

УДК 532.5; 532.527

ФОРМИРОВАНИЕ И ОСНОВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ

Д. Г. Ахметов

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

Изложены результаты экспериментальных исследований свойств вихревых колец в зависимости от параметров струи воздуха, выталкиваемой из круглого сопла специальным устройством. Характеристики вихревого кольца определялись по полю скоростей, измеренному с помощью термоанемометрических датчиков на некотором расстоянии от среза сопла, где процесс образования вихря можно считать закончившимся. Предложена математическая модель формирования вихревого кольца, основанная на законах сохранения, дано сравнение теоретических результатов с экспериментом.

Исследования процессов формирования и движения вихревых колец, проводимые в течение более ста лет, способствовали выяснению многих закономерностей вихревых движений жидкости и газа, а в последнее время послужили основой при разработке высокоэффективных технологических процессов, например способа тушения мощных пожаров на фонтанирующих газонефтяных скважинах [1–3]. Однако до настоящего времени не существует теорий, удовлетворительно описывающих формирование и структуру вихревых колец. Обзор работ, посвященных исследованию свойств вихревых колец, приведен в [4]. Впервые полная картина течения в реальном вихревом кольце получена в [5], где по термоанемометрическим измерениям поля скоростей определены геометрические и кинематические характеристики вихревого кольца, найдены структура линий тока и распределения завихренности (ротора скорости). Практически идентичные результаты получены позднее в работе [6]. Значительный интерес представляет выяснение зависимости характеристик вихревых колец от параметров, определяющих условия их формирования. Наиболее содержательными в этом направлении являются работы [7, 8]. Однако и в них основное внимание уделяется оценке только легко определяемых экспериментально характеристик вихревого кольца — радиуса кольца и его поступательной скорости. Характеристики вихревых колец, определяющие их структуру, остаются недостаточно изученными.

Постановка экспериментов. В данной работе изложены результаты экспериментального исследования характеристик вихревых колец, формирующихся при импульсном истечении затопленной струи из цилиндрического сопла, в зависимости от параметров, определяющих процесс формирования вихревого кольца. Вихревые кольца генерировались с помощью экспериментальной установки (рис. 1, *a*), которая состоит из ресивера 1 со сжатым воздухом, перепускного клапана 2 и расширительной камеры 3 с выходным соплом 4. Профилированный внутренний канал сопла, состоящий из входной конфузурной части и выходной цилиндрической части длиной l и радиусом выходного отверстия $R_0 = 0,0375$ м, обеспечивает выброс из камеры затопленной воздушной струи с равномерным профилем скорости на срезе сопла. Наружная поверхность сопла коническая с углом конусности θ . Через быстродействующий электромагнитный клапан 2 расширительная камера связана с ресивером 1 со сжатым воздухом. При открытии клапана сжатый воздух поступает из ресивера в камеру и выталкивает содержащийся в ней воздух в сопло. Крупные завихрения и пульсации воздуха в камере, возникающие при открытии клапана, гасятся системой мелкочаеистых сеток. Через определенное время $\tau = 1 \div 1000$ мс клапан закрывается,

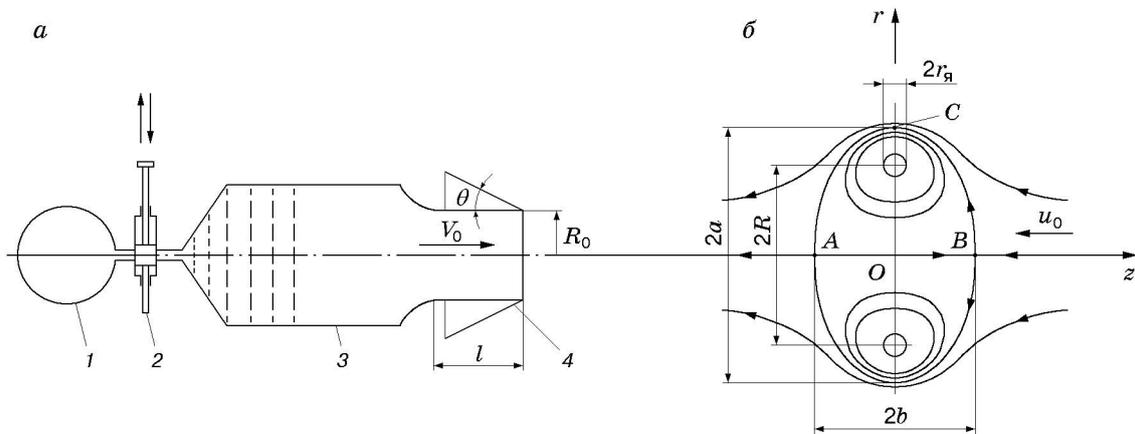


Рис. 1

и струя из сопла прерывается. Начальное давление в ресивере выбрано достаточно большим (5 МПа), чтобы оно существенно не изменялось за время истечения и обеспечивало постоянную скорость истечения через калиброванное отверстие клапана. Этим достигается постоянная скорость струи V_0 из сопла. Длина и объем камеры выбраны достаточно большими, чтобы выбрасываемая из сопла струя образовывалась из невозмущенного воздуха, заполняющего камеру до выстрела, а газ, поступающий из ресивера, не успевал пройти до среза сопла. Однако чрезмерное увеличение размеров камеры приводило к возникновению интенсивных низкочастотных колебаний в сопле, так же как в резонаторе Гельмгольца. Для ограничения уровня пульсаций на боковой поверхности камеры были просверлены небольшие демфирующие отверстия. Экспериментальная установка обеспечивала идентичность параметров струи и вихревых колец, получаемых при повторных пусках. Типичная осциллограмма сигнала термоанемометра, характеризующая скорость струи на срезе сопла в зависимости от времени, показана на рис. 2.

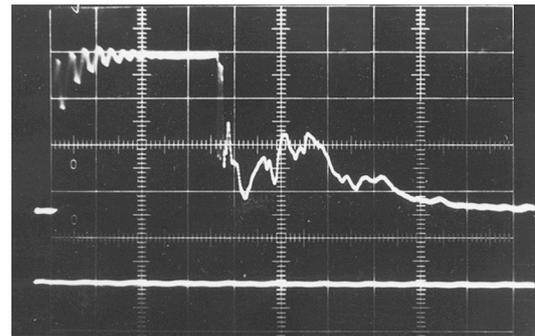


Рис. 2

Определяющие параметры. Из описания экспериментальной установки и принципа ее действия следует, что процесс формирования вихревого кольца при импульсном истечении затопленной струи из цилиндрического кругового сопла определяется следующими размерными параметрами: R_0 — радиус сопла, l — длина цилиндрического участка сопла, θ — угол конусности внешней поверхности сопла, V_0 — скорость струи, τ — время истечения струи, ρ , μ — плотность и вязкость среды. Текущее время не включено в число определяющих параметров, так как параметры вихревого кольца определяются в характерный момент времени — момент завершения процесса образования вихревого кольца, когда его дальнейшее движение можно рассматривать как движение в неограниченной жидкости, не зависящее от динамики формирования (этот подход к анализу движения турбулентных вихревых колец развит в [9]). Согласно теории размерности из перечисленных параметров можно составить четыре безразмерные комбинации, определяющие процесс образования вихревого кольца: $L_* = V\tau/R_0$, $Re = VR_0\rho/\mu$, θ , l/R_0 .

