

**ПЛАСТИЧЕСКИЕ МАКРОДВИЖЕНИЯ ПРИ СКРУЧИВАНИИ  
ПОД ДАВЛЕНИЕМ АЛЮМИНИЯ  
С ЛОКАЛЬНО ВВЕДЕННЫМ ПОРОШКОМ ГРАФИТА**

Описание пластической деформации кристаллических твердых тел проводится в рамках теории дислокаций и механики сплошной среды. Физические теории, описывающие микродеформации, не дают прямого представления о деформации тел в целом, поскольку не могут описать макродеформации. Проблему объединения этих теорий можно решить только с учетом иерархии масштабных уровней деформации [1]. Объединение сдерживается слабой экспериментальной изученностью макроэкономических уровней деформации. Отклонения макроэкономических движений от, как правило, ламинарных траекторий, предсказываемых механикой сплошной среды, при обычных схемах пластической деформации невелики. Поэтому для их наблюдения требуются методы, не только позволяющие вести регистрацию на больших полях, но и достаточно тонкие [2]. Однако возможен и другой путь — путь увеличения степени пластической деформации и неоднородности свойств образцов. При этом проявления макроэкономических движений усилятся, что упростит их наблюдение. В данной работе описаны и обсуждены макроэкономические и конвективный массоперенос в коротких цилиндрических образцах алюминия, содержащих локально введенный порошок графита, при пластической деформации скручиванием под давлением. Исследование представляет интерес и в связи с проблемой получения сплавов с помощью пластической деформации [3].

**Методика исследования.** Опыты проводили на установке «сдвиг под давлением» [3] с ограничительным кольцом, что позволяло при диаметре пуансона  $2R = 8$  мм увеличивать толщину образца  $h$  до 3 мм. После предварительного обжатия в образце сверлили отверстия, параллельные оси вращения, их заполняли порошком графита с частицами  $< 0,5$  мм. В других опытах порошок распределяли в объеме образца тонким слоем по поверхности, перпендикулярной оси вращения. Затем ячею закрывали пуансоном, прикладывая сжимающее давление 1 ГПа и поворачивали пуансон на заданное число оборотов  $n$ . Скорость вращения пуансона  $\dot{\varphi} = 0,14$  с<sup>-1</sup>, что исключало разогрев образца [4]. Для обеспечения параллельности торцов образца поверхности всех деталей установки, передающие сжимающее усилие, шлифовали на параллельность с обеих сторон. Оба цилиндра — цилиндр с пуансоном и цилиндр, на торце которого в ограничительном кольце помещали образец, — располагали в направляющей обойме. Диаметр обоймы превышал диаметр цилиндров не более чем на  $a = 4 \cdot 10^{-2}$  мм. Во время опытов обойма свободно могла вращаться, поэтому угол наклона осей цилиндров не превышал  $\alpha = 2a/H \approx 2 \times 10^{-3}$ , где  $H$  — высота цилиндра. На деформированных образцах готовили шлифы, на них наблюдали расположение графита, по которому судили о движении материала, и измеряли микротвердость. Макроэкономические движения сравнивали с рассчитанными для модели вязкопластической среды.

**Результаты наблюдений.** На первых оборотах пуансона при  $n < 10$  столбик графита трансформировался в винтообразную полосу, по ее шагу находили распределение смещений по толщине образца (рис. 1,  $a$  —  $n = 8$ , графит в одном отверстии  $\varnothing = 1$  мм на расстоянии от оси  $r_0 = 3$  мм;  $b$  — то же, что и для  $a$ , но перед введением графита алюминий деформировали с  $n = 20$ ; на всех фотографиях восьмикратное увеличение).

