

О ЗАВИСИМОСТИ ВЕЛИЧИНЫ СЛОЯ НЕСГОРЕВШЕГО ПОРОХА
НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЕ ОТ НАЧАЛЬНОЙ
ТЕМПЕРАТУРЫ

О. И. Нефедова, С. С. Новиков, П. Ф. Нохил,
Ю. С. Рязанцев

(Москва)

В работе [1] предложен метод исследования нестационарного горения взрывчатых веществ и порохов (метод «замораживания» зоны горения), основанный на чисто тепловом, одномерном воздействии на процесс горения. Вследствие высокой теплопроводности металла при приближении распространяющейся по пороху волны горения к контакту порох — металл тепловой поток из зоны горения возрастает. При достижении некоторого критического значения потока горение прекращается, а на поверхности металла остается слой несгоревшего пороха. В работе [1] экспериментально установлена зависимость толщины несгоревшего слоя пороха от давления, которая теоретически рассматривалась в работе [2]. В [3] проведен качественный анализ условий погасания пороха при тепловом взаимодействии зоны горения с контактом металл — порох.

Ниже приводятся полученные методом замораживания зоны горения данные о зависимости толщины несгоревшего слоя пороха от начальной температуры. Рассматривается возможность приближенного расчета нестационарных процессов, сопровождающих приближение волны горения к плоскости контакта пороха с металлом. Проводится сопоставление теории и эксперимента.

1. Формулировка модельной задачи. Задача о тепловом взаимодействии фронта горения с контактом металл — порох для случая модели нестационарного горения пороха, предложенной Я. Б. Зельдовичем [4, 5], может быть представлена в виде [2]

$$\vartheta^* = \vartheta'', \quad 0 < \xi < \xi_s(\tau) \quad (1.1)$$

$$\vartheta(\xi_s, \tau) = 1, \quad \vartheta(0, \tau) = e^{-L}, \quad \vartheta(\xi, 0) = e^{\xi-L}, \quad \xi_s(0) = L \quad (1.2)$$

$$\xi_s^* = -w, \quad w = F(w, (\vartheta')_s) \quad (1.3)$$

Принятые обозначения таковы:

$$\vartheta(\xi, \tau) = \frac{T(x, t) - T_0}{T_s - T_0}, \quad \xi = \frac{ru_0}{\kappa} x, \quad \xi_s = \frac{u_0}{\kappa} x_s, \quad \tau = \frac{tu_0^2}{\kappa},$$

$$L = \frac{ru_0 l}{\kappa}, \quad w = \frac{u}{u_0}$$

Здесь x, t — координата и время, κ — коэффициент температуропроводности, u_0 — скорость горения пороха в стационарных условиях, u — нестационарная скорость горения, x_s — координата движущейся поверхности горения, l — толщина слоя пороха в начальный момент времени, T_s — температура на горячей поверхности, T_0 — начальная температура пороха, точками обозначено дифференцирование по времени, штрихами — дифференцирование по координате.

Граничное условие на контакте пороха с металлом ($\xi = 0$) введено в работе [3] и позволяет обойти трудности, связанные с начальными условиями вида

$$\vartheta(\xi, 0) \rightarrow \exp(\xi - \xi_s), \quad \xi_s \rightarrow \infty$$

на бесконечности (так называемые вырожденные граничные условия).

Погрешность, вносимая заменой нулевого граничного условия на контакте условием (1.2), может быть сделана сколь угодно малой путем выбора достаточно больших значений начальной толщины образца пороха ($L \gg 1$).

Если зависимость стационарной скорости горения от начальной температуры T_0 и давления p определяется формулой $u_0 = u_1 p^\nu \exp \beta T_0$, то функция $F(w, (\vartheta')_s)$, устанавливающая связь нестационарной скорости горения с градиентом температуры на горячей поверхности имеет вид

$$w = \exp \left[1 - \frac{1}{w} (\vartheta')_s \right], \quad \varepsilon = \beta (T_s - T_0), \quad \beta = \left(\frac{\partial \ln u_0}{\partial T_0} \right)_p \quad (1.4)$$