Опыты проводились при фиксированной длине цилиндрического участка сопла $l/R_0 = 2$, параметры вихревых колец определялись в зависимости от трех безразмерных величин L_* , Re , θ , задающих соответственно длину выбрасываемой струи, число Рейнольдса струи и угол конусности внешней поверхности сопла.

Для того чтобы составить аналогичный перечень искоемых параметров вихревого кольца, можно воспользоваться результатами экспериментальных исследований структуры вихревого кольца [5] и выводами из существующих теоретических моделей вихревых колец. Согласно этим данным сформировавшееся вихревое кольцо можно представить как замкнутый объем завихренной жидкости, имеющий форму, близкую к сплюснутому эллипсоиду вращения, который движется в окружающей жидкости с поступательной скоростью вдоль малой оси эллипсоида. Этот замкнутый объем вихревого кольца называют атмосферой вихря. Картина движения окружающей атмосферу вихря среды аналогична картине безотрывного потенциального обтекания соответствующего твердого тела (см. рис. 1, б). Внутри атмосферы вихря жидкость циркулирует по замкнутым линиям тока, охватывающим тороидальное ядро вихря. Распределение завихренности в меридиональном сечении вихревого кольца имеет вид колоколообразной кривой с максимумом в центре ядра, причем внутри ядра, занимающего в большинстве случаев лишь 3–5 % площади сечения вихря, сконцентрировано до половины полного потока завихренности (циркуляции скорости). Очевидно, что основные свойства вихревого кольца с описанной структурой могут быть упрощенно охарактеризованы следующими параметрами (см. рис. 1, б): R — радиус кольцевого вихря (или радиус круговой оси ядра вихря), $r_{\text{я}}$ — радиус ядра, a, b — длины полуосей атмосферы вихря, u_0 — поступательная скорость кольцевого вихря, Γ — циркуляция скорости вдоль замкнутой линии тока $AOBCA$, охватывающей атмосферу вихря (на рис. 1 линии тока вихря представлены в системе координат, связанной с вихрем), $\gamma_{\text{я}}$ — циркуляция скорости вокруг ядра вихря, v — объем атмосферы вихря, $\mathbf{P} = \frac{\rho}{2} \int_{\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} d\tau$ — вихревой импульс кольца [10], пропорциональный интегралу

по объему жидкости от векторного произведения ротора скорости $\boldsymbol{\omega}$ и радиус-вектора \mathbf{r} .

С помощью величин R_0, V_0, ρ искоемые параметры можно представить в безразмерном виде: $R/R_0, r_{\text{я}}/R_0, u_0/V_0, \Gamma/(V_0 R_0), \gamma_{\text{я}}/(V_0 R_0), v/(\pi R_0^3), P/(\rho \pi R_0^3 V_0), a/R_0, b/R_0$.

Параметры вихревого кольца определялись по полю скорости, измеренному с помощью двух термоанемометрических датчиков. Датчики устанавливались на фиксированном расстоянии $z = 12R_0$ от среза сопла. Это расстояние выбрано так, чтобы процесс образования вихревого кольца во всех опытах был завершен к моменту прихода вихря к датчикам. Использовались миниатюрные термоанемометрические датчики с чувствительным элементом из платиновой проволоки диаметром 5 мкм и длиной 1 мм, укрепленным на тонкой державке. Предполагая течение в вихревом кольце осесимметричным и устанавливая нить одного датчика перпендикулярно осям z и r в осевой плоскости симметрии кольца, а нить второго датчика — параллельно оси z , можно найти зависимость модуля и направления вектора скорости в движущемся через датчики вихревом кольце от времени.

Поскольку движение вихревого кольца в момент завершения процесса его образования является практически установившимся, можно считать, что структура вихря за время его прохождения через точку измерений остается неизменной. Поэтому зависимость скорости от времени можно свести к зависимости скорости от пространственных координат (z, r) , связанных с вихрем, посредством преобразования $z = u_0 t, u = u_1 - u_0$, где t — текущее время; u_0 — поступательная скорость вихревого кольца (в направлении оси z); u_1, u — компоненты скорости вдоль оси z в лабораторной и связанной с вихревым кольцом системах координат соответственно. Итак, при фиксированном положении датчиков удастся определить распределения скоростей вдоль линии, параллельной оси z , при $r = \text{const}$.

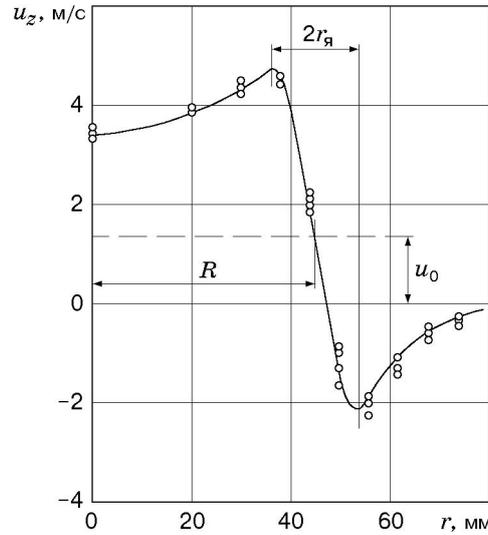


Рис. 3

Дискретным смещением датчиков по радиальной оси r и повторным запуском вихря определялась вся картина течения, причем в каждом положении датчиков замеры осреднялись по четырем пускам вихря.

Принцип определения некоторых параметров вихревого кольца показан на рис. 3, где приведен один из экспериментальных графиков осевой компоненты скорости $u_z(0, r)$. Точка пересечения экспериментальной кривой с прямой $u_z = u_0$ соответствует центру ядра вихря и определяет радиус вихря R . В ядре вихря u_z изменяется практически линейно. Расстояние между экстремумами на концах линейного участка кривой $u_z(r)$ равно удвоенному радиусу ядра вихря $2r_{я}$. Более точно радиус ядра определяется по распределениям радиальной компоненты скорости $u_r(z)$ при $r = R_0$, так как наибольший и наименьший пики на таком графике выражены более четко. Длины полуосей вихревого кольца определяются следующим образом: за удвоенную длину малой полуоси $2b$ принимается расстояние между двумя точками распределения $u_z(z, 0)$, где u_z принимает нулевые значения (точки ветвления линии тока на оси z). Для определения длины полуоси a вычисляется распределение функции тока $\psi = \int_0^r u_z dr$ при $z = 0$. Расстояние по оси r между точками, соответствующими нулевым значениям ψ , равно a . По значениям окружной скорости $u_{я}$ на границе ядра и радиусу ядра определяется циркуляция скорости вокруг ядра $\gamma_{я} = \oint \mathbf{u} dl = 2\pi r_{я} u_{я}$.