Из уравнения равновесия в цилиндрических координатах [5]

$$(1) \quad \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + 2 \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} = 0$$

для вязкопластической среды с

$$(2) \quad \tau_{z\theta} = \tau_T + 2\eta \dot{\epsilon}_{z\theta}, \quad \tau_{r\theta} = \tau_T + 2\eta \dot{\epsilon}_{r\theta}$$

при обычных обозначениях для осей координат, компонент тензоров напряжения и относительной скорости деформации,  $\tau_T$  — пределе теку-

чести,  $\eta$  — коэффициенте вязкости, используя соотношения

$$(3) \quad 2\dot{\varepsilon}_{r\theta} = \frac{\partial v_{\theta}}{\partial r} - \frac{v_{\theta}}{r}, \quad 2\dot{\varepsilon}_{z\theta} = \frac{\partial v_{\theta}}{\partial z},$$

получаем

$$(4) \quad \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial v}{r \partial r} - \frac{v}{r^2} = -\frac{2\tau_r}{\eta} \frac{1}{r},$$

где  $v \equiv v_{\theta}$  — тангенциальная скорость точек. Уравнение (4) решено при крайних условиях

$$(5) \quad r = R, v = 0; \quad z = 0, v = 0; \quad z = h, v = r\varphi.$$

Опуская ход решения, отметим, что подстановка

$$(6) \quad v(r, z) = \mathcal{R}(r)(\mathcal{E} \operatorname{ch} kz + \mathcal{L} \operatorname{sh} kz)$$

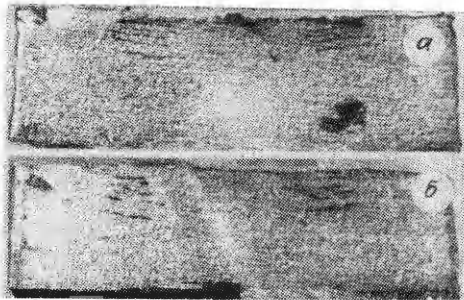
разделяет переменные в однородном уравнении, соответствующем (4), после чего уравнение с  $r$  подстановкой  $y = kr$  преобразуется в уравнение Бесселя.

Экспериментальное распределение смещений по высоте образца более неравномерное, чем расчетное, и выше расчетного в области, прилегающей к пуансону. Так как алюминий в ходе деформирования упрочняется, в силу чего можно было бы ожидать более равномерного, чем расчетное, распределения, то причина, действие которой при малых  $n$  перекрывает влияние упрочнения, связана с графитом. Отсюда следует, что по поверхности расположения графита сопротивление сдвигу снижено, и по ней происходит частичное проскальзывание.

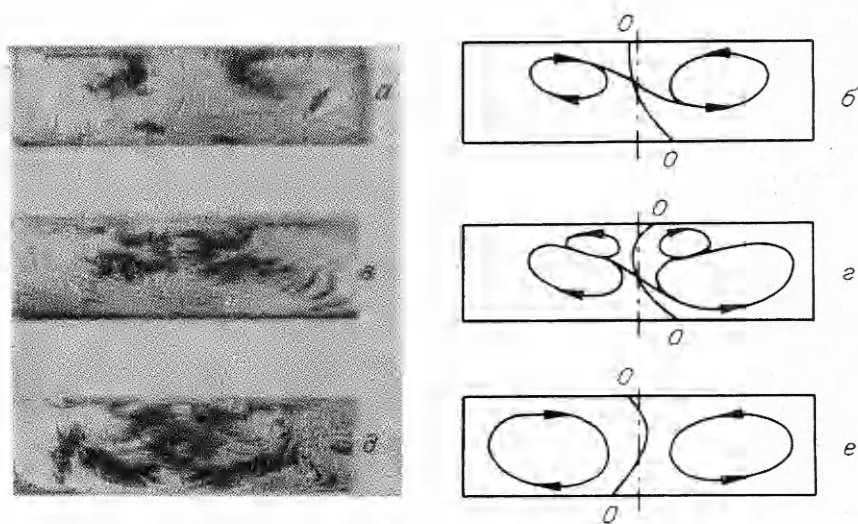
Случайные, нерегулярные пластические движения размывают полосы графита, и при  $n \geq 15$  они сливаются в облако (рис. 2, два симметричных отверстия  $\varnothing = 1$  мм с графитом,  $r_0 = 3$  мм, содержание графита 2 об.%;  $a - n = 50$ ,  $b - n = 150$ ,  $\partial - n = 100$ ). Вначале облако формируется вблизи пуансона. Микротвердость материала в облаке становится выше, чем у окружающего (для  $n = 50$  микротвердость облака 0,7 ГПа, вне облака 0,4 ГПа), и, следовательно, графит начинает действовать как упрочняющая добавка. Поэтому постепенно формируется облако в более удаленных от пуансона слоях. В нем после относительно равномерного распределения графита создается слоистая структура, появляющая светлые, с малым содержанием графита прослойки (рис. 1, б). Начиная с  $n = 5$  в образцах развивается макроскопическое поворотное движение, когда материал из центральной части слоев, в которых сосредоточена деформация, вытесняется преимущественно вниз от пуансона (схемы движения материала показаны стрелками на рис. 2). Перед слиянием сближающихся частей облака между ними образуются перемишки из прослоек материала с графитом (рис. 2, в). Структура и форма облаков не соответствуют осевой симметрии. Отклонения осей скручивания, построенных по расположению графита (рис. 2,  $OO$ ), от геометрической достигают 1 мм. Нарушается осевая симметрия поверхностей равных смещений.

