $\delta(\theta, t)$ — плотность частиц и толщина плазменной оболочки соответственно; ϑ — угол между радиусом-вектором и нормалью к поверхности плазмоида, определяемый выражением

$$\vartheta = \arccos\left[1 + \left(\frac{1}{R}\frac{\partial R}{\partial \theta}\right)^2\right]^{-1/2}.$$

Решая уравнения для потенциала магнитного поля методом разделения переменных, получаем, что компоненты магнитного поля $\mathbf{B}(r, \theta, t)$ выражаются в виде

$$B_r = B_0(t)\left\{1 - \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{R}{r}\right)^{k+2}(k+1)\frac{P_k(\cos\theta)}{\cos\theta}\Gamma_k\right\}\cos\theta,$$

$$B_\theta = -B_0(t)\left\{1 + \sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{R}{r}\right)^{k+2}\frac{dP_k(\cos\theta)}{d\cos\theta}\Gamma_k\right\}\sin\theta, \quad B_\varphi = 0,$$

где $P_k(\cos\theta)$ — полиномы Лежандра; коэффициенты Γ_k находятся из условия ортогональности силовых линий поля и нормали плазмоида на его поверхности

$$R\left[1 - \sum_{k=1}^{\infty}(k+1)\frac{P_k(\cos\theta)}{\cos\theta}\Gamma_k\right]\cos\theta + \frac{\partial R}{\partial\theta}\left[1 + \sum_{k=1}^{\infty}\frac{dP_k(\cos\theta)}{d\cos\theta}\Gamma_k\right]\sin\theta = 0.$$

Если ограничиться первыми членами разложения компонент поля по сферическим гармоникам, то получим магнитный диполь, который был рассмотрен в работе [3] при исследовании расширения сверхпроводящего плазменного облака в аксиальном поле. Модель, описанная автором, как было показано им самим, применима везде, кроме той стадии, где плазмоид начинает терять свою сферичность. Чтобы замкнуть систему уравнений, нужно выразить индукцию магнитного поля $B_0(t)$ в отсутствие плазмоида через магнитный поток $\Phi(t)$, а для последнего написать уравнение электромагнитной индукции для внешнего контура.

Так как $\Phi(t) = \int\limits_{R(\pi/2,t)}^{R_B}\left|\mathbf{B}\left(r, \frac{\pi}{2}, t\right)\right| r\,dr$, то

$$B_0(t) = \frac{\Phi(t)}{\pi\left\{R_B^2 - R^2\left(\frac{\pi}{2}, t\right) + \sum\limits_{k=1}^{\infty}R^2\left(\frac{\pi}{2}, t\right)\Gamma_k\frac{1}{k}\left.\frac{dP_k(\cos\theta)}{d\cos\theta}\right|_{\theta=\frac{\pi}{2}}\left[1 - \left\{\frac{R\left(\frac{\pi}{2}, t\right)}{R_B}\right\}^k\right]\right\}},$$

где R_B — радиус витка соленоида. Уравнение электромагнитной индукции имеет вид

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{R^*}{L}\frac{\Phi(t)}{1 - \left[R\left(\frac{\pi}{2}, t\right)\Big/R_B\right]^2}.$$

Начальные условия для уравнений следующие:

$$R(\theta, t)|_{t=0} = R_0, \quad \left.\frac{\partial R}{\partial t}\right|_{t=0} = v_{\alpha,0}, \quad N_\sigma(\theta, t)\Big|_{t=0} = N_0\delta = N_{\sigma,0},$$

$$\left.\frac{\partial\theta}{\partial t}\right|_{t=0} = 0, \quad \Phi|_{t=0} = \pi R_B^2 B_0 = \Phi_0,$$

где B_0 — индукция внешнего магнитного поля, создаваемого соленоидом; R^*, L — сопротивление и индуктивность внешней цепи; $N_0 = \dfrac{N_\alpha}{4\pi R_0^2\delta}$ — начальная плотность плазменной оболочки; R_0 — ее начальный радиус

3. Вопросы, связанные с развитием неустойчивости Рэлея — Тэйлора. Исследование этих явлений представляется интересным, так как при развитии возмущений поверхности плазменной оболочки из-за резких перегибов может сильно уменьшиться поверхностная плотность N_σ, вследствие чего магнитное поле прорвет ее до того момента, как она успеет достаточно затормозиться.