Для определения поступательной скорости u_0 вихревое кольцо визуализировалось дымом и при движении в зоне датчиков освещалось узким щелевым светом. Осветитель собран из пяти импульсных ламп, которые в заданные моменты времени дают пять последовательных вспышек. Поэтому на одном кадре фотокамерой фиксируются пять последовательных положений вихря. По измеренным моментам вспышек и положениям вихря на фотографии определяется скорость поступательного движения вихревого кольца. При описании экспериментальных результатов используются следующие безразмерные параметры вихревого кольца (некоторые из них обозначены символом со звездочкой): $R_* = R/R_0$, $\varepsilon = r_{я}/R$, $u_0^* = u_0/V_0$, $\Gamma_* = \Gamma/(V_0 R_0)$, $\gamma_{я}^* = \gamma_{я}/(V_0 R_0)$, $r_{я}^* = r_{я}/R_0$, $v_* = v/(\pi R_0^3)$, $P_* = P/(\rho \pi R_0^3 V_0)$, a/b .

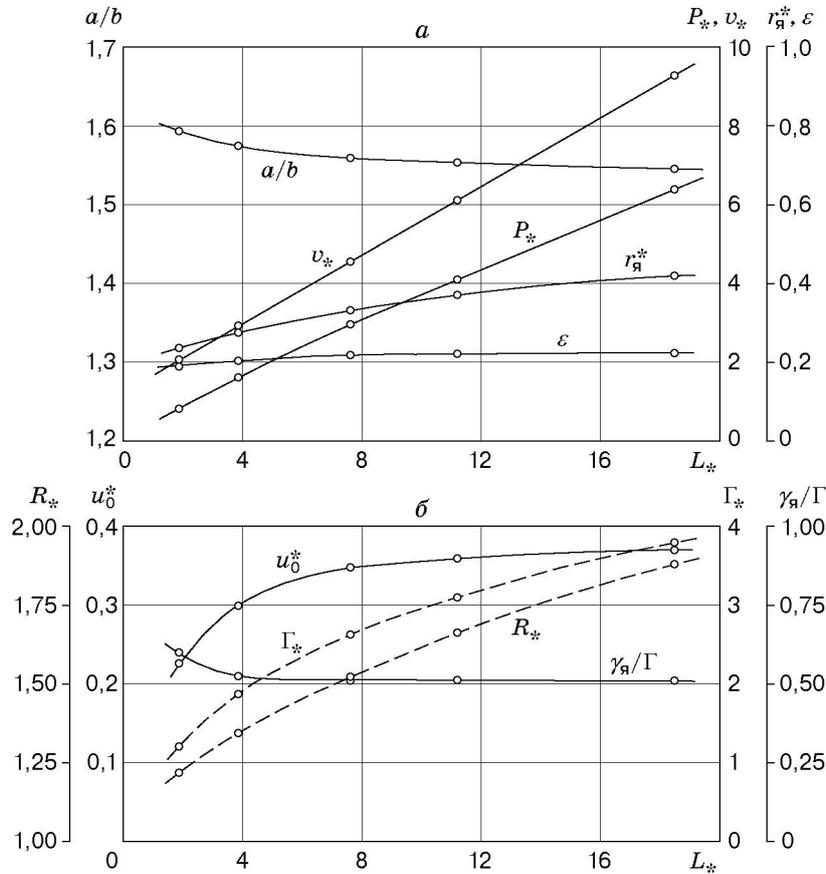


Рис. 4

Зависимость структуры вихревого кольца от длины струи. В данной серии опытов вихревые кольца получались при истечении воздушной струи с фиксированной скоростью $V_0 = 7,3$ м/с. Радиус выходного отверстия сопла $R_0 = 37,5$ мм. Число Рейнольдса струи при этом постоянно: $Re = 1,825 \cdot 10^4$. Длина струи варьировалась за счет изменения времени истечения струи τ . Исследования проведены при пяти значениях длины струи: $L = V_0\tau = 70, 142, 286, 420, 695$ мм. Характеристики вихревых колец, образующихся при данных значениях параметров струи, приведены на рис. 4 как функции безразмерной длины струи $L_* = V_0\tau/R_0$. Из рис. 4 следует, что основные безразмерные параметры вихревого кольца быстро увеличиваются с ростом L_* при $L_* \leq 6 \div 8$. При дальнейшем увеличении длины струи поступательная скорость u_0^* , а также ε , $\gamma_{я}/\Gamma$ практически не меняются. Продолжают значительно увеличиваться лишь радиусы вихря R_* , ядра $r_{я}^*$ и циркуляция скорости Γ_* . Из рис. 4 также следует, что объем атмосферы вихря v_* при больших значениях L_* линейно зависит от длины выбрасываемой струи.

Параметры вихревых колец в зависимости от числа Рейнольдса струи. Влияние числа Рейнольдса струи на структуру вихревого кольца изучалось при постоянной длине струи $L = V_0\tau = 188$ мм ($L_* = 5$). Число Рейнольдса струи варьировалось за счет изменения скорости струи V_0 при соответствующем изменении площади проходного сечения быстродействующего клапана. Для того чтобы длина струи $V_0\tau$ оставалась постоянной, при увеличении скорости V_0 соответственно уменьшалось время истечения струи τ .

Из результатов экспериментов с визуализацией течения и результатов измерений параметров вихревых колец следует, что в зависимости от числа Рейнольдса струи формируется два разных типа вихревых колец. Если $Re \leq (1 \div 2) \cdot 10^4$, то образуются ламинарные вихри со слоистой спиралевидной структурой, сохраняющейся и при дальнейшем