Если зависимость стационарной скорости горения от начальной температуры и давления аппроксимируется функцией $u_0 = ap^\nu / (1 - \alpha T_0)$, то для функции $F(w, (\vartheta')_s)$ найдем

$$w = \frac{1 - \varepsilon (\vartheta')_s}{1 + \varepsilon} \quad (1.5)$$

2. Приближенное решение. Точное аналитическое решение задачи (1.1) — (1.3) невозможно, а из приближенных методов, применяемых в задачах о нестационарном горении, наиболее употребителен метод интегральных соотношений [6-9]. Успех в применении этого метода в значительной мере зависит от правильного выбора априорного вида искомого приближенного решения. Рассмотрим возможности решения задачи (1.1) — (1.3) при представлении безразмерной температуры в виде

$$\vartheta(\xi, \tau) = e^{\xi - \xi_s} - \left(1 - \frac{\xi}{\xi_s} \right) (e^{-\xi_s} - e^{-L}) + \left(1 - \frac{\xi}{\xi_s} \right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{\xi}{\xi_s} \right)^n \quad (2.1)$$

Здесь коэффициенты $a_n = a_n(\tau)$ — неизвестные функции времени такие, что $a_n(0) = 0$.

Функция (2.1) удовлетворяет граничным и начальным условиям (1.2). Для дальнейшей конкретизации приближенного решения необходимо записать уравнения для определения функций $a_n(\tau)$. Удовлетворительное приближение можно надеяться получить, сохраняя в ряде (2.1) только член с $n = 0$ и определяя функцию $a_0(\tau)$ из интеграла теплового баланса [8]

$$\frac{d}{d\tau} \int_0^{\xi_s} \vartheta(\xi, \tau) d\xi - \xi_s \dot{\xi}_s = (\vartheta')_s - (\vartheta')_0 \quad (2.2)$$

Подставляя (2.1) в (2.2), найдем

$$\xi_s^2 a_0 \dot{\xi}_s + (\xi_s \dot{\xi}_s - 6) a_0 + \frac{3}{2} \xi_s \dot{\xi}_s (e^{-\xi_s} + e^{-L} + \xi_s e^{-\xi_s} - 2) - 3 \xi_s (1 - e^{-\xi_s}) = 0 \quad (2.3)$$

Уравнение (1.3), определяющее изменение координаты горячей поверхности ξ_s , примет вид

$$\dot{\xi}_s = -F(\xi_s, (\vartheta')_s) \quad (2.4)$$

$$(\vartheta')_s = 1 + (e^{-\xi_s} - e^{-L})/\xi_s \quad (2.5)$$

Отметим, что функция (2.1) такова, что градиент температуры на горячей поверхности выражается только через координату поверхности ξ_s , поэтому приближенное уравнение (2.4) для скорости нестационарного горения может интегрироваться независимо от уравнения (2.3).

Так, когда связь между нестационарной скоростью горения и градиентом температуры на горячей поверхности определяется формулой (1.5), уравнение (2.4) интегрируется в квадратурах, что дает

$$\tau = \int_L^{\xi_s} \frac{x dx}{Px - Qe^{-x}}, \quad P = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}, \quad Q = \frac{\varepsilon}{1+\varepsilon}$$

Исследуем вопрос об определении толщины оставшегося на поверхности металла несгоревшего слоя пороха h , когда справедлив закон горения (1.4), воспользовавшись приближенным уравнением (2.5) и условием погасания, предложенным Я. Б. Зельдовичем. Согласно [4, 5] значение градиента температуры на горячей поверхности не может превышать некоторого максимального при данных условиях значения, равного

$$(\vartheta')_s^* = \frac{1}{\varepsilon} e^{\varepsilon-1} \quad (2.6)$$

Приравнявая выражение для градиента температуры на горячей поверхности (2.5) критическому значению (2.6), получаем уравнение для определения толщины слоя пороха на металле в момент погасания

$$\frac{1}{\varepsilon} e^{\varepsilon-1} = \frac{1}{\Delta} (e^{-\Delta} - e^{-L}), \quad \Delta = \frac{hu_0}{\kappa} \quad (2.7)$$

Очевидно, что при практическом решении уравнения (2.6) величиной e^{-L} можно пренебречь. Уравнение (2.6) имеет решение при любом значении параметра ε .

Уравнение (2.7) позволяет исследовать зависимость величины h от начальной температуры T_0 и давления p . Дифференцируя (2.7) по T_0 и p , можно получить

$$\left(\frac{\partial h}{\partial p}\right)_{T_0} = -v \frac{h}{p} + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^2} e^{\varepsilon-1} \left[\frac{1+\Delta}{\Delta} e^{-\Delta}\right]^{-1} \frac{\beta \kappa}{u_0} \left(\frac{\partial T_s}{\partial p}\right)_{T_0} \quad (2.8)$$

$$\frac{1}{\beta} \left(\frac{\partial \ln h}{\partial T_0}\right)_p = -1 - \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^2} e^{\varepsilon-1} \left[\frac{1+\Delta}{\Delta^2} e^{-\Delta}\right]^{-1} \frac{1}{\Delta} \quad (2.9)$$

Из формулы (2.8) в частном случае $(\partial T_s / \partial p)_{T_0} = 0$ следует зависимость толщины несгоревшего слоя пороха от давления, установленная ранее из соображений подобия и размерностей в работе [2].