Рассмотрим сначала возможность развития гидромагнитных неустойчивостей желобкового типа в экваториальном сечении плазмоида (плоскость (r, φ) в цилиндрических координатах). Согласно линейной теории [4], любые возмущения поверхности плазмоида в этом сечении будут неустойчивы; их инкремент определяется следующим образом:

$$\gamma = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, B_0 (M_\alpha N_\sigma)^{-1/2} \sqrt{k},$$

где k — волновое число. Из этого выражения видно, что возмущения с модами $k \geqslant 10$ успевают достаточно развиться за время $t \leqslant T_x$. Однако на вопрос о том, приводят ли нарастающие возмущения к разрыву плазменной оболочки, линейная теория ответа не дает. Для более детального исследования можно воспользоваться методикой, предложенной в работах [5, 6], где рассмотрен нелинейный механизм развития тейлоровской неустойчивости при схлопывании тонкостенного цилиндрического лайнера.

В нашем случае разлет плазмоида носит существенно трехмерный характер, однако качественный анализ развития неустойчивости в экваториальной плоскости плазмоида можно провести в приближении цилиндрически-симметрического разлета.

Тогда уравнение движения будет иметь вид

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{r}}{\partial t^2} = \frac{B^2(r, \psi, t)}{8\pi}\left(\mathbf{e}_z \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \psi}\right),$$

где ψ — лагранжева координата, т. е. $dm = \rho d\psi$.

Подстановкой $Z = x + iy = r \exp(i\psi)$ оно приводится к виду

$$\rho \frac{\partial^2 Z}{\partial t^2} = i\,\frac{B^2(Z, \psi, t)}{8\pi}\frac{\partial Z}{\partial \psi}.$$

Начальные условия задаются следующим образом:

$$Z(\psi, 0) = \exp(i\psi) - \frac{\mu^*}{k}\exp(ik\psi), \quad \frac{\partial Z}{\partial t}(\psi, 0) =$$

$$= v_{\alpha,0}\left[\exp(i\psi) - \frac{\mu^*}{k}\exp(ik\psi)\right].$$

Если искать решение в виде

$$Z(\psi, t) = R(t)\left[\exp(i\psi) - \frac{\mu(t)}{k}\exp(ik\psi)\right],$$

то придем к системе уравнений

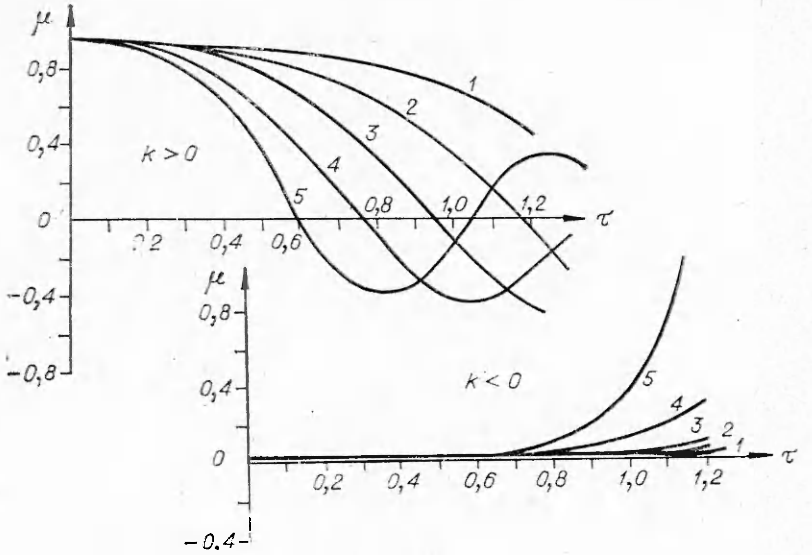
$$\frac{d^2R}{d\tau^2} = -aR\left(\frac{1}{1-R^2}\right)^2, \quad \frac{d^2\mu}{d\tau^2} + \frac{2}{R}\frac{dR}{d\tau}\frac{d\mu}{d\tau} + \frac{1-k}{R}\frac{d^2R}{d\tau^2} = 0$$