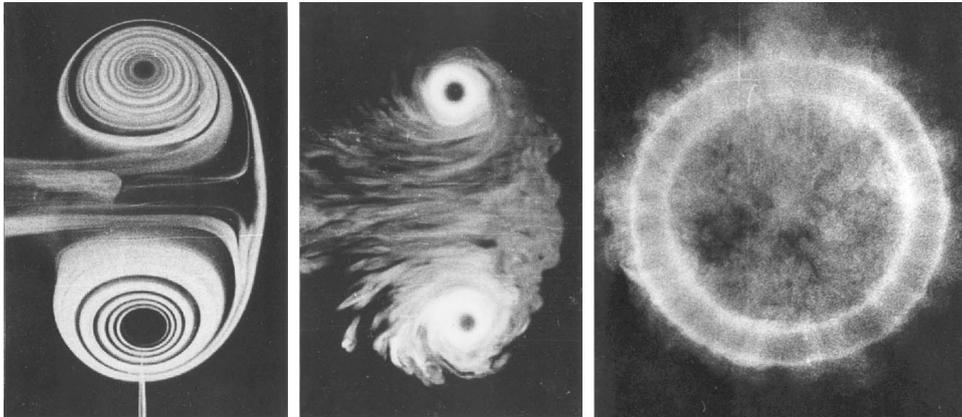


Рис. 5

движении вихря. Структура вихревых колец, образующихся при больших значениях Re , не является слоистой. Течение в их атмосфере турбулентное. Однако при их визуализации дымом наблюдается резко очерченное тороидальное ядро вихря. Оба типа вихревых колец, сфотографированных незадолго до окончания процесса их образования, показаны на рис. 5. Благодаря освещению вихрей тонким плоским пучком света на снимках запечатлены только меридиональные сечения вихрей. На рис. 5, *справа* турбулентный вихрь показан с торца. Примечательно, что дым вдоль тороидального ядра распределен периодически сгустками, а само ядро состоит как бы из отдельных ячеек, ограниченных поверхностью тора и меридиональными плоскостями. Число ячеек на приведенной фотографии равно 26. Дополнительные исследования показали, что ячеистая дымовая структура существует вне ядра вихря, а внутри оно окрашивается однородно. Сравнение полученной картины с другими известными картинами периодического распределения мелких частиц в жидкости (например, скопление пыли в узлах стоячих звуковых волн в трубе, вихри Тейлора между вращающимися коаксиальными цилиндрами) позволяет предположить, что при определенных числах Re вблизи ядра существует вторичное неосесимметричное течение. Вторичным течением такого типа могут быть радиальные движения жидкости, направленные от ядра и к ядру у соседних стыков ячеек. Очевидно, что в таком случае число ячеек на торе должно быть четным. В [7, 11] показано, что вихревое кольцо может быть неустойчивым по отношению к изгибным возмущениям ядра.

Результаты измерений параметров вихревых колец в зависимости от Re приведены на рис. 6. Из рис. 6 следует, что наиболее сильная зависимость параметров вихревого кольца от Re наблюдается для ламинарных вихревых колец при $Re \leq 10^4$. При этом завихренное ядро вихря охватывает значительную площадь меридионального сечения атмосферы вихря, форма которого отличается от круглой, поэтому параметр $\varepsilon = r_{\text{я}}/R$ при малых значениях Re определялся как $\varepsilon \approx \sqrt{s_{\text{я}}/(\pi R^2)}$, где $s_{\text{я}}$ — площадь поперечного сечения завихренного ядра вихря. Установлено, что поперечная полуось атмосферы вихря a практически не зависит от Re во всем рассмотренном диапазоне Re , а продольная полуось b резко увеличивается с уменьшением Re . Вследствие этого с уменьшением Re отношение полуосей a/b стремится к единице, т. е. атмосфера вихря становится практически сферической. Можно полагать, что такие вихревые кольца близки по структуре к сферическому вихрю Хилла [10]. Из рис. 6, *а* следует, что радиус вихревого кольца $R_{\text{я}}$ при $Re \rightarrow 0$ стремится к единице. При очень малых значениях числа Re вихревые кольца генерировались при выталкивании струи из сопла диаметром 1 см с помощью поршня, в качестве рабочей среды использовались растворы глицерина в воде с большим коэффициентом вязкости.

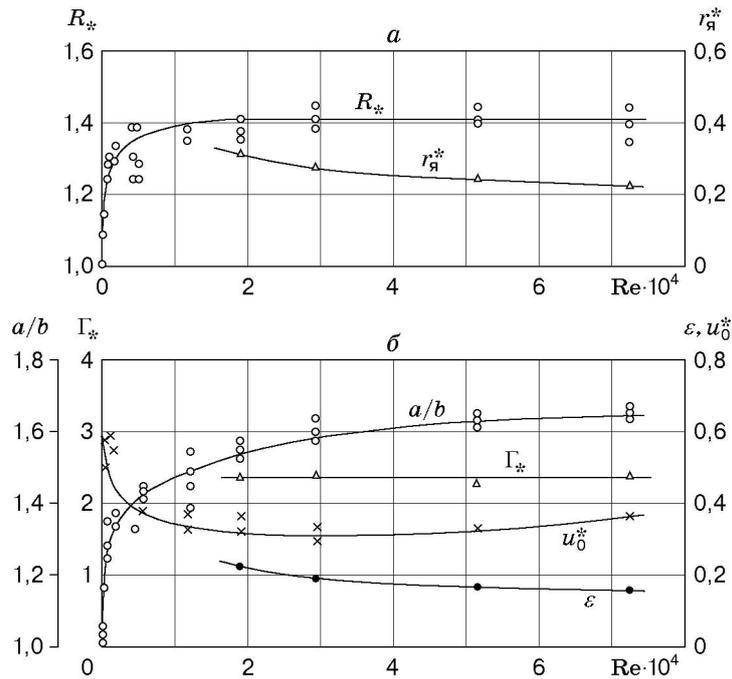


Рис. 6

При этом скорость струи определялась по скорости движения поршня. На рис. 6 видно, что изменение всех параметров вихревого кольца при переходе к турбулентной структуре происходит плавно, в мягком режиме, а не скачкообразно, как это характерно для течений в пограничных слоях. Из рис. 6 следует, что при $Re > (1 \div 2) \cdot 10^4$ безразмерные радиус вихревого кольца R_* и циркуляция скорости Γ_* практически не зависят от Re . При этом циркуляция $\gamma_{я}^*$ также практически постоянна и имеет значение $\gamma_{я}^* \approx 1,33$. Радиус ядра $r_{я}^*$ уменьшается с ростом Re , а поступательная скорость u_0^* при $Re > 10^4$ меняется незначительно.

Турбулентные вихревые кольца характеризуются значительными угловыми скоростями жидкости в ядре. Среднюю угловую скорость в ядре $\omega_{я}$ можно оценить как отношение линейной скорости $u_{я}$ на границе ядра к радиусу ядра. Из данных, приведенных на рис. 6, следует, что при $Re = 7,5 \cdot 10^4$ угловая скорость вращения жидкости в ядре достигает 35 000 об/мин. Поступательная скорость вихревого кольца при этом равна примерно 11 м/с. В специальных опытах, проведенных с помощью ударной трубы, получены вихревые кольца с поступательной скоростью $u_0 \geq 100$ м/с (в частности, при $V_0 = 198$ м/с и $R_0 = 25$ мм получено $u_0 = 99$ м/с, $R = 33$ мм). Можно предположить, что в этом случае угловая скорость жидкости в ядре превосходит приведенное выше значение на порядок. Действительно, согласно данным измерений среднюю величину линейной скорости $u_{я}$ на границе ядра для высокоскоростных вихревых колец можно оценивать как $u_{я} \approx (3 \div 5)u_0$. Так как геометрические размеры, а значит, и $r_{я}$ у вихревого кольца, образующегося из ударной трубы, меньше, чем у описанного вихря, из приведенных выше оценок следует, что в этом случае угловая скорость в ядре может достигать 10^6 об/мин. Большой интерес представляет исследование распределения турбулентных пульсаций скорости в вихревом кольце, поскольку их характер может быть таким же, как и для других концентрированных вихревых образований в жидкости.