С увеличением количества вводимого графита процесс перемешивания ускоряется как за счет увеличения амплитуды регулярного макрповоротного движения, так и за счет усиления случайных движений (рис. 3, два симметричных отверстия  $\varnothing = 1,5$  мм,  $r_0 = 3$ , содержание графита 4,5 об.%;  $a - z - n = 100$ , 150, 250, 300).

После распределения графита практически по всему деформируемому объему, сопровождающегося упрочнением материала (например, при



Р и с. 1



Р и с. 2

4,5 об. % графита микротвердость увеличивается до 0,9 ГПа), в образце формируется слоистая осесимметричная структура (см. рис. 3). Частицы графита измельчаются, становятся меньше длины волны видимого света, а поэтому невидимыми, и шлиф светлеет.

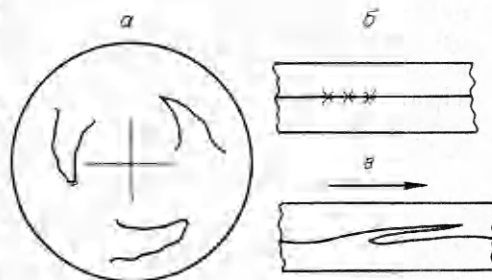
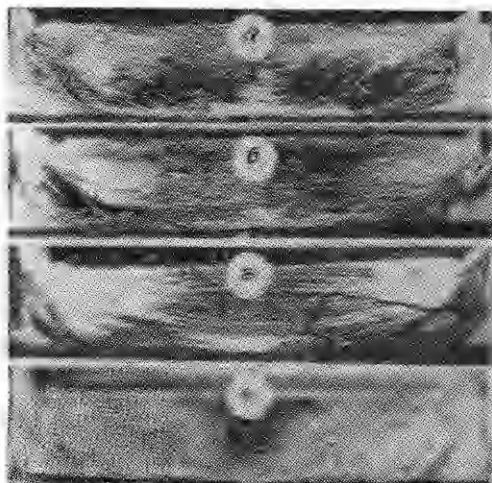
Если предварительно, до введения графита алюминий пластически деформировать скручиванием, то винтообразной полоски графита не образуется. Графит распределяется включениями (рис. 1, б), размер, форма, взаимное расположение и наклон которых нерегулярны, однако наследуют черты винтообразной полосы. Нерегулярность усиливается с увеличением степени предварительной деформации материала. Эти наблюдения показывают, что пластическая деформация способствует локализации сдвигов. Действительно, поверхности сдвига разделяют полосу графита на включения. Поскольку степень деформации, приходящаяся на непрерывно распределенные сдвиги, уменьшается, уменьшается и вытяжка, поэтому толщина включений больше, чем толщина полосы. Поверхности локализации сдвигов не являются осесимметричными. В результате чего развиваются локальные поворотные движения [6], нарушающие соответствие между расположением включений и полосы. Предварительная деформация предотвращает развитие макropоворотного регулярного движения. Формирование облака затягивается до  $n \approx 100$ .

Естественно считать, что описанные выше макроскопические отклонения в расположении графита от осесимметричного и процесс образования облака также связаны со случайными поворотными движениями, но большего или меньшего масштаба.