с граничными условиями

$$R(0) = \frac{R_0}{R_\Sigma}, \quad \left.\frac{dR}{d\tau}\right|_{\tau=0} = \frac{R_\text{к}}{R_\text{в}}, \quad \mu(0) = \mu^*, \quad \left.\frac{d\mu}{d\tau}\right|_{\tau=0} = 0,$$

где $a = \dfrac{B_0^2 T_x^2 R_\text{в}^2}{4M_\alpha N_{\sigma,0}}\delta$, τ — безразмерное время.

При $|\mu(t^*)| \geqslant 1$ кривая, огибающая экваториальное сечение плазмоида, становится самопересекающейся, что и является началом разрушения оболочки. Как показал численный расчет, при $B_0 = 0{,}2 - 0{,}7$ T, $\mu^* = 0{,}95$ и положительных $k=4$; 8; 16; 32; 64 (кривые *1—5* на фиг. 1 соответственно) рост возмущений не приводит к гибели плазмоида до его остановки. При отрицательных k плазмоид не разрушается лишь при достаточно малых



Фиг. 1

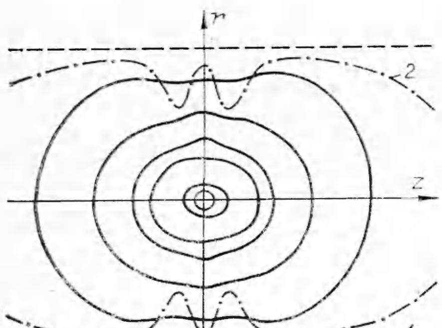
начальных амплитудах возмущения. Так, для $k = -64$ необходимо, чтобы μ^* не превышало 0,01.

Вопрос о возникновении возмущений поверхности плазмоида тесно связан с предысторией процесса — симметрией сжатия и горения мишени, — поэтому требует значительно более полного рассмотрения, что представляет собой самостоятельную задачу.

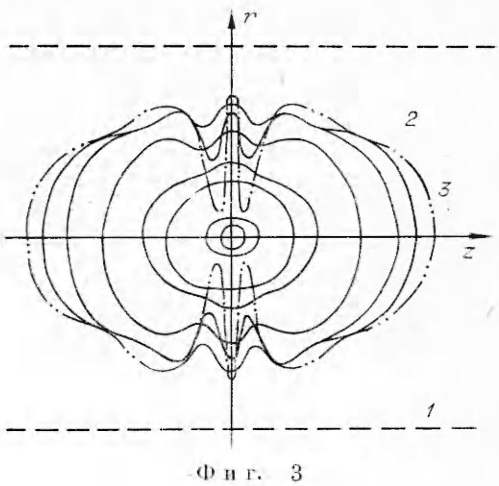
При исследовании возможности развития неустойчивости Рэлея—Тэйлора «сосисочного типа» (в плоскости (r, z) — цилиндрические координаты) линейная теория дает только спектр возможных возмущений, которые успевают достаточно развиваться за время $t \leqslant T_x$. Он определяется из условия

$$\frac{B_0^2 T_x^2}{32\pi M_\mu N_0}(9k - 8\delta k^2) \leqslant 1.$$

Отсюда $k \leqslant 74$. В связи с тем, что здесь не представляется возможным пренебречь искривлением силовых линий магнитного поля, более тонкое