На рис. 7 представлены осциллограммы сигналов термоанемометрических датчиков, регистрирующих модуль скорости (верхняя кривая) и радиальную компоненту скорости (нижняя кривая) в зависимости от координаты z при $r \approx R_0$, т. е. скорость определя-

лась вдоль линии, параллельной оси z и проходящей через ядро вихря. Осциллограммы получены при $L_* = 2,5$, $Re = 7,5 \cdot 10^4$, $u_0 = 11$ м/с, $R = 51,4$ мм. Минимальные значения сигналов в центре кадра соответствуют положению датчиков вблизи центра ядра вихря, а максимальные — положению на границе ядра. Из осциллограмм следует (с учетом сильнонелинейной зависимости сигнала термоанемометра от скорости), что пульсации скорости на границе ядра достигают большого значения, сравнимого со средним значением скорости в этой зоне. С удалением от границы ядра пульсации уменьшаются. Следует отметить, что пульсации скорости не имеют стохастического характера, как в пограничных слоях, а обладают некоторой квазипериодичностью. Такая структура пульсаций позволяет предположить, что они могут быть вызваны деформациями (волнами) поверхности ядра, как это наблюдалось в [12] при исследовании вихревых ядер в течениях различного типа. В [12] также показано, что поперечное сечение вихревых ядер имеет не круглую форму, а форму многоугольника, причем число углов многоугольника в турбулентном режиме спорадически изменяется, а из угловых точек ядра в окружающую среду выбрасываются завихренные струи жидкости, сворачивающиеся с удалением от ядра в спиральные “рукава”. Вероятно, пересечение измерительным датчиком этих спиральных “рукавов” определяет характер пульсаций скорости, показанных на рис. 7.

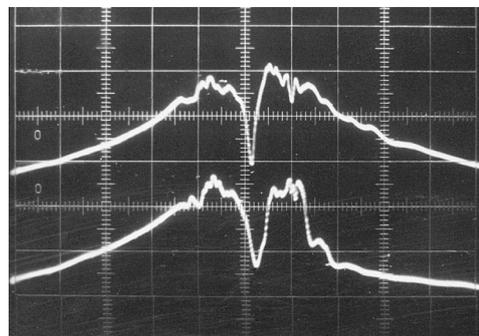


Рис. 7

Влияние угла конусности сопла на характеристики вихревых колец. В опытах исследованы параметры вихревых колец при $R_0 = 37,5$ мм, $V_0 = 8,1$ м/с, $V_0\tau = 230$ мм ($Re = 2,02 \cdot 10^4$, $L_* = 6,14$) и следующих значениях угла конусности внешней поверхности сопла (см. рис. 1): $\theta = 13,13; 39; 65; 90^\circ$. Сопла имели практически острую кромку, длина образующей внешней конусной поверхности сопла во всех опытах составляла 200 мм. Результаты данной серии опытов представлены на рис. 8, откуда следует, что параметры вихревых колец слабо зависят от θ . Радиус вихря R_* незначительно уменьшается с ростом θ , а поступательная скорость u_0^* увеличивается.

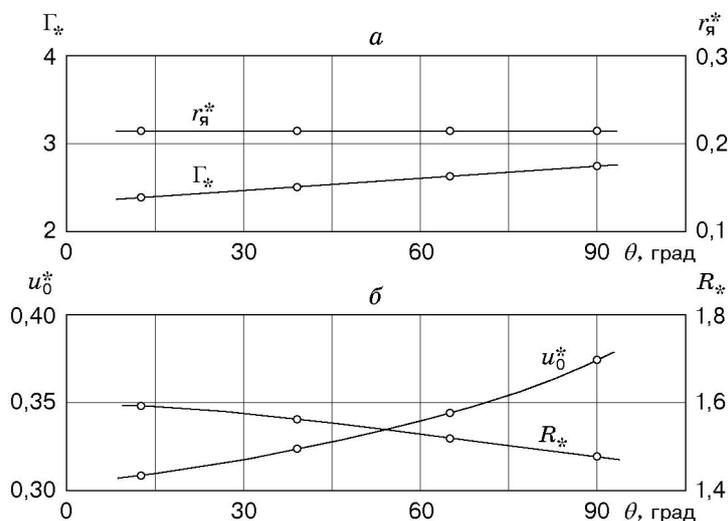


Рис. 8

Оценка важнейших параметров вихревого кольца на основе законов сохранения. Для того чтобы выяснить физический смысл выявленных экспериментальных закономерностей и получить аналитические оценки основных параметров вихревых колец, рассмотрим подробнее динамику формирования вихревого кольца. На рис. 9 приведена кинограмма, на которой показаны характерные фазы формирования вихревого кольца при истечении затопленной воздушной струи из круговой цилиндрической трубы. Картины течения на рис. 9 визуализированы дымом, струя вытекает из трубы слева направо, образующие трубы обозначены горизонтальными линиями. Асимметричность картины относительно оси трубы на первых кадрах вызвана неравномерностью начального распределения плотности дыма, подаваемого в трубу для визуализации течения. Спиральное сворачивание вихревой пелены (формирование вихря) начинается в момент появления фронта струи из отверстия (кадр 1). По мере подачи струи вихрь отходит от среза отверстия. Передний фронт грибообразной головки вихря представляет собой границу жидкости, находившейся до начала процесса истечения струи в трубе. Из результатов экспериментов следует, что в течение основного времени истечения струи (за исключением начального этапа, когда $t \ll R_0/V_0$) скорость выдвигания переднего фронта струи равна $V_0/2$, т. е. половине скорости струи. Струя, подпитывающая вихрь, сохраняет цилиндрическую форму и после выхода из отверстия, и только при входе в вихрь ее сечение уменьшается (кадры 2–5). Ядро вихревого кольца образуется из слоя перемешивания границы струи, сворачивающегося при входе в вихрь в спиральную поверхность. В вихрь попадает также жидкость, вовлекаемая вдоль границы струи из окружающего пространства. Подача струи прекращается между кадрами 5, 6. К этому времени задний фронт струи совпадает с выходным сечением трубы. В дальнейшем вихрь заполняется жидкостью из хвостовой части струи, находящейся между выходным сечением трубы и вихрем. Следует отметить, что из хвостовой части струи сворачивается вторичное вихревое кольцо, которое в течение некоторого времени движется за основным и вскоре диссипирует. На последнем кадре рис. 9 процесс образования вихревого кольца можно считать практически завершенным. Из приведенной кинограммы следует, что практически вся масса выброшенной струи попадает в объем вихревого кольца, а из окружающего пространства вихрь забирает сравнительно небольшое количество жидкости (темные витки спирали). Этим можно объяснить линейный рост объема v_* атмосферы вихревого кольца с увеличением длины струи (см. рис. 4, а).