Таким образом, происходят регулярные и случайные поворотные движения. Эти движения стимулируются присутствием графита и затухают при больших деформациях.

Если графит располагается в объеме образца в виде тонкого слоя, перпендикулярного оси вращения, то при скручивании из этой поверхности в направлении сдвига вытягиваются тонкие слои алюминия — языки. Их можно наблюдать, если после небольшой деформации образец разделить по поверхности расположения графита (рис. 4).

**Обсуждение наблюдений.** Макropоворотное регулярное движение можно попытаться объяснить двумя причинами: качанием пуансона, создающимся при вращении за счет непараллельности торцевых поверхностей образца, и сжимающим действием скручиваемого материала. Вычислим перепад напряжений, создаваемых в центре и на краю образца в обоих случаях. Для первой причины, так как  $\alpha$  — максимально возможный угол наклона,  $\Delta\sigma_z = E0,6\Delta h h^{-1} \leq E0,6\alpha h^{-1} \approx 0,16$  ГПа. Здесь  $E = 7 \times$



Р и с. 4

Р и с. 3

$\times 10^3$  ГПа — модуль упругости алюминия;  $\Delta h$  — смещение края пуансона без учета его деформации; коэффициент 0,6 учитывает деформацию пуансона.

При скручивании цилиндрического слоя радиусом  $r$  и толщиной  $dr$  за счет растяжения образующей в слое действуют растягивающие напряжения  $\sigma$  и вдоль растянутого волокна — линейное натяжение  $dT = \sigma dr$ . Создается лапласовское сжимающее давление  $d\sigma = R_B^{-1} dT = -R_B^{-1} \sigma dr$  ( $R_B^{-1}$  — радиус кривизны растянутого волокна). Поскольку  $R_1^{-1} + R_2^{-1} = \text{const}$ ,  $R_{1,2}$  — радиусы кривизны поверхности во взаимно перпендикулярных сечениях, то для цилиндрической поверхности  $R_B^{-1} = r^{-1} - R_3^{-1}$ , где  $R_3$  — радиус кривизны эллипса в точке пересечения с короткой полуосью. Эллипс получается в сечении цилиндра плоскостью, перпендикулярной растянутому волокну. Отсюда  $R_3 = r \cos^2 \beta$  и  $R_B = r \sin^2 \beta$  ( $\beta$  — угол наклона плоскости сечения к торцевой плоскости цилиндра). Тогда  $d\sigma_r = \sigma \sin^2 \beta r^{-1} dr$ . Так как в опытах весь образец находится в пластическом состоянии, то  $\sigma$  равно пределу текучести  $\sigma_T$  и  $\beta = \gamma$  — упругой относительной деформации сдвига цилиндрического слоя. Для наибольшей упругой деформации  $\beta = \gamma \approx 0,05 \ll 1$ ,  $\sin^2 \beta \approx \beta^2$  и

$$(7) \quad \Delta\sigma_r \approx \sigma_T \beta^2 \ln R/r_1.$$

Принимая  $r_1 = 0,3$  мм (см. рис. 1), получим  $\Delta\sigma_r \approx 7 \cdot 10^{-3} \sigma_T$ , что очень мало и относится к нижней части образца. Если же волокна материала мало наклонены к торцевой плоскости (см. рис. 1), то  $\beta = \pi/2$ ,  $\Delta\sigma_r \approx 2,5 \sigma_T$ . Для отожженного алюминия  $\sigma_T = 0,07$  ГПа и  $\Delta\sigma_r = 0,18$  ГПа, для наклепанного —  $\sigma_T = 0,15$ ,  $\Delta\sigma_r = 0,37$  ГПа, для упрочненной смеси с графитом  $\sigma_T = 0,3$ ,  $\Delta\sigma_r = 0,75$  ГПа.