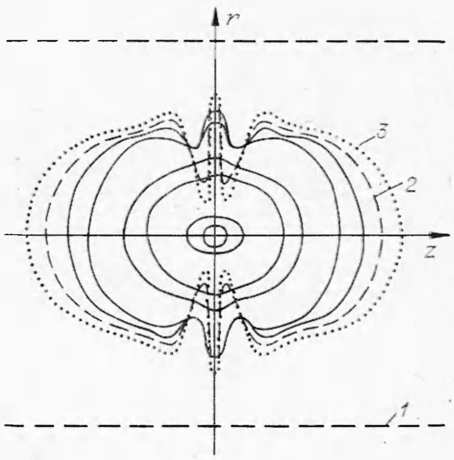
Фиг. 2



Фиг. 3

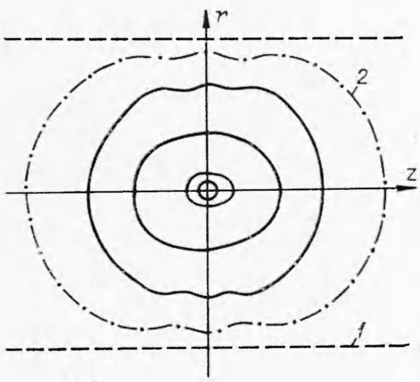
исследование провести не удается, однако из-за неравномерного распределения магнитного давления $P_м$ уже в начале процесса [7] начальные возмущения поверхности плазмоида возникают самопроизвольно.

4. Обсуждение результатов численного эксперимента. Уравнения МГД-модели решались численно. Был использован метод прямых [8]. Все приведенные результаты получены при начальном разбиении по углу $\Delta\theta = 3°$. Проводились расчеты также с $\Delta\theta = 4{,}5$ и $6°$. При этом результаты не изменились сколько-нибудь заметным образом. При выборе шага по времени учитывалось ограничение, накладываемое условием Куранта.

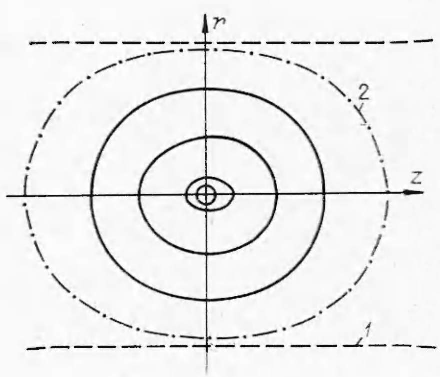


Фиг. 4

Расчет уравнений МГД-модели на ЭЦВМ проводился при следующих параметрах, характерных для данного процесса: $R_0 = 1$ см, $R_к = 3$ м, $R_в = 3{,}25$ и 5 м (для гибридного реактора ЛТС). Характерный параметр, определяющий потерю магнитной энергии в витках соленоида, равен $\omega = T_х \cdot R^*/L \sim 10^{-3}$ при $T_х \sim 10^{-7}$ с. При $R_к/R_в = 0{,}6$ расчет проведен для трех вариантов начального значения величины магнитной индукции внешнего поля $B_0 = 0{,}5$; 0,75; 1,0 Т (фиг. 2—4), а при $R_к/R_в = 0{,}925$ — для двух значений $B_0 = 0{,}2$; 0,3 Т (фиг. 5, 6). На фиг. 2—6 показана картина расширения плазменной оболочки в различные моменты времени (*1* — первая стенка цилиндрической части реактора, *2* — геометрия оболочки на стадии полного торможения, *3* — геометрия оболочки в момент наступления ее разрыва, если он имеет место). Отсюда видно, что на определенном этапе плазмоид теряет свою сферичность, что вполне естественно из-за того, что в направлении оси симметрии цилиндрической части реактора α-частицы не встречают сопротивления со стороны магнитного поля. После некоторого момента t начинается искривление поверхности оболочки (появляются впадины в углах $70° < \theta < 90°$, $90° < \theta < 110°$, $250° < \theta < 270°$, $270° < \theta < 290°$, которые могут рассматриваться, как возмущения с волновым числом $k \sim 30$—50. Как видно из фиг. 2—4, колебания возрастают вместе с величиной начальной индукции внешнего поля