Для получения количественных оценок параметров вихревого кольца в зависимости от длины струи используем законы сохранения вихревого импульса и циркуляции скорости. На рис. 10 представлена схема течения, в котором формирующийся вихрь, отошедший от выхода из трубы на расстояние s , подпитывается цилиндрической струей радиуса R_0 , вытекающей со скоростью V_0 . При входе в вихрь струя сжимается, а ее граница, представляющая собой оторвавшийся от кромки трубы пограничный слой, сворачивается внутри вихря в спиральную поверхность, которая впоследствии трансформируется в ядро вихря. Сечение, где начинается сужение струи, находится на расстоянии λ от выходного сечения трубы. Таким образом, на длине λ струя слабо возмущена, и только при $z > \lambda$ влияние поля скоростей, индуцируемого самим вихрем, становится существенным. Часть струи правее сечения $z = \lambda$ можно считать уже вошедшей в вихрь. Оценим изменение вихревого импульса в жидкости вне трубы, происходящее вследствие истечения струи. Известно, что вихревой импульс \mathbf{P} определяется интегралом по объему жидкости [10, 13]

$$\mathbf{P} = \frac{\rho}{2} \int_{\tau} \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} d\tau, \text{ где } \rho \text{ — плотность среды; } \tau \text{ — неподвижный объем интегрирования,}$$

соответствующий заполненному жидкостью пространству вне трубы. Изменение вихрево-

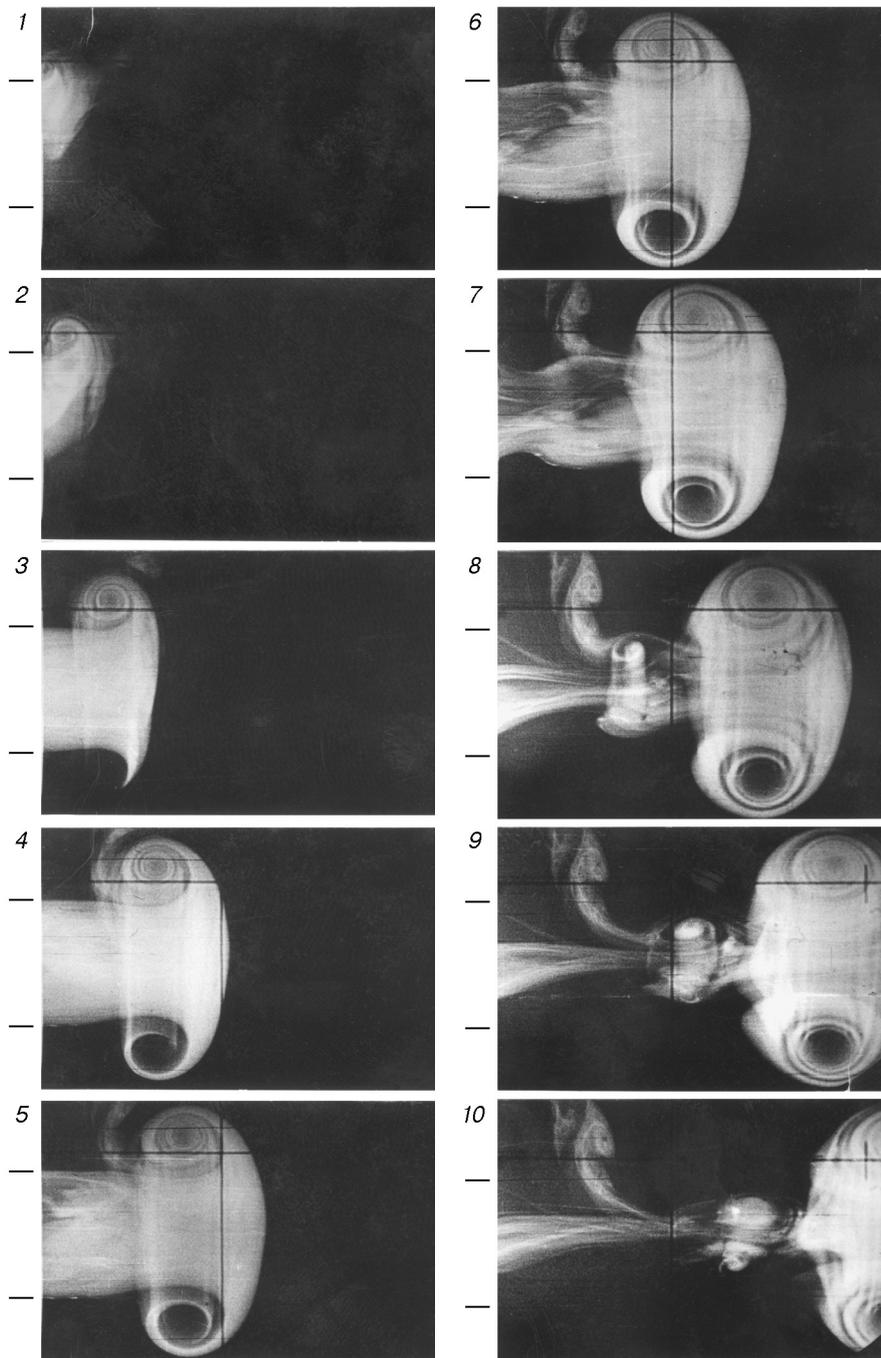


Рис. 9

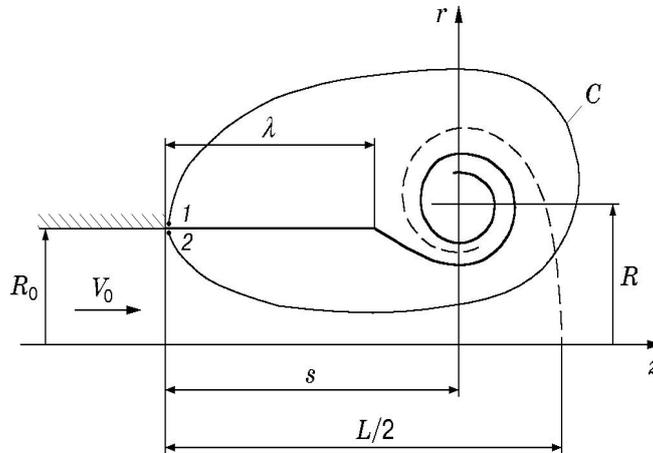


Рис. 10

го импульса во времени определяется уравнением $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \frac{\rho}{2} \int_{\tau} \mathbf{r} \times \frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} d\tau$, которое в силу равенства $\partial \boldsymbol{\omega} / \partial t = \text{rot}(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})$, где \mathbf{u} — вектор скорости, приводится к интегралам по неподвижной поверхности Σ , ограничивающей жидкость вне трубы:

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \frac{\rho}{2} \iint_{\Sigma} \{ \mathbf{n} [\mathbf{r} \cdot (\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega})] - (\mathbf{n} \cdot \mathbf{r})(\mathbf{u} \times \boldsymbol{\omega}) + \mathbf{n} q^2 - 2(\mathbf{n} \mathbf{u}) \mathbf{u} \} d\Sigma.$$