Формула (2.9) показывает, что толщина несгоревшего остатка убывает с ростом начальной температуры.

Рассмотрим приближенное решение задачи о взаимодействии зоны горения с контактом металл — порох для случая модели зоны горения с переменной температурой поверхности [10]. Для этого в постановке задачи (1.1) — (1.3) при переходе к безразмерным переменным следует воспользоваться значением T_s в начальный момент времени и заменить условие на горячей поверхности условием $\vartheta(\xi_s, \tau) = \Phi((\vartheta')_s)$, где Φ — известная функция градиента температуры на горячей поверхности. Тогда априорный вид решения, непрерывно примыкающего к михельсоновскому профилю температуры, можно записать в следующей форме:

$$\vartheta(\xi, \tau) = \Phi((\vartheta')_s) e^{-\xi/\xi_s} - \left(1 - \frac{\xi}{\xi_s}\right) (e^{-\xi/\xi_s} - e^{-L}) + \left(1 - \frac{\xi}{\xi_s}\right)^2 \sum_{n=0}^{\infty} a_n \left(\frac{\xi}{\xi_s}\right)^n \quad (2.10)$$

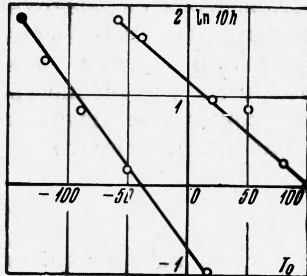
Функция Φ удовлетворяет очевидному начальному условию $\Phi(1) = 1$. Из (2.10) для градиента температуры на горячей поверхности получим

$$(\vartheta')_s = \Phi((\vartheta')_s) + \frac{1}{\xi_s} (e^{-\xi_s} - e^{-L}) \quad (2.11)$$

Воспользовавшись этой формулой, исследуем движение изображающей точки на диаграмме $w, (\vartheta')_s$.

Дифференцируя (2.11) и функцию $w = w((\vartheta')_s)$, найдем

$$b' = \frac{w}{1 - \frac{dw}{db}} \frac{1}{\xi_s^3} [e^{-\xi_s} + \xi_s (e^{-\xi_s} - e^{-L})], \quad w' = \frac{dw}{db} b', \quad b \equiv (\vartheta')_s \quad (2.12)$$



Согласно [10]

$$\frac{d\Phi}{db} = \frac{r}{r + \varepsilon - 1}, \quad \frac{dw}{db} = \frac{\varepsilon}{r + \varepsilon - 1}, \quad r = \frac{dT_s}{dT_0}$$

Из (2.12) следует:

$$w' = \frac{\varepsilon w}{\varepsilon - 1} \frac{1}{\xi_s^3} [e^{-\xi_s} + \xi_s (e^{-\xi_s} - e^{-L})] \quad (2.13)$$

Полученное соотношение справедливо не только для функций типа (1.4), (1.5), но и в случае зависимостей, анализируемых в работах [3,10]. Из формулы (2.13) следует, что независимо от величины параметра r скорость горения с приближением фронта горения к контакту металл — порох при $\varepsilon > 1$ возрастает, а при $\varepsilon < 1$ уменьшается.

3. Эксперимент. Опыты по изучению зависимости толщины несгоревшего слоя пороха на медной пластине от начальной температуры образца проводились в бомбе постоянного давления в атмосфере азота. Объектом исследования был выбран нитроглицериновый порох *H*. В первой серии опытов, выполнявшихся при давлении 1 атм, диаметр образцов был равен 23.6 и 9 мм, во второй серии опытов, выполнявшихся при давлении 20 атм, диаметр образцов был равен 6 мм. Были получены следующие результаты:

При давлении 1 атм

T_0 (°C) = -60	-40	20	50	80	100°
h (мм) = 0.62 ± 0.02	0.52 ± 0.06	0.27 ± 0.01	0.24 ± 0.02	0.13 ± 0.01	0.10 ± 0.01

При давлении 20 атм

T_0 (°C) = -140	-120	-90	-50	18
(мм) = 0.65 ± 0.07	0.40 ± 0.03	0.23 ± 0.05	0.12 ± 0.01	0.04