Фиг. 5



Фиг. 6

и уже при $B_0 \geqslant 0{,}75$ Т плазмоид разрушается из-за резкого уменьшения поверхностной плотности частиц $N_\sigma(\theta, t)$ в местах перегибов до момента его полного торможения.

При увеличении отношения $R_к/R_в$ до 0,925 для защиты первой стенки реактора уже требуется более слабое поле $B_0 \sim 0{,}2$—0,3 Т. При этом возмущения поверхности плазменной оболочки растут менее интенсивно (см. фиг. 5, 6), а при $B_0 \lesssim 0{,}2$ Т вообще не имеют места. Это обстоятельство является важным при проектировании реакторов цилиндрической геометрии гибридного типа с магнитной защитой первой стенки, так как уже при $R_к/R_в \leqslant 0{,}5$ Т (большой объем занимает бланкет) поле с индукцией $B_0 < 0{,}75$ Т неспособно затормозить термоядерные α-частицы, вылетающие из зоны реакции до тепловых скоростей, а более сильное поле разрушает плазмоид еще задолго до ее полного торможения.

Поступила 27 XI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Frank T., Feidwald D., Merson T., Devaney J.** A laser fusion reactor concept utilizing magnetic fields for cavity wall protection.— In: Proc. of 1st Top. Meeting and the Technol. Control. Nuclear Fusion and Power Division Amer. Nuclear Soc., San Diego California, 1971.
2. **Кролл Н., Трайвелпис А.** Основы физики плазмы. М., «Мир», 1975.
3. **Райзер Ю. П.** О торможении и превращении энергии плазмы, расширяющейся в пустом пространстве, в котором имеется магнитное поле.— ПМТФ, 1963, № 6.
4. **Кнопфель Г.** Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.
5. **Башилов Ю. А., Покровский С. В.** Тейлоровская неустойчивость тонкой цилиндрической оболочки.— «Письма в ЖЭТФ», 1976, т. 23, вып. 8.
6. **Иногамов Н. А.** Модельный анализ тейлоровской неустойчивости оболочек.— «Письма в ЖТФ», 1977, т. 3, вып. 7.
7. **Милн-Томсон Л. М.** Теоретическая гидродинамика. М., «Мир», 1964.
8. **Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырский П. И.** Вычислительные методы высшей математики. Т. 2. Минск, «Высш. школа», 1972.

УДК 621.365.91

ВЗРЫВОМАГНИТНЫЙ ГЕНЕРАТОР С ПЛАЗМЕННОЙ НАГРУЗКОЙ

И. И. Дивнов, Н. И. Зотов, О. П. Карпов, Б. Г. Клоков, Б. Д. Христофоров

(*Москва*)

Взрывомагнитные генераторы (ВМГ) [1—6], позволяющие с помощью взрыва получать большие импульсные токи и магнитные поля, перспективны и в качестве мощных источников электрической энергии для питания различных электрофизических установок. В последние годы появились работы, посвященные вопросу согласования ВМГ с активно-индуктивной нагрузкой, однако большинство из них имеет характер предварительных оценок, экспериментальные исследования пока немногочисленны [4—7]. Эффективная передача энергии осуществлена лишь в индуктивную нагрузку [6], а в экспериментах с плазменной и активной нагрузкой переданная в нее энергия не превосходила энергии запитки самого ВМГ. Так, в [4], где нагрузка в виде фольги из тантала включалась непосредственно в контур ВМГ, в фольгу передано 320 Дж при энергии запиточной