Здесь \mathbf{n} — внешняя нормаль к $d\Sigma$; $q = |\mathbf{u}|$. При оценке $\partial \mathbf{P} / \partial t$ интегрирование вблизи выходного отверстия трубы производится по внешней поверхности трубы, где принято $\mathbf{u} = \boldsymbol{\omega} = 0$, и ее выходному сечению. В течении в выходном сечении трубы можно выделить две характерные зоны: зону истечения пограничного слоя толщиной δ вдоль стенки трубы и зону истечения собственно струи с $\mathbf{u} = \mathbf{V}_0$, $\boldsymbol{\omega} = 0$. Так как на внутренней поверхности пограничного слоя скорость равна скорости струи \mathbf{V}_0 , а на внешней, совпадающей с внутренней поверхностью трубы, $\mathbf{u} = 0$, то, учитывая малость толщины пограничного слоя, можно принять, что в среднем по всему поперечному сечению пограничного слоя $\mathbf{u} = (V_0/2)\mathbf{k}$; $\boldsymbol{\omega} = (V_0/\delta)\mathbf{e}$, где \mathbf{k} — единичный вектор в направлении оси z ; \mathbf{e} — единичный вектор, направленный по азимутальной координате против часовой стрелки, если смотреть на выходное отверстие трубы снаружи. При интегрировании предполагалось, что $\delta/R_0 \ll 1$, и члены порядка δ/R_0 и выше отбрасывались как пренебрежимо малые. Вычисления показывают, что вектор $\partial \mathbf{P} / \partial t$ направлен вдоль оси z и $\partial P_z / \partial t = \rho \pi R_0^2 V_0^2$. Следовательно, полное изменение вихревого импульса жидкости за время истечения струи τ

$$P_z = \int_0^{\tau} \frac{\partial P_z}{\partial t} dt = \rho \pi R_0^2 V_0^2 \tau.$$

Очевидно, в момент $t = \tau$ P_z представляет собой сумму импульса P вихревого кольца и импульса хвостовой части вихревого слоя $P_\lambda = \rho \pi R_0^3 \lambda V_0$. Однако, как следует из рис. 9, эволюция вихревого кольца продолжается и после прекращения вытекания струи. Хвостовая часть вихревой пелены трансформируется в небольшое вихревое кольцо, замыкающее задний фронт струи. Это вихревое образование с импульсом δP уже не входит в основное вихревое кольцо и вскоре диссипирует. Можно считать, что величина δP пропорциональна P_λ , т. е. $\delta P = \alpha P_\lambda$, где α — коэффициент пропорциональности порядка единицы.

Поэтому импульс вихревого кольца в момент завершения процесса его образования может быть представлен в виде

$$P = P_z - \delta P. \quad (1)$$

Известно, что при $\varepsilon \ll 1$ [10, 14] импульс P выражается через радиус R и циркуляцию Γ вихревого кольца по формуле $P \approx \pi \rho R^2 \Gamma$. Поэтому из (1) следует

$$\pi \rho R^2 \Gamma = \pi \rho R_0^2 V_0^2 \tau - \alpha \pi \rho R_0^3 \lambda V_0. \quad (2)$$

Для определения зависимости R_* и Γ_* от L_* по формуле (2) рассмотрим также закон сохранения циркуляции. Следует отметить, что в течение короткого начального периода времени $t_0 \ll R_0/V_0$ скорость струи вблизи выходной кромки сопла нельзя считать постоянной, так как интенсивность γ вихревого слоя на стенке сопла при $t = 0$ может быть представлена в виде $\gamma = A/\sqrt{z}$ [15, 16], где z — расстояние от выходной кромки в глубь трубы. На этом этапе течение вблизи кромки трубы можно считать автомодельным, определяемым только коэффициентом A . Автомодельный этап сворачивания сходящей из трубы вихревой пелены рассмотрен в работах [15, 17], однако при оценке параметров вихревого кольца, образующегося при больших временах истечения струи $\tau \gg t_0$, этот начальный этап течения не существен. Поэтому можно принять, что скорость струи в течение всего времени истечения из сопла равна V_0 , а влияние автомодельного этапа процесса можно учитывать, предполагая, что уже к начальному моменту времени $t = 0$ циркуляция скорости в жидкости имеет значение Δ , а дальнейший рост циркуляции скорости Γ_C по контуру C в жидкости происходит при постоянной скорости V_0 истечения струи. Можно ожидать, что для больших значений τ величина Δ будет мала по сравнению с Γ_C . Следует отметить, что в процессе формирования вихревого кольца единственной завихренной областью в жидкости является граничная поверхность струи, образующаяся из пограничного слоя, вытекающего из сопла (см. рис. 10). Считая при оценке Γ_C эту поверхность тонкой, проведем по ней разрез. Тогда течение во всем пространстве можно считать безвихревым с однозначным потенциалом скорости φ . Для оценки Γ_C опишем неподвижный контур C , охватывающий спиральный конец разреза, с концами в точках 1 и 2 по разные стороны разреза на кромке отверстия. Вычислим циркуляцию скорости по этому контуру с учетом ее начального значения Δ :

$$\Gamma_C = \Delta + \oint_C u dl = \Delta + \oint_C \frac{\partial \varphi}{\partial l} dl = \Delta + \varphi_1 - \varphi_2.$$

Разность потенциалов можно оценить по интегралу Коши уравнений движения идеальной жидкости, записанному для точек 1 и 2:

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \frac{V_1^2}{2} + \frac{p_1}{\rho} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \frac{V_2^2}{2} + \frac{p_2}{\rho}.$$

Так как давление в точках 1 и 2 одинаково: $p_1 = p_2$ (об этом свидетельствует, в частности, прямолинейность границы струи при выходе из сопла), $V_1 = 0$, $V_2 = V_0$, то

$$\Gamma_C = \Delta + \varphi_1 - \varphi_2 = \Delta + \frac{1}{2} \int_0^\tau (V_2^2 - V_1^2) dt = \Delta + \frac{V_0^2 \tau}{2}.$$

Так как $\tau = L/V_0$, то $\Gamma_C = \Delta + V_0 L/2$ является полным значением циркуляции в жидкости в момент окончания истечения струи $t = \tau$. К этому моменту в жидкости имеется только два вихревых образования — вихревое кольцо с циркуляцией Γ и хвостовая часть вихревой пелены длиной λ с циркуляцией $\Gamma_\lambda = \lambda V_0$ (см. рис. 10). Следовательно, при $t = \tau$

$\Gamma_C = \Gamma + \Gamma_\lambda$. Можно считать, что циркуляция скорости Γ в вихревом кольце не изменится и после остановки истечения струи, так как при $t > \tau$ из хвостовой части вихревой пелены образуется замыкающий струю вихрь, который остается вне вихревого кольца и диссипирует (см. рис. 9). Поэтому циркуляцию скорости сформировавшегося вихревого кольца можно записать в виде

$$\Gamma = \Delta + V_0(L/2 - \lambda). \quad (3)$$

Как указано ранее, скорость распространения переднего фронта струи равна $V_0/2$, поэтому величина $L/2 - \lambda$ представляет собой расстояние между передним фронтом струи и хвостовой частью струи при $t = \tau$. На этом промежутке располагается спирально свернувшаяся головная часть вихревой пелены. На рис. 9, 10 видно, что поперечные размеры спирального образования внутри вихревого кольца и отрезок $L/2 - \lambda$ сравнимы по величине. Поэтому можно предполагать, что величина $L/2 - \lambda$ пропорциональна удвоенному радиусу внешнего витка спиральной части вихревой пелены, который приближенно равен разности радиусов вихревого кольца и трубы. Это подтверждается экспериментальными данными, из которых следует, что

$$L/2 - \lambda \approx 2(R - R_0)K, \quad (4)$$

где K — коэффициент пропорциональности.