В пределах точности эксперимента полученную зависимость в полулогарифмическом масштабе можно считать линейной (фигура). При этом наклон прямых составляет

$$\Delta \ln h / \Delta T_0 = -11.5 \cdot 10^{-3} \quad (\text{град})^{-1} \quad \text{при } p = 1 \text{ атм}$$

$$\Delta \ln h / \Delta T_0 = -15.2 \cdot 10^{-3} \quad (\text{град})^{-1} \quad \text{при } p = 20 \text{ атм.}$$

В связи с этим интересно напомнить, что по данным работы [11] температурный коэффициент скорости горения β для пороха *H* изменяется следующим образом:

При давлении 20 атм

T_0 (°C) = -150	-100	-50	0	50	100	140
β (°C ⁻¹) = 0.5	2.0	3.5	5.0	7.0	9	15

При давлении 1 атм

T_0 (°C) = -200	-100	0	50	100
β (°C ⁻¹) = 1.0	3.0	9.8	12.5	14.3

В то же время согласно работе [12] коэффициент β можно считать кусочно-постоянной функцией, $\beta = 1.95 \cdot 10^{-3} \text{ (град)}^{-1}$ при $T_0 < 20^\circ \text{C}$ и $\beta = 14.6 \cdot 10^{-3} \text{ (град)}^{-1}$ при $T_0 > 20^\circ \text{C}$.

Наблюдается определенное качественное соответствие полученных теоретических и экспериментальных результатов. В частности, зависимость толщины несгоревшего слоя пороха на металле от начальной температуры — убывающая функция темпера-

туры $d \ln h / dT_0 < 0$. Экспериментальное значение величины $d \ln h / dT_0$ близко по порядку величины к температурному коэффициенту скорости горения β . Следует отметить, что количественное сопоставление теоретических и экспериментальных данных о зависимости $h(T_0)$ не представляется возможным по следующим причинам. Применение теории горения порохов Я. Б. Зельдовича [4,5], и в частности критерия погасания пороха к пороху Н, означало бы выход за пределы применимости этой теории. Для пороха Н пределы устойчивости режимов стационарного горения заметно шире предсказываемых теорией. Имеет место аномальная зависимость стационарной скорости горения от начальной температуры, и как следствие этого зависимость нестационарной скорости горения от градиента температуры на горячей поверхности существенно отличается от рассмотренной в работах Я. Б. Зельдовича [4,5]; критерии погасания пороха Н, предложенные в работах [3,10], в настоящее время не могут быть рассчитаны.

Поступила 12 VIII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Новиков С. С., Похил П. Ф., Рязанцев Ю. С., Суханов Л. А. Исследование условий погасания пороха методом «замораживания» зоны горения. Докл. АН СССР, 1968, т. 180, № 6.
2. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. К теории теплового взаимодействия зоны горения пороха с контактом порох — металл. ПМТФ, 1968, № 4.
3. Новиков С. С., Рязанцев Ю. С. Анализ условий прекращения горения ПМТФ, 1969, № 2.
4. Зельдович Я. Б. К теории горения порохов и взрывчатых веществ. ЖЭТФ, 1942, т. 12, вып. 11, 12.
5. Зельдович Я. Б. О скорости горения пороха при переменном давлении. ПМТФ, 1964, № 3.
6. Гостинцев Ю. А. Метод приведения к обыкновенным дифференциальным уравнениям в задачах нестационарного горения пороха. Физика горения и взрыва. 1967, т. 3, № 3.
7. Истратов А. Г., Либрович В. Б., Новожилов Б. В. О приближенном методе в теории нестационарной скорости горения пороха. ПМФТ, 1964, № 3.
8. Гудмен Т. Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена. В сб.: «Проблемы теплообмена». М., Атомиздат, 1967.
9. Канторович Л. В., Крылов В. И. Приближенные методы высшего анализа. М.—Л., Физматгиз, 1962.
10. Новожилов Б. В. Нестационарное горение порохов, имеющих переменную температуру поверхности. ПМТФ, 1967, № 1.
11. Зенин А. А., Лейпунский О. И., Марголин А. Д., Нефедова О. И., Похил П. Ф. Поле температур у поверхности горящего пороха и устойчивость горения. Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 3.
12. Похил П. Ф., Нефедова О. И., Марголин А. Д. Об аномальной зависимости скорости горения пороха от начальной температуры. Докл. АН СССР, 1962, т. 145, № 4.