Отметим большую величину и более благоприятное направление напряжений во втором случае. С увеличением количества графита материал становится прочнее, что должно ослаблять макрповоротное движение, если оно вызвано качанием пуансона. В действительности наблюдается обратное. Качание пуансона вызывает изменение толщины на краю образца не более чем на  $0,6R\alpha \approx 5 \cdot 10^{-3}$  мм. Случайные отклонения оси скручивания от геометрической на один-два порядка больше. Трудно предположить, чтобы действие качания проявилось на фоне значительно больших случайных отклонений. Изложенное позволяет утверждать, что основной причиной макрповоротного движения является радиальное сжатие.

Условие проявления этого эффекта — непрерывное распределение сдвигов. Если они локализируются в отдельных поверхностях, то волокна

перерезаются и сжатия не происходит. Локализацией сдвигов объясняется отсутствие макроповоротов в образцах после большой деформации. Однако это движение затухает постепенно, что зависит от расположения графита. Появление в облаке прослоек с малым содержанием графита (подобие условий с опытами, результаты которых отражены на рис. 4, а) позволяет утверждать, что при сдвиге по отдельным поверхностям на этих поверхностях в облаке образуются языки. С ростом деформации толщина винтообразной полосы графита уменьшается. Там, где сплошность полосы нарушается, слои алюминия схватываются, и при условии проскальзывания на соседних участках, где полоса сохраняется, образуются языки (рис. 4, б, в; участок схватывания помечен крестиками) [6]. При этом в облако вовлекается материал соседних областей с малым содержанием графита. Языки представляют растягиваемые волокна, которые и после локализации сдвигов создают сжимающий эффект. Образование языков приводит к изменению положения поверхностей локализации сдвига, поэтому пластически прорабатывается вся верхняя часть образца. Только после уменьшения размеров участков со слоевым расположением графита образование языков и макроповоротное движение прекращаются. В образцах формируется слоистая осесимметричная макроструктура.

Предварительная деформация устраняет этап ламинарного движения. Графит располагается не по поверхности, а отдельными включениями, поэтому ни образования языков, ни макроповоротного движения не происходит.

За счет случайных отклонений оси скручивания от геометрически правильного положения траектории точек объемов, разделенные поверхностью сдвига, по отношению друг к другу имеют спиральный характер. В результате этого создается перенос графита по поверхностям сдвига в радиальном направлении, что объясняет образование перемычек между сближающимися частями облака.

Таким образом, наблюдения объясняются регулярным поворотным движением, обусловленным сжатием скручиваемого материала, и случайными поворотами. В поворот случайный, а тем более регулярный вовлекается большое число зерен, поэтому влиянием на эти движения кристаллографических особенностей микромеханизмов пластической деформации можно пренебречь. Эволюция движений и макроструктур определяется двумя тенденциями: деформационное упрочнение материала усиливает локализацию макросдвигов; степень неоднородности, обусловленная присутствием графита, проходит через максимум. Наблюдаемые структуры диссипативные и самоорганизующиеся [7], и каждая предыдущая подготавливает систему к формированию последующей. Регулярный макроповорот является специфической особенностью схемы скручивания, тогда как случайные повороты представляют движение, имеющее общий характер для неоднородных образцов. Отсюда объединение макро- и микроописаний пластической деформации требует разработки теории случайных макродвижений и возникающих при этом синергетических макроструктур. Модель основного нарушающего ламинарный поток случайного движения иллюстрирует рис. 4.