Записывая выражения (2)–(4), полученные из законов сохранения вихревого импульса, циркуляции и простейших геометрических соображений, в безразмерном виде, приходим к системе уравнений для определения R_* , Γ_* и $\lambda_* = \lambda/R_0$

$$R_*^2 \Gamma_* = L_* - \alpha \lambda_*, \quad \Gamma_* = \Delta_* + L_*/2 - \lambda_*, \quad L_*/2 - \lambda_* = 2K(R_* - 1),$$

где $\Delta_* = \Delta/R_0$. Эти формулы соответствуют экспериментальным данным в исследованном диапазоне L_* при следующих значениях эмпирических констант: $\Delta_* = 0,385$, $\alpha = 0,91$, $K \approx 2$. Полученная система уравнений (при исключении из них не представляющей особого интереса величины λ_*) сводится к двум кубическим уравнениям для определения радиуса $R_*(L_*)$ и циркуляции $\Gamma_*(L_*)$ вихревого кольца

$$\begin{aligned} R_*^3 - [1 - \Delta_*/(2K)]R_*^2 - \alpha R_* - [(1 - \alpha/2)/(2K)L_* - \alpha] &= 0, \\ \Gamma_*^3 - 2(2K - \Delta_*)\Gamma_*^2 + [(2K - \Delta_*)^2 - 4\alpha K^2]\Gamma_* - 4K^2[(1 - \alpha/2)L_* - \alpha\Delta_*] &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Из результатов численных решений этих уравнений (штриховые линии на рис. 4, б) следует, что полученные аналитические зависимости R_* и Γ_* от L_* согласуются с экспериментальными данными во всем исследованном диапазоне L_* .

Формулу для оценки еще одного важного параметра вихревого кольца — поступательной скорости u_0 — к сожалению, не удается получить. Известно, что поступательная скорость вихревого кольца с тонким ядром ($\varepsilon \ll 1$) может быть представлена в виде $u_0 = f\Gamma/(2\pi R)$, где f зависит от ε и закона распределения Γ в ядре вихря [11, 14]. Такая зависимость u_0 от Γ и R следует, вообще говоря, и из соображения размерностей величин. Очевидно, для оценки ε и вида функции f требуется решение более сложной задачи о сворачивании вихревой пелены с учетом вязкости среды. Попытки использования для оценки u_0 закона сохранения энергии и дополнительных предположений о распределении Γ в ядре вихревого кольца (как это предлагается, например, в [18]) представляются неоправданными из-за трудности учета диссипации энергии при распаде хвостовой части струи. Однако следует отметить, что в рассмотренном в настоящей работе диапазоне L_* значения функции f заключены в узком интервале (1,5 ÷ 1,2), и это позволяет по найденным из (5) значениям R_* и Γ_* оценить (хотя бы грубо) величину поступательной скорости вихревого кольца u_0 .

Автор выражает благодарность В. К. Шереметову за помощь при проведении опытов, а также Т. Д. Ахметову и Б. А. Луговцову за обсуждение работы и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ахметов Д. Г., Луговцов Б. А., Тарасов В. Ф.** Тушение пожаров на газонефтяных скважинах с помощью вихревых колец // Физика горения и взрыва. 1980. № 5. С. 8–14.
2. **Ахметов Д. Г., Тарасов В. Ф.** О тушении пожара мощного газового фонтана // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1983. Вып. 62. С. 3–10.
3. **Akhmetov D. G., Lugovtsov B. A., Maletin V. A.** Vortex powder method for extinguishing fire on spouting gas-oil wells // Prevention of hazardous fires and explosions. Dordrecht etc.: Kluwer Acad. Publ., 1999. P. 319–328.
4. **Shariff K., Leonard A.** Vortex rings // Annu. Rev. Fluid Mech. 1992. V. 24. P. 235–279.
5. **Ахметов Д. Г., Кисаров О. П.** Гидродинамическая структура кольцевого вихря // ПМТФ. 1966. № 4. С. 120–123.
6. **Sullivan J. P., Widnall S. E., Ezekiel S.** Study of vortex rings using a laser doppler velocimeter // AIAA J. 1973. V. 11. P. 1384–1389.
7. **Maxworthy T.** Some experimental studies of vortex rings // J. Fluid Mech. 1977. V. 81. P. 465–495.
8. **Тарасов В. Ф.** Оценка некоторых параметров турбулентного вихревого кольца // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1973. Вып. 14. С. 120–127.
9. **Луговцов Б. А.** Турбулентные вихревые кольца // Динамика сплошной среды: Сб. науч. тр. / АН СССР. Сиб. отд-ние. Ин-т гидродинамики. 1979. Вып. 38. С. 71–88.
10. **Ламб Г.** Гидродинамика. М.; Л.: ОГИЗ, 1947.
11. **Widnall S. E., Bliss D. B., Tsai C.-Y.** The instability of short waves on a vortex ring // J. Fluid Mech. 1974. V. 66. P. 35–47.
12. **Ахметов Д. Г., Тарасов В. Ф.** О структуре и эволюции вихревых ядер // ПМТФ. 1986. № 5. С. 68–73.
13. **Бэтчелор Дж.** Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973.
14. **Fraenkel L. E.** Examples of steady vortex rings of small cross-section in an ideal fluid // J. Fluid Mech. 1972. V. 51. P. 119–135.
15. **Pullin D. I.** Vortex ring formation at tube and orifice openings // Phys. Fluids. 1979. V. 22. P. 401–403.
16. **Bardotti G., Bertotti B.** Magnetic configuration of a cylinder with infinite conductivity // J. Math. Phys. 1964. V. 5. P. 1387–1390.
17. **Saffman P. G.** The member of waves on unstable vortex rings // J. Fluid Mech. 1978. V. 84. P. 625–639.
18. **Владимиров В. А., Тарасов В. Ф.** Формирование вихревых колец // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. 1980. № 3, вып. 1. С. 3–11.

Поступила в редакцию 21/V 2001 г.