При получении сплавов с помощью пластической деформации исходный материал представляет смесь порошков компонентов. Интенсивность случайных поворотных движений определяется неоднородностями, связанными с неодинаковостью свойств и взаимодействия частиц, а также с расположением компонентов. Повороты способствуют измельчению и росту площади контакта компонентов, а следовательно, ускоряют кинетику процесса. Отсюда, усиливая неоднородность, например, коэффициента трения между частицами, можно ускорить процесс. Не исключено, что этот эффект наблюдали в [8] при добавлении в механически сплавляемые порошки толуола. Наконец, опыты показали, что слоевое расположение компонентов на начальных этапах процесса способствует перемешиванию.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Панин В. Е., Лихачев В. А., Гриняев Ю. В. Структурные уровни деформации твердых тел.— Новосибирск: Наука, 1985.
2. Панин В. Е., Зуев Л. Б., Данилов В. И., Мних Н. М. Особенности поля смещений при пластической деформации крупнозернистого кремнистого железа // Физика металлов и металловедение.— 1988.— Т. 66, вып. 5.
3. Неверов В. В., Буров В. Н., Коротков А. И. Особенности диффузионных процессов в пластически деформируемой смеси цинка и меди // Физика металлов и металловедение.— 1978.— Т. 46, вып. 5.
4. Буров В. Н., Житников П. П., Неверов В. В., Суппес В. Г. Природа взрывов сжимаемых тонких слоев // ПМТФ.— 1986.— № 4.
5. Качанов Л. Н. Основы теории пластичности.— М.: Наука, 1969.
6. Неверов В. В., Житников П. П. Поворотные движения материала при сдвиговой пластической деформации тонких слоев // Изв. вузов СССР. Физика.— 1989.— Вып. 2.
7. Хакен Г. Синергетика.— М.: Мир, 1980.
8. Dolgin V. P., Vaneck M. A., McGory T., Nam D. J. Mechanical alloying of Ni, Co and Fe with Ti. Formation of amorphous phase // J. Non-Crystalline Solids.— 1986.— V. 87.— N 3.

г. Новокузнецк

Поступила 18/IV 1989 г.,  
в окончательном варианте — 20/VII 1989 г.

УДК 624.078.416:539.4

С. Е. Михайлов, И. В. Наместникова

### О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ДЛЯ ПЛОСКИХ ОБЛАСТЕЙ С ОДНОМЕРНЫМИ УПРУГИМИ ПОДКРЕПЛЕНИЯМИ

Задачи, связанные с передачей нагрузки от упругого стержня к упругой плоскости, рассматривались многими авторами. В большинстве исследований предполагалось, что стрингер представляет собой тонкий прямолинейный стержень, передающий только продольные усилия, а контакт стержня с плоскостью осуществляется по линии. В [1, 2] анализировались различные варианты контакта листа с прямолинейным растягиваемым стрингером, рассматриваемым как внутренний стрингер конечной длины либо как бесконечный краевой стрингер. В [3] решались задачи о подкреплении отверстия в пластине тонким стержнем постоянного сечения, обладающим изгибной и продольной жесткостями. В [4] при изучении оболочек, подкрепленных тонкими криволинейными стержнями, учитывался эксцентриситет соединения срединной поверхности оболочки и стержня. Другие модели одномерного упругого элемента, соединенного с упругой средой, не учитывающие его изгибную жесткость, анализировались в [5, 6]. Решения ряда задач с круговыми подкрепляющими элементами получены в [7].

В данной работе исследуется изотропная конечная или бесконечная линейно-упругая пластина, подкрепленная по части или всей границе и вдоль некоторых внутренних линий упругими криволинейными стержнями, обладающими переменными продольной и изгибной жесткостями, переменными кривизной и толщиной, эксцентриситетом соединения с пластиной и имеющими произвольную форму поперечного сечения, симметричную относительно срединной плоскости пластины. С использованием теории упругих стержней в случае плоского напряженного состояния получены граничные условия на линии контакта пластины с внутренними или краевыми упругими стержнями для моделей подкреплений, обобщающих [1, 2]. Доказаны теоремы существования и единственности для соответствующих краевых задач, изучена сингулярность напряжений в углах и концах стержней. Полученные соотношения полностью переносятся и на задачу плоской деформации для упругого цилиндра, подкрепленного однородными вдоль образующей цилиндрическими оболочками. Некоторые из описанных здесь результатов представлены в [8].

**1. Одномерные криволинейные подкрепления.** Пусть  $x_i$  — декартова система координат, плоскость  $(x_1, x_2)$  которой совпадает с плоскостью центральной оси стержня  $L_0$  (линией центров тяжести его поперечных сечений), являющейся плоской кусочно-гладкой кривой без самопересечений, и пусть  $x_i^0$  — координаты точек  $L_0$ . Параметризуем центральную ось с помощью длины дуги  $\tau$ , поперечное сечение стержня обозначим через  $\Omega(\tau)$ , границу поперечного сечения —  $\partial\Omega(\tau)$ , его площадь —  $A(\tau)$ . Далее,